

Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens

Technisches Fachblatt des Vereins Mitteleuropäischer Eisenbahnverwaltungen

Herausgegeben von Dr. Ing. Heinrich Uebelacker, Nürnberg, unter Mitwirkung von Dr. Ing. A. E. Bloss, Dresden

92. Jahrgang

1. Mai 1937

Heft 9

Lauf der Drehgestell-Radsätze in der Geraden.

Von Prof. Dr. Ing. Heumann, Aachen.

Aufgabe der Untersuchung.

Jeder Eisenbahnwagen läuft mit zwei oder mehr Radsätzen auf dem Gleis. Diese Radsätze haben fast stets nicht-zylindrische Laufflächen und etwas Seitenspiel im Gleis. Sie stützen und führen den Wagenkasten auf dem Wege über ein oder mehrere Unter- und Drehgestelle. Bei schneller Fahrt neigt dieser zu unruhigem Lauf auch bei fehlerfreiem Zustand von Fahrzeug und Fahrbahn. Die wichtigste Ausgangsursache unruhigen Wagenkastens in der Geraden ist die unvermeidliche Abweichung der fortschreitenden Bewegung der Radsätze, genauer ihrer Achsschenkel, von einer zur Gleislängsachse Parallelen. Diese Abweichung überträgt sich, der Form und Größe nach sehr verschieden verändert, über die Dreh- und Untergestelle auf den Wagenkasten. Zu völlig geradlinigem Lauf parallel zur Gleislängsachse können wir längere Zeit hindurch die Radsätze auf geradem Gleis nicht bringen, denn dazu müßte jeder Radsatz während dieser Zeit auf zwei genau gleich großen Laufkreisen mit seiner Eigendrehachse genau senkrecht zur Gleislängsachse stehen und müßten der Radsatz und das Gleis in allen Teilen mathematisch genau und das Gleis lückenlos sein, was zusammen niemals der Fall ist. Wir können aber einerseits, vor allem durch geschickte Formgebung von Rad und Schiene, derart auf diese unvermeidlichen Abweichungen des Radsatzlaufs vom Geradlauf einwirken, daß sie den Wagenkasten weniger zu unruhigem Lauf bringen. Und wir können andererseits starke Abweichungen des Radsatzlaufs vom Geradlauf an sich hinnehmen, aber auf ihre Übertragung auf den Wagenkasten derart einwirken, daß dieser trotzdem einigermaßen ruhig läuft, und zwar durch geschickte Verbindung der Radsätze mit den Gestellen und dieser mit dem Wagenkasten, durch zweckmäßige Bauart der Gestelle und des Wagenkastens und durch bewegungsdämpfende Abstützung der verschiedenen Wagenkästen eines Zuges aneinander. Am wirksamsten ist es natürlich, den Radsatzlauf selbst im angegebenen Sinne zu verändern und außerdem auf die Übertragung dieser veränderten Bewegungen auf den Wagenkasten im angegebenen Sinne einzuwirken. Das wichtigere aber auch schwierigere der beiden genannten Mittel ist wohl die Verbesserung des Radsatzlaufs; damit fassen wir das Übel an der Wurzel. Damit soll nicht gesagt sein, daß nicht auch der andere Weg zum Ziele führen kann. Hier wollen wir allein den Lauf der Radsätze betrachten, d. h. die Bahn, die ihre Eigendrehachse, festgelegt durch zwei Punkte, etwa die Mittelpunkte der beiden Laufkreise, im geraden Gleis beschreibt; meistens wird die Kenntnis der Bahn des auf der Radsatz-Eigendrehachse liegenden Radsatzmittelpunkts C genügen. Vor allem soll die waagerechte Bahn betrachtet werden, von senkrechten Bewegungen nur die mit den waagerechten unmittelbar verbundenen, nicht dagegen die durch Überfahren der Schienenstöße erzeugten. Das Gleis soll genau liegen; die Radsätze sollen kleine Ungenauigkeiten aufweisen können, die Herstellung und Betrieb mit sich bringen. Und wir wollen weiter sehen, wie und in welchem Maße diese Bahn von C in einem für den Lauf des Wagenkastens günstigen Sinne beeinflußt werden kann. Weiter sollen stets zwei

Radsätze in einem Drehgestell laufen, das leicht drehbar und etwas seitenverschieblich mit dem Wagenkasten verbunden ist.

I. „Freier“ Lauf eines „freien“ Radsatzes.

Wie bewegt sich ein Radsatz durch ein gerades Gleis, der auch bei größter seitlicher Auslenkung y_{\max} seines Mittelpunktes C aus der Gleislängsachse die beiden Schienen nur mit seinen beiden „Reifenlaufflächen“ berührt, und der weiter an seinen beiden Achslagern wohl senkrechte Lasten trägt, aber an waagerechten Kräften nur, die zu seinem eigenen Antrieb erforderlichen erfährt. Ein solcher Radsatz muß ein gewisses Seitenspiel σ im Gleis haben, das um so größer sein muß, je größer seine größte seitliche Auslenkung y_{\max} ist. Die „Reifenlaufflächen“, auf denen er läuft, sollen höchstens um den Reibungswinkel ρ der Haftreibung zwischen Rad und Schiene, d. h. höchstens um etwa 11 bis 12° gegen die Waagerechte geneigt sein. Wie später gezeigt werden wird, kann der Radsatz bei größerem Winkel seitlich abrutschen. Die „Gleisebene“ soll stets waagrecht liegen. Diejenige ausgezeichnete Stellung des Radsatzes, in der er die beiden Schienen mit zwei gleich großen Laufkreisen vom Halbmesser r berührt, wollen wir Mittelstellung und diejenige, in der seine Eigendrehachse senkrecht zur Gleislängsachse steht, Querstellung nennen. Von der Mittelstellung kann er bis zu y_{\max} nach der Seite, von der Querstellung bis zu der größten Verdrehung α_0 abweichen.

a) Radsätze mit kegelförmigen Laufflächen.

Zunächst seien Radsätze mit neuabgedrehten Reifen betrachtet, deren beide Laufflächen spiegelbildartig gleich schwach kegelförmig nach außen verjüngt sind mit einer Kegelneigung gegen die stets waagerechte oder fast waagerechte Radsatz-Eigendrehachse von $\tan \beta \sim \beta < \rho$. Der Radsatz soll nur auf diesen Kegeln laufen, nicht auf den oberen Hohlkehlstücken, auch soweit diese schwächer als $\tan \rho$ gegen die Waagerechte geneigt sind. Radsatz und Gleis sollen zunächst mathematisch genau und starr und die Schienenkopfbreite soll zunächst unendlich klein angenommen werden. Ein solcher Radsatz bewegt sich, bis auf einen unten festgelegten Grenzfall, rein rollend durch das Gleis, und zwar rollt er in jeder Stellung momentan um eine Achse, die durch seine beiden Schienenberührungspunkte geht.

Für Querstellung des Radsatzes, also $\alpha = 0$ und y bis $\pm y_{\max}$ ist die Lage dieser Momentanrollachse ohne weiteres gegeben; die beiden Schienenberührungspunkte, die sie festlegen, liegen in der durch die Radsatz-Eigendrehachse gehenden und auf der Gleisebene senkrechten Ebene, der „Meridianebene“. Ist der Radsatz dabei um y aus seiner Mittelstellung seitlich ausgelenkt nach links*), so liegt der Mittelpunkt des linken Radlaufkreises C_l um $r_l = r + y \tan \beta$ in der Meridianebene nahezu senkrecht über dem linken Schienenberührungspunkt A_l , der Mittelpunkt C_r des rechten Laufkreises um $r_r = r - y \tan \beta$ in der Meridianebene

*) Links und rechts, vorn und hinten beziehen sich immer auf die Laufrichtung; in der folgenden Betrachtung soll das linke Rad stets an-, das rechte stets ablaufen.

nahezu senkrecht über dem rechten Berührungspunkt A_r . Rollt der Radsatz mit der Winkelgeschwindigkeit ω_y vorwärts, so bewegt sich momentan C_l mit der Geschwindigkeit $v_l = r_l \cdot \omega_y = (r + y \operatorname{tg} \beta) \omega_y$, C_r mit der kleineren $v_r = r_r \cdot \omega_y = (r - y \operatorname{tg} \beta) \omega_y$ rein waagrecht, in Richtung der Gleislängsachse, vorwärts; siehe die schematische Abb. 1; senkrechte Geschwindigkeitskomponenten sind nicht vorhanden. Wegen der Verschiedenheit von v_l und v_r hat der ganze Radsatz, oder auch seine Eigendrehachse, die Neigung, sich nach rechts herum zu verdrehen, zu „wenden“. Diese Verschiedenheit oder die Wendeneigung ist verhältnismäßig der Auslenkung y und der Kegelneigung $\operatorname{tg} \beta$. C_l liegt um $2y \operatorname{tg} \beta$ höher über der Gleisebene als C_r ; die Eigendrehachse steht ein wenig „schräg“, und zwar um den stets äußerst kleinen Winkel $\frac{2y}{2s} \operatorname{tg} \beta = \frac{y}{s} \operatorname{tg} \beta$ gegen die Gleisebene, also verhältnismäßig der Auslenkung.

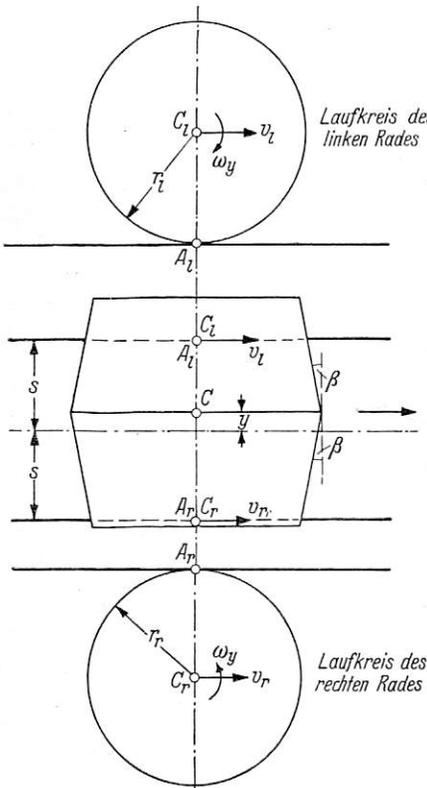


Abb. 1.

Bei Verdrehung des Radsatzes um $\pm \alpha$ aus der Querstellung heraus treten die beiden Berührungspunkte A_l und A_r aus der Meridianebene nach vorne und hinten heraus und ändern außerdem ihren Querabstand $2s$. Außerdem ändern dabei beide Räder des Radsatzes ihre Höhenlage ein wenig. Demgemäß verlegt sich die Momentanrollachse des Radsatzes diesem gegenüber. Jeder Berührungspunkt verlegt sich von C aus gesehen nach außen, und zwar, wie sich leicht nachweisen läßt, um

$$\Delta s_{l,r} = (s - r_{l,r} \operatorname{tg} \beta) (1 - \cos \alpha).$$

(Δs ist bei dem kleinen β stets positiv und bei dem stets nur kleinen α so klein, daß es vernachlässigt werden kann.

Das letztere gilt auch

für die Änderung der Höhenlage der Räder und des Radsatzes. Nach vorn und hinten verlegen sich A_l und A_r bekanntlich um die sogenannte Vor- und Rückverlagerung

$$\frac{r_{l,r}}{\sqrt{1 + \alpha^2 \operatorname{tg}^2 \beta}} \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \sim r_{l,r} \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta,$$

also am linken Rad nach vorn um

$$\approx r_l \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = (r + y \operatorname{tg} \beta) \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$$

und am rechten nach hinten um

$$\approx r_r \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta = (r - y \operatorname{tg} \beta) \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

Die Momentanrollachse ist mithin gegen die Meridianebene des Radsatzes um den veränderlichen Winkel

$$\gamma \approx \frac{r_l + r_r}{2s} \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta$$

verdreht, siehe die absichtlich stark verzerrte schematische Abb. 2. Die beiden Radlaufkreismittelpunkte C_l und C_r bewegen sich momentan nicht in den um α gegen die Gleislängsrichtung verdrehten Laufkreisebenen, sondern in nur um $\alpha - \gamma \approx \alpha \left(1 - \frac{r_l + r_r}{2s} \operatorname{tg} \beta\right)$ gegen diese Richtung verdrehten

senkrechten Ebenen. γ ist bei dem kleinen β gegenüber α stets sehr klein. Die waagerechten und senkrechten Komponenten dieser Geschwindigkeiten von C_l und C_r lauten:

$$\frac{r_{l,r}}{\sqrt{1 + \alpha^2 \operatorname{tg}^2 \beta}} \omega_y \approx r_{l,r} \cdot \omega_y = (r \pm y \cdot \operatorname{tg} \beta) \omega_y$$

und

$$\pm \frac{r_{l,r} \cdot \alpha^2 \operatorname{tg} \beta}{\sqrt{1 + \alpha^2 \operatorname{tg}^2 \beta}} \omega_y \approx \pm r_{l,r} \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \omega_y = (r \pm y \cdot \operatorname{tg} \beta) \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta \omega_y.$$

Die waagerechte Geschwindigkeitskomponente der beiden Punkte C_l und C_r hängt also fast gar nicht von α , sondern fast nur noch von y ab; das Heraustreten der Momentanrollachse aus der Meridianebene hat weder auf ihre Richtung noch auf ihre Größe merklichen Einfluß.

Beide Punkte haben senkrechte Geschwindigkeitskomponenten, die einander entgegengesetzt gerichtet, verhältnismäßig α sind und linear mit y schwach zu- und abnehmen. Diese senkrechten Geschwindigkeitskom-

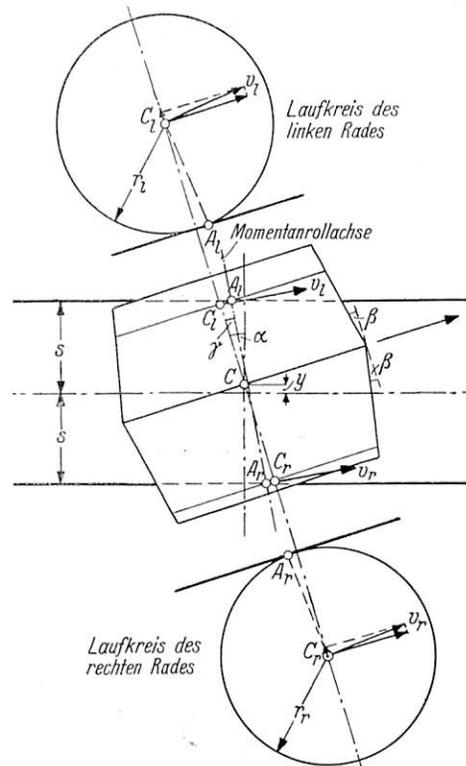


Abb. 2.

ponenten werden durch das Heraustreten der Momentanrollachse aus der Meridianebene maßgebend bestimmt. Gegenüber den waagerechten sind sie stets sehr klein.

Wir betrachten nun einen Radsatz mit spiegelbildartig gleichen schwach kegelförmigen Laufflächen, der durch irgendeine Störung genau quergestellt um y_{\max} aus seiner Mittelstellung seitwärts verschoben sei und von hier aus weiterlaufe. Die waagerechte Bahn der Mitte C dieses Radsatzes hat bereits 1883*) Klingel ermittelt, unter Vernachlässigung des Heraustretens der Momentanrollachse aus der Meridianebene. Punkt C beschreibt eine Bahn, deren waagerechte Projektion ziemlich genau eine Sinuslinie um die Mittelstellung herum ist, von dem Gesetz

$$y = y_{\max} \cdot \sin \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) \dots \dots \dots 1),$$

worin x die Längskoordinate der Bahn ist, nicht von der an-

*) Über den Lauf der Eisenbahnwagen auf gerader Bahn, Org. Fortsch. Eisenbahnwes. 1883, S. 113.

gegebenen Ausgangsstellung des Radsatzes, sondern vom Durchgang der Bahn von C durch die Radsatzmittelstellung als Punkt der Null-Linie aus gerechnet. Die Null-Linie fällt hier mit der Gleislängsachse zusammen. Aus ihr pendelt C gleich weit, um y_{\max} , nach beiden Seiten aus. Beim Durchgang durch die Null-Linie hat die Bahn von C die stärkste Neigung α_0 gegen diese. Dieser Gl. 1) liegen die Beziehungen: Unterschied der Halbmesser der beiden Radsatzlaufkreise bei seitlicher Radsatzauslenkung $y \dots \Sigma \Delta r = 2 y \operatorname{tg} \beta$ und: Momentaner Krümmungshalbmesser der Bahn von C $\dots R \approx -\frac{1}{\frac{d^2 y}{dx^2}}$ zugrunde. Ist nicht y_{\max} , sondern α_0 gegeben, so ist in Gl. 1) y_{\max} als Funktion von α_0 auszudrücken.

Diese Beziehung haben wir in $\frac{dy}{dx} = \alpha$ oder in $\frac{dy}{dx} = \alpha_0$ für $x = 0$. Differentiation der Gl. 1) nach x ergibt

$$\frac{dy}{dx} = \alpha = y_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \cos \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) \dots \dots \dots 2),$$

mithin für $x = 0$

$$\alpha_0 = y_{\max} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \dots \dots \dots 2 a).$$

Und die Bahngleichung erhält die Form

$$y = \alpha_0 \sqrt{\frac{r \cdot s}{\operatorname{tg} \beta}} \sin \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) \dots \dots \dots 1 a).$$

Die Eigendrehachse des Radsatzes steht in jedem Augenblick senkrecht auf der Bahn von C, schließt also in jedem Augenblick den Winkel α mit der Gleisquerrichtung ein.

Bezeichnet v die waagerechte als gegeben angesehene Fortschrittsgeschwindigkeit des Radsatzes in Richtung der Gleislängsachse und beachtet man, daß $v = \frac{dx}{dt}$ oder $dt = \frac{dx}{v}$ ist, so erhält man für die waagerechte Quergeschwindigkeit v_y von Punkt C $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot v$ den Ausdruck

$$v_y = \alpha_0 \cdot v \cdot \cos \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) = y_{\max} \cdot v \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \cos \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) \dots \dots 3),$$

durch nochmaliges Differenzieren für die Querbeschleunigung von Punkt C $b_y = -\frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{d^2 y}{dx^2} \cdot v^2$ den Ausdruck:

$$b_y = \alpha_0 v^2 \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \sin \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) = \frac{v^2}{r} \cdot \frac{y_{\max}}{s} \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \sin \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) \dots \dots \dots 4),$$

$$b_y = v^2 \cdot \frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s} y \dots \dots \dots 4)$$

und durch nochmaliges Differenzieren für den Querruck von C $\psi_y = -\frac{d^3 y}{dt^3} = -\frac{d^3 y}{dx^3} \cdot v^3$ den Ausdruck

$$\psi_y = \alpha_0 \frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s} v^3 \cos \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) = v^3 \cdot y_{\max} \left(\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \cos \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) \dots \dots \dots 5).$$

Ebenso erhält man die Ausdrücke für die Winkelgeschwindigkeit der Radsatz eigendrehachse um eine auf der

Gleisebene senkrechte Achse $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d \left(\frac{dy}{dx} \right)}{dt} = \frac{d^2 y}{dx^2} \cdot v$,

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\alpha_0 \cdot v \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \sin \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) \dots \dots \dots 6)$$

und für die zugehörige Winkelbeschleunigung der Radsatz-Eigendrehachse

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -\alpha_0 \cdot v^2 \frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s} \cos \left(x \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \right) \dots \dots \dots 7).$$

Für die Wellenlänge l der waagerechten Bahn von C hat schon Klingel aus Gl. 1) den Ausdruck abgeleitet

$$l = 2\pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\operatorname{tg} \beta}} \dots \dots \dots 8).$$

l ist also unabhängig von y_{\max} oder α_0 ! und wächst mit $\sqrt{\frac{1}{\operatorname{tg} \beta}}$, mithin abnehmender Kegelneigung.

Aus diesem Ausdruck für l erhalten wir für die sehr wichtige Frequenz der Wellenbewegung oder die Schwingungszahl $\nu = \frac{v}{l}$ den Ausdruck:

$$\nu = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{\operatorname{tg} \beta}{r \cdot s}} \dots \dots \dots 8 a).$$

Wegen der Kleinheit von β können wir in all diesen Bewegungsgleichungen β statt $\operatorname{tg} \beta$ setzen.

Sind die Kegelneigungen der beiden Reifen etwas verschieden voneinander, β_l und β_r , so tritt in allen Gleichungen $\frac{\beta_l + \beta_r}{2}$ an die Stelle von β . Ist der Halbmesser des einen

Reifens durchweg um $\Delta r'$ größer als der des anderen, so fällt die Null-Linie der Sinusbahn von C nicht mit der Gleislängsachse zusammen, sondern liegt um $i_1 = \frac{\Delta r'}{2\beta}$ nach dem

größeren Reifen hin parallel daneben; dann pendelt bei unverändertem α_0 der Punkt C aus der Gleislängsachse dauernd nach der einen Seite um $y_{\max} + \frac{\Delta r'}{2\beta}$ und nach der anderen

um $y_{\max} - \frac{\Delta r'}{2\beta}$; der Radsatz läuft also um i_1 gegen die Gleis-

längsachse seitlich verschoben. Kleine Ungenauigkeiten bewirken hier große Verschiebungen, stark einseitigen Lauf des Radsatzes, und zwar bei gleichem $\Delta r'$, um so mehr, je kleiner die Kegelneigung β ist.

Damit ist die waagerechte Bahn von C bestimmt. Die waagerechten Bahnen von C_l und C_r sind Wellenlinien von gleichem l , ν , y_{\max} , α_0 , aber wegen des Pendelns der Radsatz-Eigendrehachse um eine senkrechte Achse etwas verzerrt gegenüber der Sinusbahn von C, zusammengesetzt aus je einer etwas gedehnten und einer etwas gestauchten Sinuslinien-Wellenhälfte, mit etwas größerem $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$; die Abweichungen von der Sinusbahn von C sind aber sehr gering.

In senkrechter Richtung machen C_l und C_r Bewegungen, die denen in waagerechter Richtung genau entsprechen, nur mit Ausschlägen, die das $\operatorname{tg} \beta$ -fache jener, also sehr viel kleiner als jene, sind. C_l und C_r bewegen sich einander genau entgegengesetzt, heben und senken sich aus ihrer gleich hohen Mittellage um $\pm y_{\max} \cdot \operatorname{tg} \beta$, und ihre senkrechte Bahn hat die gleiche Wellenlänge und Frequenz wie die waagerechte von C.

Die oben erwähnte auch bei $\beta < \rho$ vorhandene Grenze des Rollens des freien Radsatzes vom Eigengewicht Q' wird dann erreicht, wenn bei seinem Durchgang durch den Scheitel seiner waagerechten Sinusbahn seine der Quer-

beschleunigung $b_{y_{\max}}$ zugehörige Fliehkraft $\frac{Q'}{g} \cdot b_{y_{\max}}$ etwas größer wird als seine Haftreibung: Achsdruck Q . Haftreibungsziffer $f = \operatorname{tg} \rho$ auf den Schienen, d. h. wenn $b_{y_{\max}} \text{ m s}^{-2}$

etwas größer als $\approx 10 f \frac{Q}{Q'}$ wird. Das dürfte bei sehr großem v wohl beim vollkommen frei — ohne Wagen — laufenden

Radsatz vorkommen, dessen Achsdruck gleich seinem Eigengewicht ist, bei dem durch den Wagenkasten belasteten „freien“ Radsatz mit viel größerem Achsdruck, einem $\frac{Q}{Q'}$ von etwa 10, aber kaum. Übersteigt v den dieser Grenze zugehörigen Wert, so beginnt der Radsatz kurz vor dem Scheitel seiner Bahn unter Verflachung des Scheitelstücks quer zu gleiten. Der Krümmungshalbmesser dieser Gleitbahn nimmt dann mit dem Quadrat von v zu. $b_{y_{\max}}^{ms^{-2}}$ kann den Wert: etwas größer als $10 f \frac{Q}{Q'}$, bei dem der Radsatz anfängt, zu gleiten, nicht überschreiten. Dies gilt nur für sehr kleines β .

In Wirklichkeit haben nun die Schienenköpfe eine gewisse Breite und verändern ihre Form durch Abnutzung; das bringt eine sehr kleine Querverlagerung der Berührungspunkte A_l und A_r auf den Schienen mit sich, die aber bei den hier zugrunde gelegten kegelförmigen Reifen stets so klein ist, daß sie vernachlässigt werden kann. Der Abnutungsgrad der Schienenköpfe ist fast ohne Einfluß auf den Lauf der rein kegelförmigen Reifen. Die in Wirklichkeit stets vorhandenen Abweichungen von hier vorausgesetzter völliger Starrheit und mathematischer Genauigkeit sind oft auch nur von geringem Einfluß auf die Bewegungen des Radsatzes. In Wirklichkeit berühren die Reifen oft die Schienen nicht mit kegelförmigen, sondern mit ausgehöhlten Laufflächen, ja auch mit ihren Hohlkehlen und Spurkränzen; aber die neu abgedrehten Reifen berühren tatsächlich auf großen Laufstrecken die Schienen nur mit ihren schwach kegelförmigen eigentlichen Laufflächen. Nahezu „frei“ im oben gekennzeichneten Sinne laufen die Wagenradsätze tatsächlich vielfach. Im übrigen werden die durch Elastizität, Formabweichungen an Rad und Schiene, durch andere Berührungsverhältnisse, Gleiten und durch Fahrzeugeinwirkungen hervorgerufenen Bewegungsänderungen unten noch untersucht. Für einen großen Bereich der Wirklichkeit dürften die obigen Gleichungen die Bewegungen der Wagenradsätze richtig beschreiben, und wir können daraus für diesen Bereich folgende praktisch wertvollen Schlüsse ziehen.

Ruhe des Wagenkastenlaufs, soweit sie vom Radsatzlauf abhängt, verlangt vor allem eine Frequenz ν der waagerechten periodischen Querbewegung der Radsätze, die auch bei der größten vorkommenden Fahrgeschwindigkeit noch stark abweicht von der Frequenz der Wagenkasten-Eigenquerschwingungen, damit Resonanz zwischen beiden sicher vermieden wird; denn die Radsätze sind die primären Schwingungserreger der Sekundärschwingungen des Wagenkastens. Leider ist die Frequenz der Eigenquerschwingungen des Wagenkastens noch nicht sicher bekannt. Im allgemeinen dürfte eine möglichst kleine Frequenz ν der periodischen Radsatzquerbewegung erwünscht sein. Außerdem verlangt Ruhe des Laufs möglichst kleinen Ausschlag y_{\max} , möglichst kleine Querbeschleunigung $b_{y_{\max}}$ und möglichst kleinen Querruck $\psi_{y_{\max}}$ der Radsätze, vor allem möglichst kleines $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$. Nach den obigen Ausführungen ist

$$b_{y_{\max}} = v^2 \frac{\beta}{r \cdot s} \cdot y_{\max} = v^2 \cdot \alpha_0 \sqrt{\frac{\beta}{r \cdot s}} \dots 4a),$$

auftretend bei der größten Auslenkung y_{\max} des Radsatzes aus der Mittelstellung und

$$\psi_{y_{\max}} = v^3 \left(\frac{\beta}{r \cdot s} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot y_{\max} = v^3 \cdot \alpha_0 \cdot \frac{\beta}{r \cdot s} \dots 5a),$$

auftretend beim Durchgang des Radsatzes durch die Mittelstellung.

Wie erreichen wir kleines ν , y_{\max} , $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$? ν ist unabhängig von y_{\max} , während $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ ver-

hältnisgleich y_{\max} sind. y_{\max} klein zu halten ist also nicht nur an sich, sondern auch zur Kleinhaltung von $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ erwünscht. y_{\max} ist, wie oben abgeleitet, $= \alpha_0 \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta}}$, sinkt also bei gleichem α_0 , r und s mit wachsendem β . r und s liegen ziemlich fest. α_0 kann nicht beliebig klein gehalten werden. Danach könnte man auf den Gedanken kommen, die Kegelneigung β groß zu machen, um y_{\max} klein zu halten. Das würde aber nach Gl. 4a), 5a) und 8a) eine Vergrößerung von $b_{y_{\max}}$, $\psi_{y_{\max}}$ bei unverändertem α_0 und eine Vergrößerung von ν bei beliebigem α_0 bedeuten, darf deshalb auf keinen Fall geschehen. Ohne diesen ungünstigen Einfluß auf $b_{y_{\max}}$, $\psi_{y_{\max}}$ und ν kann y_{\max} verkleinert werden nur durch Beschränkung der seitlichen Bewegungsfreiheit des Radsatzes durch die Schienen oder durch das Fahrzeug, was wie später gezeigt werden wird, auch nicht ohne Nachteile beliebig weit getrieben werden darf; eine gewisse Größe von y_{\max} muß man in Kauf nehmen.

Kleines ν , $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ verlangen alle nach Gl. 8a), 4a) 5a) kleines β , was auch schon Klingel 1883 in der oben angezogenen Arbeit festgestellt und die Erfahrung mehrfach bestätigt hat. Außerdem sinken ν , $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ mit zunehmendem r und s ; diese beiden Größen liegen ziemlich fest. Einer Vergrößerung von r zur Herabsetzung von $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ stehen andere Gesichtspunkte entgegen. Die Fahrgeschwindigkeit v ist von großem Einfluß auf ν , $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$; sie ist vorgeschrieben. Das wichtigste Mittel, ν , $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ klein zu halten, ist geringe Kegelneigung β .

Mit den auf Hauptbahnen weit verbreiteten Werten $r = 0,45$ m, $s = 0,75$ m, $\beta = \frac{1}{20}$ neu abgedrehter Reifen er-

halten wir für einen angenommenen größten Ausschlag y_{\max} von 5 mm nach Gl. 2a) eine größte Verdrehung α_0 von 0,00192. Ein y_{\max} von 5 mm kann bei dem üblichen Seitenspiel des Radsatzes im Gleis von mindestens 11 mm ohne Anlaufen der Spurkränze oder Hohlkehlen an die Schienen und, wie die weitere Untersuchung zeigen wird, meist auch ohne Behinderung durch den Drehgestellrahmen, auftreten. Um den sehr kleinen Wert von $\alpha_0 = 0,00192$ kann sich der Radsatz infolge irgendwelcher Unregelmäßigkeiten in seiner Mittelstellung leicht verdrehen; auch daran hindert ihn im allgemeinen der Drehgestellrahmen nicht. Mit diesen Zahlenwerten erhalten wir weiter:

die Frequenz $\nu^{s^{-1}} = 0,0613 \cdot \dot{v}$, bei $V_{\max} = 144$ km/h. oder $v_{\max} = 40$ m/s = 2,45 1/s,

die Querbeschleunigung $b_{y_{\max}}^{ms^{-2}} = 0,00074 v^2$,

bei $v_{\max} = 40$ m/s = 1,2 m/s² oder

den Querruck $\psi_{y_{\max}}^{ms^{-3}} = 0,000285 v^3$,

bei $v_{\max} = 40$ m/s = 18,3 m/s³.

$b_{y_{\max}}$ und namentlich $\psi_{y_{\max}}$ sind schon hoch, ν dürfte noch ziemlich tief unter der Frequenz der Eigenschwingung des Wagenkastens liegen; zu unruhigem Lauf des Wagenkastens dürften diese Werte noch nicht führen können; das wird durch die Erfahrung bestätigt.

b) Räder mit ausgehöhlten Laufflächen.

Die ursprünglich schwach kegelförmigen Laufflächen werden durch die natürliche Abnutzung des Betriebes stets sehr bald ausgehöhlt. Dadurch wird die Bewegung des freien Radsatzes stark verändert. Bevor wir dies untersuchen, wollen wir sehen, in welcher Weise die Abnutzung des Betriebes, in dem die Radsätze nicht nur

gerade, sondern auch gekrümmte Strecken durchlaufen, den Umriß des Reifens und des Schienenkopfes verändert.

Eine Reihe von Reifen des VMEV-Umrisses von vierachsigen Drehgestell-Schnellzugwagen, die etwa 60 kg/mm² Festigkeit und etwa 330 Brinellhärte hatten, zeigten beim Lauf auf Strecken der Reichsbahn mit mittleren Krümmungsverhältnissen auf 1:20 geneigten Schienen verschiedenen Abnutzungsgrades mit in neuem Zustand 72 und 67 mm Kopfbreite, 225 und 200 mm Scheitelwölbungshalbmesser im Betriebe folgende durch sehr sorgfältige Beobachtungen, Aufnahmen und Messungen festgestellte Formänderungen. Abb. 3a bis d zeigt den Reifenumriß im Urzustand und nach 32000, 60000, 100000 und 144000 km Lauffläche gesondert (das Urprofil jedesmal gestrichelt), Abb. 4 diese verschiedenen Stufen vereinigt. Diese Feststellungen machen nicht den Anspruch absoluter Genauigkeit und Allgemeingültigkeit — dazu ist die Zahl der beobachteten Reifen zu klein. Sie dürften aber immerhin ein gutes Bild der Vorgänge geben.

Die Abnutzung beginnt als leichte Aushöhlung an zwei voneinander weit getrennten Stellen, nämlich der Berührungsstelle A der um 1:20 geneigten eigentlichen Lauffläche, etwas über 70 mm von der Radinnenkante entfernt, und im Punkt Q in der Hohlkehle, s. Abb. 3a. Die Abnutzung bei Q rührt fast nur vom Kurvenlauf her, ist um so stärker gegenüber der bei A, je kurvenreicher die durchfahrenen Strecken sind. Von diesen beiden Stellen breitet sich die Abnutzung schnell nach beiden Seiten hin aus, schneidet einen „Sichel“-Ausschnitt aus dem Umriß der Hohlkehle und des Spurkranzes und einen „Linsen“-Ausschnitt aus dem Umriß der Lauffläche heraus. Die „Sichel“ beginnt an der Spurkranzflanke mit einer scharfen Ecke D, die sich mit zunehmender Lauflänge verschärft und nach unten zur Spurkranzkuppe hin verschiebt, s. Abb. 3a bis d. Auf ihrem oberen Teil ist die Sichel außen ausgerundet mit einem Halbmesser von etwa 12,5 mm gegenüber dem ursprünglichen Hohlkehlenhalbmesser von 15 mm. Das zwischen Sichel und Linse zunächst vorhandene unversehrte Stück des Reifenumrisses wird schnell kleiner und verschwindet bei etwa 20000 bis 30000 km Lauflänge ganz, einem zunächst scharf ausgeprägten Buckel C an der Trennstelle weichend, s. Abb. 3a und b, bis auch dieser allmählich schwächer wird und bei großer Lauflänge ganz verschwindet, Linse und Sichel ohne Wendepunkt ihrer Abnutzungsprofilinie ineinander übergehen, s. Abb. 3c und d. — Diese Trennstelle scheidet auch „Reifen“- und „Hohlkehlen“-Laufflächen. — Die „Linsen“-Aushöhlung beginnt bei C mit einem Halbmesser, der viel größer ist als der Ausrundungshalbmesser des oberen Sichelstücks. Dieser Linsenhöhlungs halbmesser nimmt nach außen hin — vom Spurkranz weg — noch stetig und stark zu bis etwa vor der sogenannten „mittleren Laufkreisebene“, die 70 mm von der Radinnenkante angesetzt wird. Von hier nach außen hat die Höhlung der Linse ihren größten ziemlich konstanten Halbmesser. Dies flachste Umrißstück, auf dem sich der Lauf hauptsächlich abspielt, erreicht bei ungefähr 60000 km Lauflänge — vom Spurkranz her — Scheitelhöhe und dehnt sich bei weiterer Abnutzung darüber hinaus nach außen aus. Der Scheitel liegt etwas über 90 mm von der Radinnenkante und verschiebt sich im Lauf der Abnutzung ein wenig nach innen. Der Halbmesser dieses flachsten Umrißstücks sinkt mit zunehmender Abnutzung, erst schnell, dann langsamer, bis auf etwas über 300 mm bei etwa 150000 km Lauflänge. An dieses Umrißstück der Linse

schließt sich eins in Gegenkrümmung an; oft liegt dazwischen ein kurzes ziemlich gerades tangenciales Übergangsstück, das mit zunehmender Abnutzung von innen nach außen über den Scheitel des mittleren Laufstücks hinüber wandert und demgemäß seine Neigung ändert, bei etwa 60000 km Lauflänge waagrecht liegt. Die Gegenkrümmung hat ziemlich konstanten Halbmesser bis etwa 10 mm vom äußeren Reifende. Dieser Halbmesser nimmt mit steigender Lauflänge ab von etwa 200 mm bei 32000 km auf etwa 135 mm bei 144000 km Lauflänge.

Diese Formänderungen stimmen mit sonst beobachteten

Abb. 3 a.

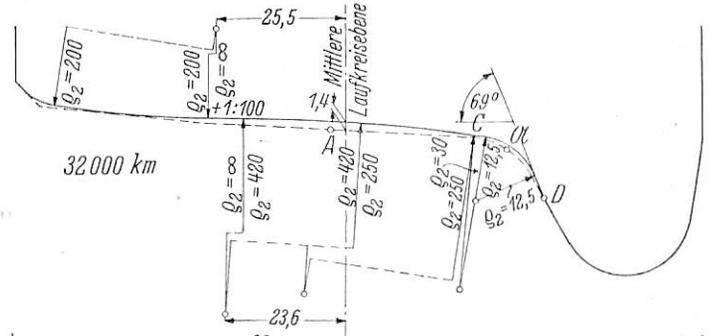


Abb. 3 b.

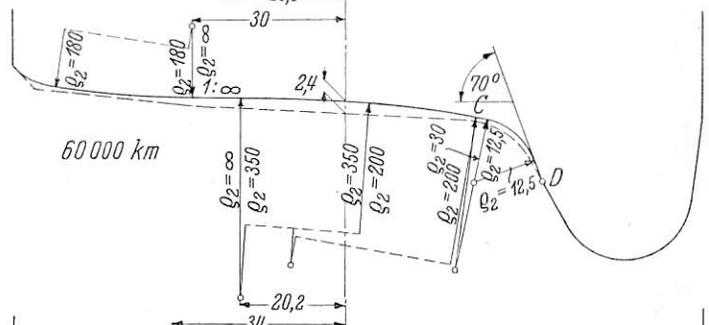


Abb. 3 c.

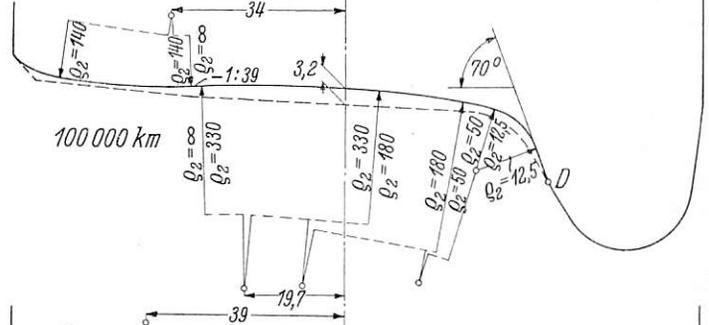
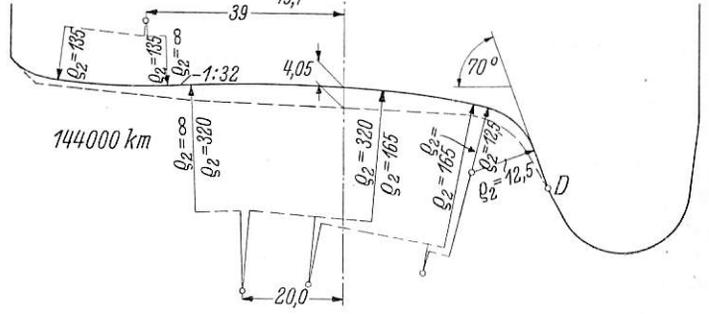


Abb. 3 d.



und genau festgestellten gut überein. Ein Vergleich der Formänderung von Lokomotivreifen verschieden gelagerter Radsätze untereinander scheint zu zeigen, daß der Halbmesser der flachsten Höhlungsstelle der Linse um so größer wird, je mehr die Radsätze zwangsweise seitlich verschoben werden, wie das bei gewissen seitlich fest gelagerten Lokomotivradsätzen der Fall ist.

Über die Form des oben gekennzeichneten Schienenkopfes verschieden starker Abnutzung, der mit diesem Reifen in geraden Strecken zusammengearbeitet hat, kann ich keine genauen Angaben machen. An der Formung dieses

Schienenkopfes haben die untersuchten Reifen nur einen geringen Anteil, entsprechend dem Anteil, den ihre Zahl an der aller über diesen Kopf im gleichen Zeitraum gelaufenen Reifen hat. Während der Laufzeit der untersuchten Reifen dürfte der Schienenkopf seine Form nicht stark ändern. Nach einer ziemlich großen Zahl mir zuverlässig erscheinender Messungen, vor allem denen von Dr. Vogel, dürfte der Kopf der um 1:20 schräg stehenden Schiene von 67 mm ursprünglicher Breite und 200 mm Kopfwölbungshalbmesser im mittleren Abnutzungszustand etwa die in Abb. 5 dargestellte Form haben, die Kopffläche etwas nach innen geneigt, die

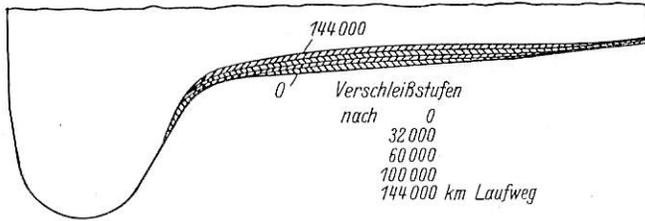


Abb. 4.

innere Kopfecke mit etwa 12 mm Halbmesser scharf abgerundet, die daran sich anschließende Kopfwölbung mit etwa 150 mm Halbmesser beginnend und allmählich flacher werdend bis auf einen Halbmesser von etwa 275 mm, diese flachste Wölbung schon vor Kopfmitte beginnend und bis zum äußeren Ende reichend, Scheitel dieser Wölbung etwa 16 mm außer Kopfmitte liegend. Mit steigender Abnutzung dürfte die Schräge der Kopffläche etwas zunehmen, der Scheitel der

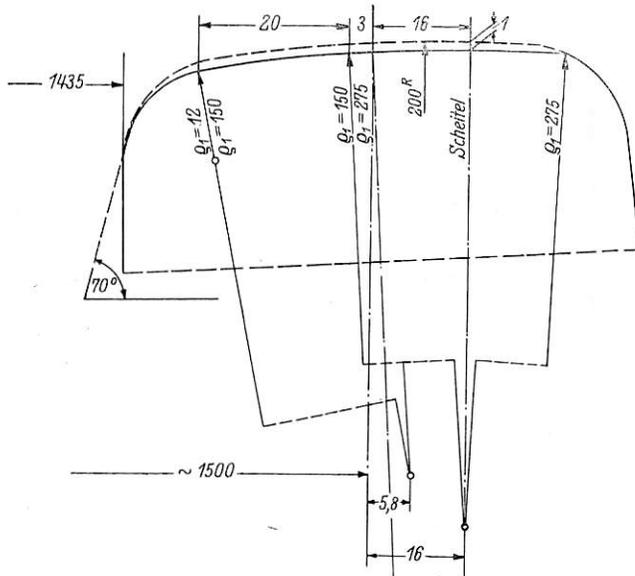


Abb. 5.

Schiene etwas nach außen rücken. Das gilt für in der Geraden liegende Schienen. Die Köpfe von Bogenschienen nutzen sich anders ab.

Im Gegensatz zu a) ändert sich hier bei ausgehöhlten Laufflächen die Lage des Berührungspunkts A am Schienenkopf und der zugehörige Berührungswinkel oder die zugehörige Laufflächenneigung gegen die Waagerechte β stark mit der seitlichen Auslenkung y des Radsatzes und mit etwaigen sonstigen seitlichen Verschiebungen der Reifen gegenüber den Schienenkopfscheiteln. Die Lage von A und das zugehörige β hängen in der durch Abb. 6 veranschaulichten Weise vom seitlichen Scheitelabstand c der beiden Umriss, dem Reifenhöhlungshalbmesser ϱ_2 und dem Schienenkopfwölbungshalbmesser ϱ_1 ab. Die Abbildung

soll für Mittelstellung des vollkommen symmetrischen Radsatzes gelten, gekennzeichnet durch die Zeiger m . Danach ist in $\sin \beta_m = \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{c_m}$. Bei

kleinem $\varrho_2 - \varrho_1$, wie es sich bei starker Reifenabnutzung einstellt, ändert sich β_m schon bei kleiner Änderung von c_m , etwa kleiner seitlicher Verschiebung des Reifenhöhlungs- oder Schienenkopfscheitels oder kleiner seitlicher Auslenkung y des Radsatzes stark. Der Schienenkopfscheitel verschiebt sich z. B. schon bei Änderung der Schienenkopfbreite oder der Neigung der Schiene, etwa infolge elastischer Verdrehung durch Seitendruck, der Reifenhöhlungs-scheitel z. B. schon infolge Änderung der Achslast wegen der dadurch hervorgerufenen Änderung der Durchbiegung der Achswelle.

Bei gleicher Radsatzauslenkung y_{max} wie in Fall a) wandern mithin hier bei Lauf ausgehöhlter Reifen auf abgenutzten Schienen die Berührungspunkte A_1 und A_2 an den Reifen viel weiter aus ihren Mittelstellungen heraus als in Fall a), also viel weiter als um y_{max} . Dabei können sie noch in den ursprünglichen auf beiden Seiten gleichen Höhlungen und Wölbungen der Halbmesser ϱ_2 und ϱ_1 bleiben oder sie können bei einem gewissen $y_e < y_{max}$ an mindestens einem Rade auf eine andere Höhlung und Wölbung der Halbmesser ϱ_2' und ϱ_1' stetig übergehen, s. Abb. 8 unten; oder sie können — bei Lauf ausgehöhlter Reifen auf neuen Schienen — bei $y_1 < y_{max}$ ihre Lage sprung-

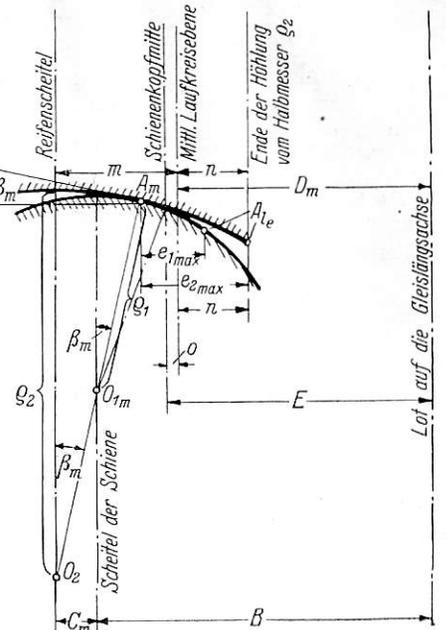


Abb. 6.

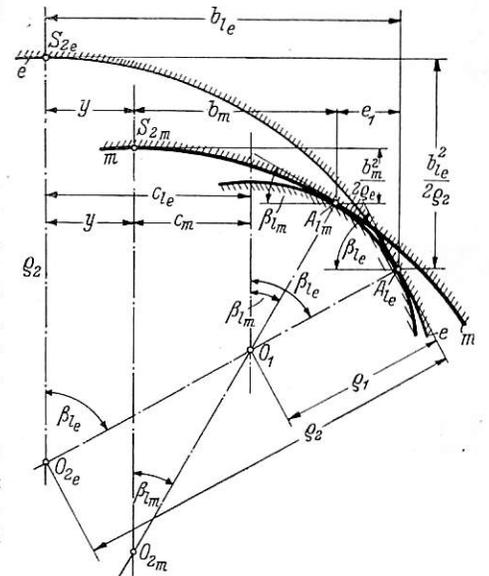


Abb. 7 a.

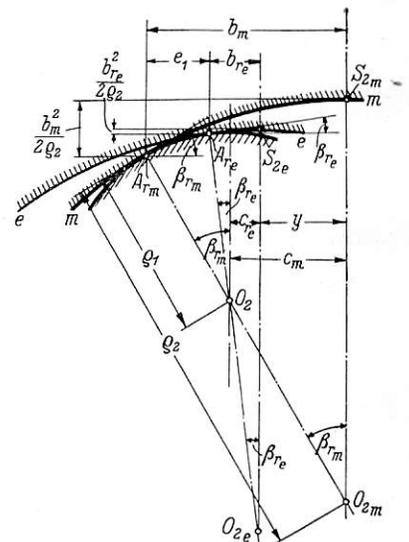


Abb. 7 b.

haft ändern, s. Abb. 9 und 10 unten. Alle drei Fälle kommen häufig im Betriebe vor und sollen untersucht werden.

1. Beiderseitig gleiche, unverändert bleibende Höhlungs- und Wölbungshalbmesser. Bei Auslenkung des Radsatzes mit schwach kegelförmigen Laufflächen um y aus der Mittelstellung nach links vergrößerte sich der Laufkreishalbmesser r_l des anlaufenden Rades um $\Delta r_l = y \cdot \operatorname{tg} \beta$ und verkleinerte sich der des ablaufenden um ebensoviel, so daß $\Sigma \Delta r = 2 y \cdot \operatorname{tg} \beta$ war. Wie groß ist Δr_l und $\Sigma \Delta r$ hier? Abb. 7a stellt, absichtlich verzerrt, einen Schnitt durch das anlaufende linke Rad mit Schiene an der Berührungsstelle dar, Abb. 7b einen entsprechenden Schnitt durch das andere Rad. Verschiebt sich das anlaufende linke Rad um y aus der Mittelstellung nach links, so wandert der Berührungspunkt A_l , der Verschiebung des Rades entgegen, nach rechts abwärts von A_{l_m} nach A_{l_e} ; Δr_l wird also erheblich größer als $y \cdot \operatorname{tg} \beta_{l_m}$, weil A_l am **Schienenkopf** abwärts wandert und außerdem β wächst! Die Zeiger e der Abb. 7a, b gelten für die um y aus der Mittelstellung ausgelenkten Radstellungen; die übrigen Bezeichnungen sind wohl ohne weiteres klar. Sieht man den Reifenhöhlungskreisbogen $\widehat{S_{2e} A_{l_e}}$ als Parabelbogen

an, was nur wenig ungenau ist, so ist $\Delta r_l = \frac{b_{l_e}^2}{2 \varrho_2} - \frac{b_m^2}{2 \varrho_2}$.

Setzt man darin nach Abb. 7a

$$b_{l_e} = c_{l_e} \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}, \quad b_m = c_m \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \quad \text{und} \quad c_{l_e} - c_m = y,$$

so erhält man nach einigen Umformungen:

$$\Delta r_l = \frac{y^2}{2} \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} + y \frac{b_m}{\varrho_2 - \varrho_1} \quad \text{oder, mit } b_m = \varrho_2 \sin \beta_m$$

$$\Delta r_l = \frac{y^2}{2} \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} + y \sin \beta_m \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \dots 9).$$

Ebenso erhält man für das rechte von seiner Schiene ablaufende Rad nach Abb. 7b dessen Laufkreishalbmesser-Verkleinerung:

$$\Delta r_r = - \frac{y^2}{2} \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} + y \sin \beta_m \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \dots 10).$$

Der um y aus der Mittelstellung ausgelenkte Radsatz hat mithin einen gesamten Laufkreishalbmesser-Unterschied:

$$\Sigma \Delta r = \Delta r_l + \Delta r_r = y \cdot \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \cdot 2 \sin \beta_m = y \cdot 2 \cdot \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} \cdot c_m \dots 11),$$

gegenüber $y \cdot 2 \operatorname{tg} \beta \approx y \cdot 2 \cdot \beta$ bei kegelförmigen Laufflächen; die quadratischen Glieder der Gl. 9) und 10) heben sich weg. $\Sigma \Delta r$ ist auch hier einfach verhältnismäßig y . Auch hier gilt die weitere Beziehung $R \approx - \frac{1}{d^2 x^2}$. Die Bahngleichung von

Punkt C lautet daher analog Gl. 1):

$$y = y_{\max} \sin \left(x \sqrt{\frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \cdot \frac{\sin \beta_m}{r \cdot s}} \right) \dots 12).$$

β_m ist stets so klein, daß wir genau genug statt $\sin \beta_m$ β_m schreiben können. Bezeichnen wir $\frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \cdot \sin \beta_m$ oder

$\frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} \cdot c_m$ mit β_H , das wir als „Ersatz“- β ansehen können, so lautet die Bahngleichung von C:

$$y = y_{\max} \sin \left(x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right) \dots 12a).$$

Sinngemäß ergeben sich die Ausdrücke für y_{\max} , α , v_y , b_y , ψ_y , $\frac{d\alpha}{dt}$, $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$, l und v , vor allem

$$y_{\max} = \alpha_0 \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} \dots 13)$$

$$b_{y_{\max}} = \alpha_0 \cdot v^2 \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \dots 14)$$

$$\psi_{y_{\max}} = \alpha_0 \cdot v^3 \frac{\beta_H}{r \cdot s} \dots 15)$$

$$l = 2 \pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} \dots 16a)$$

$$v = \frac{v}{2 \pi} \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \dots 16).$$

$\sqrt{\beta_H}$ kann hier, wie oben bei neuen kegelförmigen Reifen $\sqrt{\beta}$, geradezu als Maß der Laufmangelhaftigkeit des Radsatzes angesehen werden; denn bei gleichem α_0 wachsen v und $b_{y_{\max}}$ verhältnismäßig diesem Wert, ψ_y verhältnismäßig dem Quadrat, nur bei y_{\max} ist es nach Gl. 13) umgekehrt, das fällt aber weniger ins Gewicht. Die Fahrtunruhe nimmt also zu mit zunehmendem Scheitelabstand c_m in Mittelstellung und zunehmender Anschmiegung der Reifenhöhlung an die Schienenkopfwölbung.

Mit zunehmender Abnutzung der Reifen nimmt β_m im allgemeinen ein wenig oder gar nicht ab, während $\frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}$ stetig und sehr stark zunimmt, so daß $\beta_H = \beta_m \cdot \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}$ stark zunimmt, bei den untersuchten Reifen von $\frac{1}{20}$ auf etwa

$\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{10}$ bei 32000 und auf etwa $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{6}$ bei 100000 km, so daß der Lauf des Radsatzes sich mit zunehmender Reifenabnutzung stark verschlechtert. Kleine Änderungen des Scheitelabstandes c_m , die, wie oben gezeigt, im Betriebe auch abgesehen von der Abnutzung leicht vorkommen können, sind hier von großem Einfluß, weil

c_m mit $\frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2}$ vervielfacht auf den Lauf wirkt! Einen geringen Vorteil bringt das Aushöhlen der Reifen mit sich, daß nämlich y_{\max} bei gleichem α_0 dabei abnimmt, doch fällt dieser Vorteil gegenüber den großen Nachteilen nicht ins Gewicht.

Bei irgendeiner Auslenkung y aus der Mittelstellung verschiebt sich A_l nach Abb. 7a am Schienenkopf nach innen um $e_1 = b_{l_e} - (y + b_m)$ oder mit $b_{l_e} = c_{l_e} \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}$, $b_m = c_m \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1}$, $c_{l_e} - c_m = y$ um $e_1 = y \frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1}$, unabhängig von β_m ; ebenso verschiebt sich nach Abb. 7b A_{r_m} am anderen Schienenkopf nach außen um den gleichen Betrag:

$$e_1 = b_m - (b_{l_e} + y) = y \frac{\varrho_1}{\varrho_2 - \varrho_1} \dots 17).$$

Somit verschiebt sich der Berührungspunkt A an jedem der beiden Reifen um

$$e_2 = e_1 + y = y \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \dots 18).$$

e_1 und e_2 sind der Auslenkungsrichtung des Radsatzes entgegen gerichtet. Diese Ausdrücke gelten auch für eine beliebige Querverschiebung des Radsatzes Δy bei Ersatz von y durch Δy . Für den Winkel β_{l_e} , um den der Schienenkopf des anlaufenden Rades bei A_{l_e} gegen die Waagerechte geneigt ist, lesen wir aus Abb. 7a ab:

$$\sin \beta_{l_e} = \frac{b_m - c_m + e_1}{\varrho_1} = \sin \beta_{l_m} + \frac{y}{\varrho_2 - \varrho_1} \approx \beta_{l_m} + \frac{y}{\varrho_2 - \varrho_1} \dots 19).$$

Oft wird dieser bei y_{\max} auftretende Winkel β_{l_0} , der durchaus nicht übereinstimmt mit β_H , als maßgebend für die Form der Bahn von C angesehen und deren Gleichung in der Form: $y = y_{\max} \sin x \sqrt{\frac{\beta_{l_0}}{r \cdot s}}$ angesetzt. Das ist falsch. Denn diese Gleichung setzt voraus, daß das den momentanen Krümmungshalbmesser der C-Bahn bestimmende $\Sigma \Delta r = 2 y \cdot \beta_{l_0}$ ist, d. h. daß sowohl das anlaufende wie das ablaufende Rad während der ganzen Auslenkung des Radsatzes die Schienenköpfe mit einem Kegel der konstanten Neigung β_{l_0} berühren, was durchaus nicht zutrifft. Nicht die Steilheit der Berührungsstelle des ausgehöhlten anlaufenden Rades bei größter Auslenkung, sondern das Verhältnis der Schärfe der Höhlung des Reifens zu der der Wölbung des Schienenkopfes zusammen mit der Steilheit der Berührungsstelle beider ausgehöhlter Räder in Mittelstellung oder mit dem Scheitelabstand in Mittelstellung sind maßgebend für die Form der Bahn von C! Zufällig kann einmal jene falsche Rechnung das gleiche Zahlenergebnis haben wie die richtige, wenn einmal zufällig $\beta_{l_0} = \beta_H$ ist.

Haben die beiden Reifen durchweg um $\Delta r'$ verschiedene Halbmesser, so liegt die Null-Linie der Sinusbahn von C nicht um $\frac{\Delta r'}{2 \beta}$, sondern um $i_1 = \frac{\Delta r'}{2 \beta_H}$ neben der Gleislängsachse nach dem größeren Reifen zu und pendelt der Radsatz aus dieser heraus dauernd nach der einen Seite um $y_{\max} + \frac{\Delta r'}{2 \beta_H}$, nach der anderen um $y_{\max} - \frac{\Delta r'}{2 \beta_H}$. Da β_H stets größer als β ist, ist diese seitliche Null-Linien-Verschiebung bei gleichem $\Delta r'$ bei ausgehöhltem Reifen stets kleiner als bei neuen.

Für die waagerechte und senkrechte Bewegung der Punkte C_l und C_r gilt sinngemäß das oben Gesagte. Nur hebt sich hier das anlaufende Rad mehr als das ablaufende sich gleichzeitig senkt. Während sich, s. Abb. 7a und b, das anlaufende um $\approx y \cdot \beta_m + \frac{y^2}{2} \frac{1}{\varrho_2 - \varrho_1}$ hebt, senkt sich gleichzeitig das ablaufende um $\approx y \cdot \beta_m - \frac{y^2}{2} \frac{1}{\varrho_2 - \varrho_1}$; das quadratische Glied macht bei größeren Ausschlägen ziemlich viel aus; der jeweilige Höhenunterschied von C_l und C_r ist nur $2 y \cdot \beta_m$. Bezeichnet $2k$ den Achslagermittenabstand des Radsatzes, so hebt sich das Achslager am anlaufenden Rad um $\approx y_{\max} \cdot \beta_m \cdot \frac{k}{s} + \frac{y_{\max}^2}{2} \frac{1}{\varrho_2 - \varrho_1}$ aus seiner Ruhelage, also mit $y_{\max} = 5$ mm, $2k = 1,96$ m und den aus dem später gegebenen Zahlenbeispiel entnommenen $\beta_m = 0,028$ und $\varrho_2 - \varrho_1 = 55$ mm um $0,48$ mm, während es sich bei kegelförmigen Reifen mit $\beta = \frac{1}{20}$ um $0,33$ mm heben würde. Auch hier sind die senkrechten Bewegungen der Punkte C_l und C_r so klein, daß sie im allgemeinen vernachlässigt werden können.

Für den Lauf des schon oben betrachteten und gekennzeichneten D-Zug-Wagenradsatzes mit $r = 0,45$ m, $s = 0,75$ m, mittelstark belastet, s. Abb. 3a bis d und 4, auf mittelstark etwa nach Abb. 5 abgenutzter Schiene S 49 mit ursprünglichem Kopfwölbungshalbmesser von 200 mm, erhalten wir die Zahlenwerte der Zusammenstellung 1. Der Lauf ist in Stufen verfolgt bis zu 144000 km. Die Bedeutung einiger Buchstaben geht aus Abb. 6, die der übrigen aus folgendem hervor. Der Abstand m des Reifenhöhlungs-scheitels von der „mittleren Laufkreisebene“ ist aus den Abb. 3a bis d entnommen unter Berücksichtigung der leichten Schränkung der Räder der durch die Wagenlast durchgebogenen Achse. Der Scheitelabstand c_m ergibt sich als $m - (B - D_m)$, worin B den Ab-

stand des Schienenscheitels und D_m den Abstand der „mittleren Laufkreisebene“ in Radsatzmittelstellung von der Gleismitte bedeuten (s. auch Abb. 6). B ist $= \frac{1435 + 67}{2} - 0,8 + 16 = 766,2$ mm, $- 0,8$ rührt von der Schrägstellung der Schiene her, D_m unter Berücksichtigung der leichten Schränkung der Räder der belasteten Achse $= \frac{1360 + 140}{2} - 0,8 = 749,2$ mm, $B - D_m$ also $= 17$ mm. $\sqrt{\frac{\beta_H}{\beta}}$ gibt an, in welchem Maße v und $b_{y_{\max}}$ durch die Reifenabnutzung vergrößert werden. y_e ist der größte auf der ϱ_2 -Reifenhöhlung noch mögliche seitliche Ausschlag des Radsatzes. Bezeichnet $e_{2_{\max}}$ die größte auf der ϱ_2 -Reifenhöhlung noch mögliche Verschiebung von A_m am Reifen, so ist nach Gl. 18) $y_e = \frac{\varrho_2 - \varrho_1}{\varrho_2} \cdot e_{2_{\max}} \cdot e_{2_{\max}}$ ist aber nach Abb. 6 $= m + n - \varrho_2 \cdot \beta_m$; n ist aus Abb. 3a bis d entnommen. Der Vergleich von y_e mit dem bei $\alpha_0 = 0,00192$ wirklich erreichten y_{\max} zeigt, daß dabei auf allen Abnutzungsstufen der Berührungspunkt A_e die ϱ_2 -Höhlung gar nicht oder nur so wenig überschreitet, daß bis zu diesem α_0 die oben entwickelten Gleichungen als auf allen Abnutzungsstufen bis zu 144000 km Lauflänge gültig angesehen werden können.

Die wichtigsten Größen ändern sich mit zunehmender Lauflänge oder Reifenabnutzung in folgender Weise: m und c_m nehmen zunächst stark ab und bleiben dann ziemlich konstant. — Das leichte Wiederanwachsen bei 100000 bis 144000 km dürfte ein Zufallsergebnis sein. — $\varrho_2 - \varrho_1$ nimmt zunächst stark, dann zunehmend schwächer ab. $\sin \beta_m = \frac{c_m}{\varrho_2 - \varrho_1}$ nimmt demnach zunächst ein wenig ab und bleibt dann ziemlich konstant, steigt vielleicht auch ein wenig wieder an, schwankt im ganzen nicht stark und liegt im Mittel wohl nicht viel unter dem Anfangswert 0,05. Anders ausgedrückt: Die Verbindungslinie der Mittelpunkte der Reifenhöhlungs- und Schienenwölbungskreise der Umrisse bleibt ziemlich senkrecht auf den ursprünglichen Laufflächen-Umrißlinien liegen, neigt sich jedenfalls im Mittel nicht der Waagerechten zu. β_H nimmt stark zu. Bei 32000 km Lauflänge ist $\sqrt{\frac{\beta_H}{\beta}}$ schon $= 1,52$, der Lauf des Radsatzes schon um 52% verschlechtert. v , $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ werden sehr hoch; deren Werte, namentlich die der höheren Abnutzungsstufen, dürften unter ungünstigen Umständen schon zu unruhigem Lauf des Wagenkastens führen können.

Dies alles gilt ohne Berücksichtigung der elastischen seitlichen Durchbiegung und Verdrehung der Schienen durch die veränderliche Fliehkraft $\frac{Q'}{g} \cdot b_y$. Am wichtigsten ist hier die Verdrehung der angelaufenen linken Schiene durch diese Kraft; dadurch kommen stärker abgerundete Schienenkopfteile mit dem Reifen des anlaufenden Rades in Berührung, wird $\frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ größer und die Bahn von C etwas verflacht.

Durch Verkleinerung des β der neuen Reifen etwa auf $\beta_a = \frac{1}{40}$ ohne gleichzeitige Änderung der Form und Stellung der Schiene erreicht man natürlich, abgesehen von dem kleinen Nachteil einer Vergrößerung des Ausschlages y_{\max} , bei gleichem α_0 eine Verbesserung des Radsatzlaufs, solange die Reifen noch gar nicht oder wenig ausgehöhlt sind, bei Höhlung 0 eine von $\sqrt{\frac{\beta}{\beta_a}} = 1,41$ oder 41%. Aber diese Verbesserung verschwindet,

wie die Erfahrung zeigt, im Laufe des Betriebes ziemlich bald; es wird nur der Beginn stark unruhigen Laufs, der ja nach den Ausdrücken für b , ψ und ν von v abhängt, etwas hinausgeschoben, bei sehr großem v etwa von 20000 auf 40000 km, eine immer noch viel zu kleine Lauflänge. Das ist auch durchaus erklärlich, denn die schwächer geneigte Reifenlaufläche schmiegt sich schlechter an den unverändert gebliebenen Schienenkopf an, als die stärker geneigte und schleift sich bei dem der schlechteren Schmiegunng entsprechenden größeren Flächendruck schneller hohl. So nimmt der Verschleißumriß dieses Reifens schon nach etwa 40000 km Laufweg nahezu die gleiche Form an wie der mit der ursprünglich stärker geneigten Laufläche und ändert sich von da an nahezu wie dieser.

ab wie bei um 1:20 geneigter Laufläche und Schiene. Es ist nach dem Ergebnis der oben angeführten Betriebsversuche anzunehmen, daß auch hier bis zu sehr großer Lauflänge β_m nicht zunimmt oder daß die Verbindungslinie der Mittelpunkte des Reifenhöhlungs- und des Schienenkopfwölbungskreises nahezu senkrecht auf der ursprünglichen Reifen-Lauflächen-Umrißlinie liegen bleibt, jedenfalls sich nicht stärker der Waagerechten zu neigt. Somit würde das β_m der vorgeschlagenen Anordnung dauernd etwa so viel kleiner sein als das β_m der bisherigen unter 1:20 geneigten Reifen- und Schienenanordnung, wie die Neigung β der neu abgedrehten Radreifenlaufläche gegen die Waagerechte oder die gleich große Neigung der Schiene gegen die Senkrechte jetzt kleiner ist als 1:20. Man darf nun die Verkleinerung von β nicht

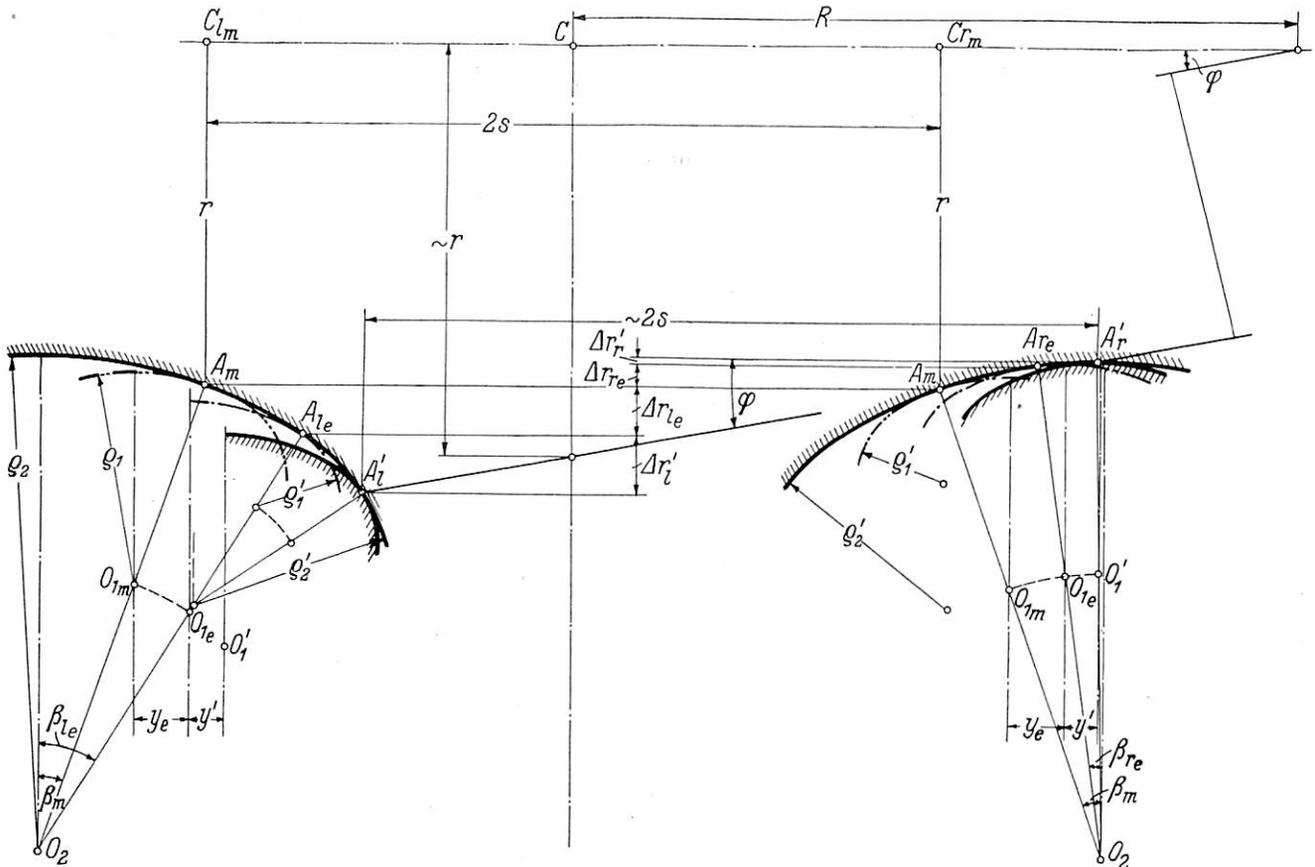


Abb. 8.

Beim neuen VMEV-Reifen setzt sich an die eigentliche um 1:20 geneigte Laufläche in 100 mm Abstand von der Radinnenkante die stärkere Endneigung von 1:10 an. Man hat vorgeschlagen, diese stärkere Neigung weiter innen, etwa schon in 70 mm Abstand von der Innenkante anzusetzen. Dadurch erreicht man erfahrungsgemäß nur eine Hinausschiebung des Reifenhöhlungs-scheitels nach außen, bei fast unveränderten ϱ_2 , also eine Vergrößerung von c_m , β_m und β_H , eine Verschlechterung des Laufes. Vielleicht läßt sich der Lauf ein wenig verbessern durch Ansetzen der stärkeren Neigung erst weiter außen, wie es sich bei englischen Reifen findet.

Weit stärker dürfte sich der Reifenhöhlungs-scheitel dauernd nach innen verschieben, β_m , c_m und β_H verkleinern lassen, indem man Reifen mit bis weit nach außen schwach geneigten Lauflächen auf entsprechend steiler gestellten Schienen laufen läßt*). Dann nutzt sich die Reifenlaufläche wieder ähnlich

zu weit treiben, denn nach Gl. 2a) bzw. 13) wächst y_{max} bei gleichem α_0 mit $\sqrt{\frac{1}{\beta}}$ bzw. $\sqrt{\frac{1}{\beta_H}}$, ist bei β oder $\beta_m = 0$ unendlich groß; d. h. bei zylindrischen Reifen hört jedes selbsttätige Wenden, jede „Rückstellung“ des unter α_0 schief gestellten Radsatzes auf; er läuft stets geradeaus; einmal unter α_0 schief gestellt, läuft er mit unverminderter Schiefstellung gegen die eine Schiene, bis er mit einem Spurkranz an diese anstößt oder mit einer Hohlkehle auf sie aufläuft und von ihr abrutscht. Beides erhöht, wie unten gezeigt werden wird, die Unruhe des Laufs.

Weiter dürfte sich durch Verbreiterung des Schienenkopfes, bei Vollbahnen auf mindestens 73 mm und durch Vergrößerung seines Scheitelwölbungshalbmessers auf mindestens 275 mm die Schmiegunng zwischen Reifen und Schienenkopf in neuem Zustande so verbessern lassen, daß entsprechend dem kleineren Flächendruck die Aushöhlung

praktischer Überlegungen völlig unabhängig von mir zu dem gleichen Vorschlag gleichzeitiger Verteilung der Schiene und Verringerung der Radreifenneigung gekommen ist, den er wahrscheinlich noch an dieser Stelle vertreten wird.

*) Diesen Vorschlag habe ich schon 1934 an dieser Stelle gemacht in der Arbeit: Zur Frage des Radreifenumrisses, Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1934, 1. September. Es erscheint mir bemerkenswert, daß von der Oberbauseite her Dr. Vogel auf Grund

der Reifen und damit die ungünstige Änderung des so wichtigen Verhältnisses $\frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ langsamer vor sich geht als bei den unter-

suchten Umrissen. Ob das $\frac{\varrho_2}{\varrho_1}$ auf dem hier betrachteten Berührungsbereich, nämlich flachster Reifenhöhlung mit ϱ_2 auf flachster Schienenkopfwölbung mit ϱ_1 , durch alle diese Maßnahmen auch an sich vergrößert wird, kann nicht vorausgesagt werden. Auch durch größere Härte der Radreifen läßt sich vielleicht etwas erreichen.

2. Beiderseitig verschiedene Umrißhalbmesser. Lenkt der Radsatz noch über y_e hinaus aus der Mittelstellung aus, so geht am anlaufenden Rad A_l , meist ziemlich gleichzeitig, am Reifen von einem Umrißstück des Halbmessers ϱ_2 auf ein solches des kleineren Halbmessers ϱ_2' und am Schienenkopf von ϱ_1 auf den kleineren Halbmesser ϱ_1' über, welche Halbmesser auf diesem weiteren Ausschlag oft auch noch abnehmen. Bei sehr großer Auslenkung geht wohl noch am ablaufenden Rad A_r am Reifen von ϱ_2 auf einen größeren oder bei Übergang in die Gegenkrümmung gar „negativen“ Halbmesser über. Wir wollen hier nur den einfachsten sehr häufig

vorkommenden Fall betrachten, daß bei der Auslenkung y_e am anlaufenden Rad A_l gleichzeitig von ϱ_2 auf ϱ_2' und von ϱ_1 auf ϱ_1' übergehe, am ablaufenden aber die Halbmesser sich nicht ändern, und daß bei der weiteren Auslenkung y_e bis y_{max} die Halbmesser ϱ_2' und ϱ_1' unverändert bleiben. Dann ändert sich das Gesetz der Bahn von C in dem Punkt, in dem die Auslenkung größer als y_e wird. Wir ermitteln zunächst einen Ausdruck für den veränderlichen Krümmungshalbmesser R des Bahnstücks von C auf dieser Auslenkung $y_e + y'$. In Abb. 8 ist, absichtlich verzerrt, ein um $y_e + y'$ aus der Mittelstellung nach links ausgelenkter Radsatz in seinen Berührungsteilen dargestellt; außer dieser Stellung sind noch strichpunktiert die y_e - und strichzweipunktiert die Mittel- oder m-Stellung dargestellt; — der größeren Deutlichkeit wegen ist nicht der Radsatz gegenüber dem Gleis nach links, sondern das Gleis gegenüber dem feststehenden Radsatz nach rechts verschoben dargestellt —. Aus dieser Abbildung lesen wir ab

$$a) \Sigma \Delta r = \Delta r_{l_e} + \Delta r_{r_e} + \Delta r_{l'} + \Delta r_{r'}$$

Darin ist $\Delta r_{l_e} + \Delta r_{r_e}$ nach Gl. 11) = $2 y_e \cdot \beta_m \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} = 2 y_e \cdot \beta_H$ und nach Gl. 9) und 10)

$$\Sigma \Delta r' = \Delta r_{l'} + \Delta r_{r'} = y' \left\{ \sin \beta_{l_e} \frac{\varrho_2'}{\varrho_2' - \varrho_1'} + \sin \beta_{r_e} \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \right\} + \frac{y'^2}{2} \left\{ \frac{\varrho_2'}{(\varrho_2' - \varrho_1')^2} - \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} \right\}$$

mit $\sin \beta_{l_e} \approx \beta_m + \frac{y_e}{\varrho_2 - \varrho_1}$, $\sin \beta_{r_e} \approx \beta_m - \frac{y_e}{\varrho_2 - \varrho_1}$ nach Gl. 19).

Die genaue Berücksichtigung dieser Veränderlichkeit von $\Sigma \Delta r'$ führt zu einer sehr umständlichen Rechnung. Genau

genug können wir bei dem meist nur kleinen Beitrag des quadratischen Gliedes dieses durch ein lineares ersetzen, das bei y'_{max} gleich $\frac{2}{3}$ des quadratischen ist, also schreiben:

$$\Delta r_{l'} + \Delta r_{r'} = y' \left\{ \sin \beta_{l_e} \frac{\varrho_2'}{\varrho_2' - \varrho_1'} + \sin \beta_{r_e} \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \right\} + \frac{1}{2} \frac{2}{3} y_{max}' \left\{ \frac{\varrho_2'}{(\varrho_2' - \varrho_1')^2} - \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} \right\}$$

Der einfacheren Schreibweise wegen wollen wir den nunmehr konstanten Inhalt der eckigen Klammer mit $2 \beta'$ bezeichnen, also setzen:

$$\beta' = \frac{1}{2} \left\{ \sin \beta_{l_e} \frac{\varrho_2'}{\varrho_2' - \varrho_1'} + \sin \beta_{r_e} \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \right\} + \frac{1}{6} y_{max}' \left\{ \frac{\varrho_2'}{(\varrho_2' - \varrho_1')^2} - \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} \right\}$$

Das zweite Glied kann positiv und negativ sein, β' kann kleiner und größer als β_H sein. Somit lautet Gl. a) näherungsweise

$$a) \Sigma \Delta r = 2 y_e \cdot \beta_H + 2 y' \cdot \beta'$$

β' entspricht also dem β_H bzw. β der Fälle a und b 1; wir können es ebenfalls als ein „Ersatz“- β ansehen. Weiter lesen wir aus Abb. 8 ab

$$b) \cotg \varphi = \frac{2 s}{\Sigma \Delta r}$$

$$c) \cotg \varphi \approx \frac{R}{r}$$

Aus a), b), c) erhalten wir

$$d) R = \frac{s \cdot r}{y_e \cdot \beta_H + y' \cdot \beta'}$$

Da das betrachtete Bahnstück stets sehr flach ist, können wir genau genug setzen:

$$y' = -y_e \frac{\beta_H}{\beta'} + \sqrt{\frac{\beta_H}{\beta'}} \sqrt{\alpha_0^2 \frac{r \cdot s}{\beta_H} - y_e^2 \left(1 - \frac{\beta_H}{\beta'}\right)} \cdot \sin \left\{ (x' + c) \sqrt{\frac{\beta'}{r \cdot s}} \right\} \dots \dots \dots 22)$$

Das Bahnstück gehört also einer Sinuslinie an, deren Wellenlänge $2 \pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta'}}$, deren halbe Wellenhöhe bei $\beta' > \beta_H$ etwas kleiner als bei unveränderlichem β_H , nämlich als $\alpha_0 \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}}$

$$e) R = - \frac{1}{\frac{d^2 y'}{d x'^2} + \frac{y'}{s \cdot r} + y_e \frac{\beta_H}{s \cdot r}} = 0,$$

Aus d) und e) erhalten wir die Differentialgleichung des Bahnstücks

$$\frac{d^2 y'}{d x'^2} + y' \frac{\beta'}{s \cdot r} + y_e \frac{\beta_H}{s \cdot r} = 0,$$

worin y_e konstant ist. Deren Lösung lautet bekanntlich $y' = -y_e \frac{\beta_H}{\beta'} + \sqrt{y_e^2 \left(\frac{\beta_H}{\beta'}\right)^2 + \alpha_e^2 \frac{s \cdot r}{\beta'}} \cdot \sin \left\{ (x' + c) \sqrt{\frac{\beta'}{s \cdot r}} \right\} \dots 21)$

worin nach Gl. 1 a) und 2) $\alpha_e = \alpha_0 \sqrt{1 - \frac{y_e^2}{\alpha_0^2} \cdot \frac{\beta_H}{r \cdot s}}$ die Neigung der Bahn von C gegen die Gleislängsachse am Beginn des betrachteten Bahnstücks bei $x' = 0, y' = 0, y = y_e$ ist. Mit diesem Ausdruck für α_e schreibt sich die Gleichung des Bahnstücks auch in der Form:

ist und deren Null-Linie um $y_e \frac{\beta' - \beta_H}{\beta'}$ gegen die der ursprünglichen Sinuslinie verschoben ist. Die Gleichung der auf die Null-Linie der ursprünglichen Sinuslinie bezogenen Bahn hat den Ausdruck:

$$y = y' + y_e = y_e \frac{\beta' - \beta_H}{\beta'} + \sqrt{y_e^2 \left(\frac{\beta_H}{\beta'}\right)^2 + \alpha_e^2 \frac{r \cdot s}{\beta'}} \cdot \sin \left\{ (x' + c) \sqrt{\frac{\beta'}{r \cdot s}} \right\} \dots \dots \dots 22a)$$

Die Konstante c erhalten wir daraus, daß bei $y' = 0$ $x' = 0$ und $\frac{d y'}{d x'} = \alpha_0$ ist, zu:

$$c = \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta'}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left\{ \frac{y_e}{\alpha_0} \frac{\beta_H}{\sqrt{\beta' \cdot r \cdot s}} \right\} \dots \dots \dots 23).$$

$$l = 4 \left[\sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} \operatorname{arc} \operatorname{sin} \left(\frac{y_e}{\alpha_0} \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right) + \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta'}} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \left(\frac{y_e}{\alpha_0} \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \sqrt{\frac{\beta_H}{\beta'}} \right) \right] \dots \dots \dots 25).$$

Die Frequenz ν ist natürlich auch hier $= \frac{v}{l}$.

Im Gegensatz zu den beiden bisher betrachteten Fällen einer einzigen nach gleichem Gesetz durchgehenden Sinuslinie hängen hier Wellenlänge l und Frequenz ν der ganzen Bahn von α_0 ab. Und zwar nimmt l mit wachsendem α_0 ab, wenn $\beta' > \beta_H$ ist und zu, wenn $\beta' < \beta_H$ ist. Natürlich gilt das nur für $\alpha_0 > y_e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$, denn sonst tritt

Bis zum Scheitel hat mithin das betrachtete Bahnstück die Länge:

$$x_0' = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta'}} - c = \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta'}} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \left(\frac{y_e}{\alpha_0} \frac{\beta_H}{\sqrt{\beta' \cdot r \cdot s}} \right) \dots 24)$$

und die ganze Welle hat die Länge:

ja dieser Fall gar nicht auf. Bei $\alpha_0 = y_e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$ ist $l = 2\pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}}$; und je mehr α_0 diesen unteren Grenzwert des vorliegenden Falles überschreitet, desto mehr sinkt l darunter, wenn $\beta' > \beta_H$, und desto mehr steigt es darüber, wenn $\beta' < \beta_H$ ist.

In Abhängigkeit von y_e bei konstantem α_0 nimmt demnach l bei abnehmendem y_e ebenfalls ab, wenn $\beta' > \beta_H$ ist, und zu, wenn $\beta' < \beta_H$ ist.

Durch zweifache Differentiation nach der Zeit von Gl. 21) erhalten wir:

$$b_{y'} = b_y = - \frac{d^2 y'}{dt^2} = + v^2 \frac{\beta'}{r \cdot s} \sqrt{y_e^2 \left(\frac{\beta_H}{\beta'} \right)^2 + \alpha_0^2 \frac{r \cdot s}{\beta'}} \cdot \operatorname{sin} \left\{ (x' + c) \sqrt{\frac{\beta'}{r \cdot s}} \right\} \dots \dots \dots 26)$$

$$b_y = + v^2 \frac{\beta'}{r \cdot s} \left(y' + y_e \frac{\beta_H}{\beta'} \right) \dots \dots \dots 26a)$$

und durch nochmalige Differentiation:

$$\psi_{y'} = \psi_y = + v^3 \left(\frac{\beta'}{r \cdot s} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{y_e^2 \left(\frac{\beta_H}{\beta'} \right)^2 + \alpha_0^2 \frac{r \cdot s}{\beta'}} \cdot \operatorname{cos} \left\{ (x' + c) \sqrt{\frac{\beta'}{r \cdot s}} \right\} \dots \dots \dots 27).$$

ψ_y hat seinen Höchstwert zu Beginn des betrachteten Bahnstücks bei $x' = 0$. Ist β' viel größer als β_H , so kann bei verhältnismäßig kleinem y_e dieser Querruck größer als der beim Durchgang durch die Mittelstellung, $x = 0$, auftretende sein.

ein wenig nach außen wandern dürfte (s. oben). Während Abnutzung der Reifen ungünstig auf den Lauf wirkt, dürfte Abnutzung der Schiene hiernach günstig wirken, was ebenfalls durch die Erfahrung bestätigt wird.

Für den Radsatz und die Schiene des Zahlenbeispiels erhalten wir bei Zugrundelegung des gleichen y_{\max} von 5 mm auf allen Abnutzungsstufen bis zu 100000 km Lauf-länge die Zahlenwerte der Zusammenstellung 2. y_e ist aus Zusammenstellung 1 entnommen. y'_{\max} ist gleich $y_{\max} - y_e$. Das zugehörige α_0 ist aus der nach α_0 aufgelösten Gl. 22) berechnet. α_0 nimmt bei dem zugrunde gelegten gleichen y_{\max} von 5 mm mit zunehmender Reifenabnutzung stark zu, ebenso β' , das bei kleiner Lauffläche etwas kleiner als β_H ist, um von etwa 70000 km an merklich darüber hinauszugehen. Demgemäß sind l und ν bis zu etwa 70000 km fast genau so groß wie im Fall b 1 und werden erst bei größerer Laufflänge merklich kleiner bzw. größer, bei großen Lauffängen unzulässig klein bzw. groß. Auch bei $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ werden auf den höheren Abnutzungsstufen außerordentlich hoch; sie können aber nicht ohne weiteres mit den Werten der gleichen Stufe von Fall b 1 verglichen werden, weil hier in Fall b 2 y_{\max} und α_0 viel größer sind als dort und weil allgemein $b_{y_{\max}}$ und $\psi_{y_{\max}}$ mit y_{\max} und α_0 zunehmen. Und es ist zu bedenken, daß die hier vernachlässigte elastische Ausbiegung von Rad und Schiene etwas abschwächend wirkt.

Bis zu etwa 70000 km Reifenlauflänge ist also auf der mittelabgenutzten Schiene der Übergang des Berührungspunktes A_1 auf schärfer als mit ϱ_2 gekrümmte Umrißteile der Reifen nur von sehr geringem Einfluß auf l und ν ; erst bei größerer Laufflänge wird er merklich und ungünstig. Auf schwächer abgenutzter Schiene dürfte sich schon bei kleinerer Laufflänge, auf stärker abgenutzter erst bei größerer ein ungünstiger Einfluß bemerkbar machen, weil der Schienenscheitel mit zunehmender Abnutzung

Zusammenstellung 1.

Reifenlauflänge in km	0	32 000	60 000	100 000	144 000
m in mm	—	22,8	19,5	19,1	19,4
$c_m = m - 17$ in mm	—	5,8	2,5	2,1	2,4
$\varrho_2 - \varrho_1$ in mm	∞	420 — 275 = 145	350 — 275 = 75	330 — 275 = 55	320 — 275 = 45
β_m in Bogenmaß	0,050	0,04	0,033	0,038	0,053
β_H in Bogenmaß	0,050	0,116	0,155	0,228	0,378
$\sqrt{\frac{\beta_H}{\beta}}$	1,0	1,52	1,76	2,14	2,74
y_{\max} in mm bei $\alpha_0 = 0,00192$	5,0	3,3	2,85	2,30	1,83
y_e in mm	—	3,80	2,80	2,00	1,50
l in m bei $\alpha_0 \leq 0,00192$	16,3	10,7	9,25	7,65	5,95
ν in 1/s	2,45	3,7	4,3	5,2	6,7
$b_{y_{\max}}$ in m/s ²	1,2	1,8	2,1	2,5	3,3
R_{\min} in m	1380	890	763	640	485
$\psi_{y_{\max}}$ in m/s ³	18,3	42,2	56,4	83,5	138,5

bei $\alpha_0 = 0,00192$
und $v = 40$ m/s

Die ungünstige scharfe Höhlung des Reifens mit dem kleineren ϱ_2' liegt im Umriss da, wo die „Linse“ sich an den „Buckel“ anschließt, s. Abb. 3a, b oben. Bei jedem Übergang des anlaufenden Rades aus der Geraden in eine Gleiskrümmung, bei kleinem Spiel σ des Radsatzes im Gleis, einseitigem Lauf und sehr großem α_0 auch bei Lauf in der Geraden, läuft das Rad so weit an die Schiene an, daß der Berührungspunkt A_l noch über diesen Buckel hinüberläuft. Das ist natürlich eine weitere Quelle der Unruhe im Lauf. Durch bessere An-schmiegung des neuen Schienenkopfes an den neuen Reifen in der Gegend des Übergangs der kegelförmigen Reifenlauf-fläche zur Hohlkehle, wozu gehört, daß die Neigung der Schiene gegen die Senkrechte höchstens gleich der Neigung der Umrisslinie der kegelförmigen Lauffläche gegen die Waage-rechte ist, dürfte sich erreichen lassen, daß der Buckel C sich weniger scharf ausbildet und der Höhlungshalbmesser ϱ_2' und das Verhältnis $\frac{\varrho_2'}{\varrho_1'}$ etwas größer bleiben, da dann der Abschleiß

der fraglichen Reifen- und Schienenkopfteile schon bei kleinerer Reifenlauffläche beginnt. Bei diesem Lauf über den Buckel sind wir schon an der Grenze des Freilaufs; wie der Radsatz sich bei ihrer Überschreitung verhält, wird unten in Ab-schnitt II b untersucht. Die waagerechten und senkrechten Bewegungen der Punkte C_l und C_r sind nach den obigen Aus-führungen leicht zu ermitteln.

3. Sprung von A. Die neuen Schienenköpfe der in Europa üblichen Formen haben im Gegensatz zu den ab-genutzten eine Kopfwölbung, die gleichmäßig und sym-metrisch zur Schienenhöhenachse über die ganze Breite der eigentlichen Kopffläche reicht und sehr verschieden scharf ist mit einem $\varrho_1 = 200$ bis 400 mm. Läuft ein freier Radsatz mit ziemlich stark abgenutzten Reifen auf solchen neuen Schienenköpfen mit kleinem ϱ_1 von etwa 200 bis 250 mm, so berühren in Mittelstellung des Radsatzes in der Regel die beiden Reifen mit ihrer flachen Scheitelhöhlung vom Halb-messer ϱ_2 die Schienenscheitelwölbung vom kleineren Halb-messer ϱ_1 , ebenso wie in den bisher betrach-teten Fällen. Auch bei kleiner Auslenkung

ändert sich nichts, wandern A_l und A_r stetig nach innen und außen unter allmählicher Änderung der beiden Laufkreishalbmesser. Bei einem gewissen $y = y_i$ aber verlegt sich am anlaufenden Rad der Punkt A_l sprung-haft an Reifen und Schiene weiter nach der Gleismitte zu unter plötzlicher Zunahme des Laufkreishalbmessers r_H um h , sobald sich nämlich am anlaufenden Rad der innere Teil des Reifenumrisses mit seiner schärferen Höhlung vom Halbmesser ϱ_2' an die noch flachere Wölbung des Schienenkopfes vom größeren Halbmesser ϱ_1 heranschiebt, s. Abb. 9. Dabei springt A_l am Schienenkopf nach innen von A_{H_i} nach $A_{H'}$ bis etwas über den Über-gangspunkt U_j zwischen der mit ϱ_1 gewölbten Schienenk opffläche und der sehr viel schärfer mit dem sehr viel kleineren ϱ_1'' gewölbten inneren Schienenkopfecke. Voraussetzung dieses Springens von A_l ist also, daß die

Abnutzung des Reifens so weit vorgeschritten ist, daß sich in der Nähe der Reifenhohlkehle ein Höhlungshalbmesser ϱ_2' gebildet hat, der etwas kleiner als der Halbmesser ϱ_1 der Schienenscheitelwölbung ist. Ist der Reifen erst so weit ab-genutzt, daß sein ϱ_2' gerade gleich ϱ_1 ist, so springt bei $y = y_i$ der Punkt A_l noch nicht, sondern erweitert er sich in unendlich kleiner Zeit zu einer Linie, die von der Stelle A_{H_i} , die er unmittelbar vor y_i inne hatte, bis zum Übergangspunkt zwischen Schienenkopffläche und -ecke reicht und zieht sich im nächsten Augenblick zu einem Punkt $A_{H'}$ an dieser Übergangsstelle zusammen. Das ist der Übergang zum eigentlichen Springen. Bei weiterer Auslenkung des Radsatzes bewegt sich A_l nur noch sehr wenig an der Schienenkopfecke abwärts, weil deren ϱ_1'' stets sehr viel kleiner als der Höhlungshalb-messer des Reifens ist, auch wenn dieser dabei unter ϱ_2' sinkt.

Würde nun unmittelbar nach dem Sprung der Radsatz sich wie bisher rein rollend weiter bewegen, so würde im Augenblick des Sprunges der Laufkreishalbmesser des an-laufenden Rades von r_{H_i} auf $r_{H_i} + h$ springen, der des anderen unverändert bleiben, der Krümmungshalbmesser R der waagerechten Bahn von C plötzlich von $\frac{2 s \cdot r}{\Sigma \Delta r_i}$ auf $\frac{2 s \cdot r}{\Sigma \Delta r_i + h}$ sinken und die Querbeschleunigung b_y demgemäß sprunghaft zunehmen mit unendlich großem Querruck; der Rad-satz würde sehr scharf wenden, die Wellenlänge der Bahn von C würde durch den Sprung erheblich verkürzt, ihre

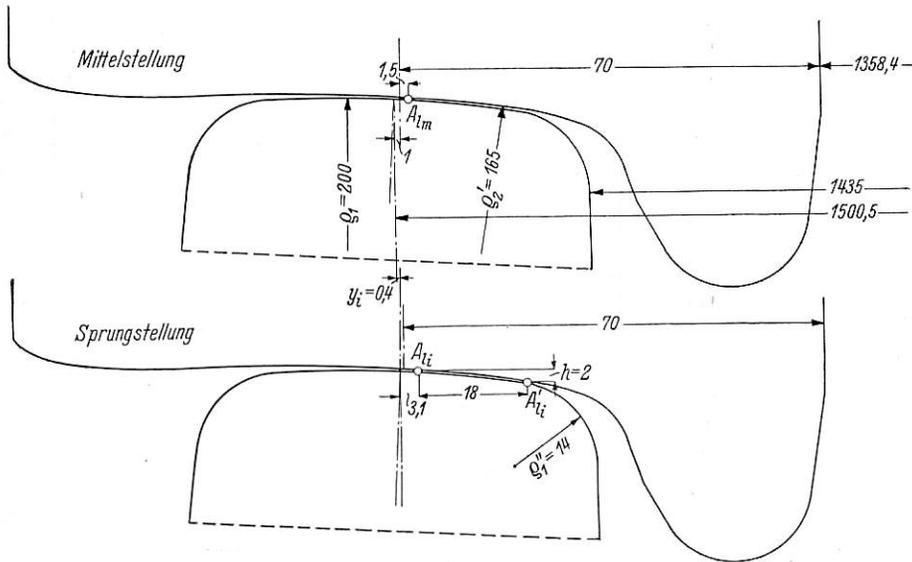


Abb. 9.

Zusammenstellung 2.

Reifenlauflänge in km	32 000	60 000	100 000
β_H in Bogenmaß	0,116	0,155	0,228
y_{max} in mm	5	5	5
y_e in mm	3,8	2,8	2,0
$y'_{max} = y_{max} - y_e$ in mm	1,2	2,2	3,0
α_0 in Bogenmaß	0,0029	0,0034	0,0043
α_e in Bogenmaß	0,0019	0,0028	0,0039
β_{l_0} in Bogenmaß	0,066	0,070	0,074
β_{r_0} in Bogenmaß	+ 0,014	- 0,004	+ 0,002
ϱ_1' in mm	150	150	150
ϱ_2' in mm	250	200	180
β' in Bogenmaß	0,104	0,138	0,273
l in m	10,8	9,4	7,3
v in 1/s	3,7	4,2	5,5
$b_{y_{max}}$ in m/s ²	2,7	3,5	6,1
R_{min} in m	593	457	263
$\psi_{y_{max}}$ in m/s ³ bei $x = 0$	64,5	99	185
$\psi_{y_{max}}$ in m/s ³ bei $x' = 0$	29	80	260

Frequenz erheblich vergrößert werden. Diese Wirkung tritt nun in voller Schärfe nicht auf, weil der Radsatz unmittelbar nach dem Sprung zunächst stets etwas gleitet, wie folgende Überlegung zeigt. Unmittelbar vor dem Sprung dreht sich der Radsatz mit der Winkelgeschwindigkeit ω_y um seine Eigendrehachse, dann hat der Punkt A_H des anlaufenden Rades unmittelbar vor dem Sprung die rückwärts gerichtete reine Umfangsgeschwindigkeit um die Radsatz-Eigendrehachse $\omega_y \cdot r_H$, unmittelbar danach aber $\omega_y (r_H + h)$. Bei $\omega_y \cdot r_H$ fand am Punkt A_H reines Rollen statt; somit muß bei dem größeren $\omega_y (r_H + h)$ leichtes Rückwärtsgleiten des mit Masse behafteten Rades am Punkt A_H' stattfinden, da beide Male die Schiene ruht. Sonst müßte das ganze anlaufende Rad in unendlich kleiner Zeit seine vorwärts gerichtete Fortschrittsgeschwindigkeit von $\omega_y \cdot r_H$ auf $\omega_y (r_H + h)$ vergrößern. Weiterhin kann auch, je nach der Lastverteilung an den Berührungspunkten das anlaufende Rad sehr wenig rückwärts und gleichzeitig das ablaufende sehr wenig vorwärts gleiten. Durch dies Längsgleiten der Räder ist ihr Haftreibungsschluß auf den Schienen gelöst und es setzt der Radsatz der in der Anlaufrichtung, also quer nach links, drückenden Fliehkraft nicht mehr den Widerstand $f Q$ sondern einen sehr viel kleineren entgegen. Infolgedessen kommt der Radsatz außer zum Längs- noch zum Quergleiten. Das Längsgleiten dauert so lange, bis der Unterschied $\omega_y \cdot h$ durch Änderung der Fortschrittsgeschwindigkeit jedes der beiden Räder oder der Winkelgeschwindigkeit des Radsatzes um eine senkrechte Achse ausgeglichen ist. Diese Winkelbeschleunigung wird dem Radsatz erteilt durch die den Längsgeschwindigkeiten in A_H' und A_H'' entgegengesetzt gerichteten Gleitwiderstandskomponenten, die in A_H' vorwärts, in A_H'' rückwärts gerichtet sind und den Radsatz momentan an diesen Punkten festzuhalten suchen. Mit dem Längsgleiten hört auch das Quergleiten auf.

Dies Längs- und Quergleiten hat eine Streckung der Bahn von C zur Folge. Einerseits ist der Widerstand des

$$\Sigma \Delta r = 2 \cdot y_i \cdot \beta_m \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} + h + y'' \left\{ \sin \beta_H' \frac{\varrho_2''}{\varrho_2'' - \varrho_1''} + \sin \beta_{r_1} \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \right\} + \frac{y^{2''}}{2} \left\{ \frac{\varrho_2''}{(\varrho_2'' - \varrho_1'')^2} - \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} \right\}.$$

Darin sind ϱ_2'' und ϱ_1'' die Umrißhalbmesser derjenigen Reifenhöhlung und Schienenwölbung, auf denen sich nach dem Sprung der Berührungspunkt A_i des anlaufenden Rades bewegt; am ablaufenden Rad sollen die Halbmesser ϱ_2 und ϱ_1 sich nicht ändern. β_H' ist derjenige Winkel, den die Umrißelemente am Punkt A_H' unmittelbar nach dem Sprung mit der Waagerechten bilden. β_H' und h werden am einfachsten

$$\beta_H'' = \frac{1}{2} \left\{ \sin \beta_H' \frac{\varrho_2''}{\varrho_2'' - \varrho_1''} + \sin \beta_{r_1} \frac{\varrho_2}{\varrho_2 - \varrho_1} \right\} + \frac{1}{6} y_{\max}'' \left\{ \frac{\varrho_2''}{(\varrho_2'' - \varrho_1'')^2} - \frac{\varrho_2}{(\varrho_2 - \varrho_1)^2} \right\} \dots \dots \dots 28)$$

erhalten wir die Differentialgleichung für y'' :

$$\frac{d^2 y''}{dx'^2} + y'' \cdot \frac{\beta''}{r \cdot s} + \frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{r \cdot s} = 0,$$

deren Lösung lautet

$$y'' = - \frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\beta''} + \sqrt{\left(\frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\beta''} \right)^2 + \frac{\alpha_1^2}{\beta''} r \cdot s} \sin \left\{ (x'' + c) \sqrt{\frac{\beta''}{r \cdot s}} \right\} \dots \dots \dots 29)$$

$$\text{mit } c = \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta''}} \arctg \left\{ \frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\alpha_1} \frac{1}{\sqrt{r \cdot s \cdot \beta''}} \right\} \dots \dots \dots 30).$$

Somit ist der ganze Ausschlag

$$y = y_i + y'' = y_i \frac{\beta'' - \beta_H}{\beta''} - \frac{h}{2 \beta''} + \sqrt{\left(\frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\beta''} \right)^2 + \frac{\alpha_1^2}{\beta''} r \cdot s} \sin \left\{ (x'' + c) \sqrt{\frac{\beta''}{r \cdot s}} \right\} \dots \dots \dots 31).$$

Radsatzes gegen Gleiten verhältnismäßig dem Achsdruck Q mal der Haft- und Gleitreibungsziffer f, f' , und andererseits nimmt die das Quergleiten begünstigende Lockerung des Reibungsschlusses mit der Sprunghöhe h und der Fahrgeschwindigkeit v zu, ebenso die zur Wiederherstellung des Rollens erforderliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit des Radsatzes um eine senkrechte Achse. Schließlich nehmen das sich dieser Winkelbeschleunigung widersetzen Massenträgheitsmoment des Radsatzes mit seinem Eigengewicht Q' und die zum Gleiten führende Fliehkraft mit Q' und v zu. Daher gleitet der Radsatz um so mehr, streckt sich die Bahn von C bei diesem Zwischengleiten gegenüber der Rollbahn um so stärker, je größer h und v , je kleiner f und f' und je kleiner $\frac{Q}{Q'}$ ist. Bei den üblichen Verhältniswerten von $\frac{Q}{Q'}$ dürfte bei

nicht sehr großem v , also nach einigermaßen ruhigem Lauf, und bei trockenen nicht sehr glatten oder gar rauhen Fahrspiegeln der Schienen die streckende Wirkung des Zwischengleitens auf die Bahn von C ziemlich klein sein, bei großem v und bei großer Fahrspiegelglätte dagegen merklich. Große Fahrgeschwindigkeit birgt also in sich selbst ein Beruhigungsmittel der durch sie hervorgerufenen Laufunruhe, das um so wirksamer ist, je glatter der Fahrspiegel. Man sollte daher Reifen und Schienenkopf so profilieren, daß die neuen Reifen anlaufender Räder die neuen Schienenköpfe im Verlauf des Anlaufens nach und nach möglichst auf der ganzen Breite von Scheitelflächenmitte bis zum Übergangspunkt U_i innen, ohne Lücken berühren und abschleifen, daß also Einpunktberührung besteht.

Wir wollen nun die Gleichung des Bahnstücks von C nach dem Sprung aufstellen, unter der stets etwas zu ungünstigen Annahme reinen Rollens. Das geschieht wie oben im Fall b 2. Bezeichnet y'' den über y_i hinausliegenden Teilausschlag, so hat $\Sigma \Delta r$ nach dem Sprung den Ausdruck — siehe Gl. a) oben im Fall b 2 —:

zeichnerisch durch waagerechtes Verschieben des Schienenkopfumrisses gegenüber dem Reifenumriß aus der Mittelstellung heraus bis in die Sprungstellung hinein ermittelt; $\sin \beta_{r_1}$ ist auch hier $\approx \beta_m - \frac{y_i}{\varrho_2 - \varrho_1}$. Mit der gleichen Vereinfachung wie in Fall b 2 und der abkürzenden Bezeichnung:

Darin ist, wie oben, $\alpha_i = \alpha_0 \sqrt{1 - \frac{y_i^2}{\alpha_0^2} \cdot \frac{\beta_H}{r \cdot s}}$. Setzen wir diesen Ausdruck in Gl. 29) ein, erhalten wir auch

$$y'' = - \frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\beta''} + \sqrt{\alpha_0^2 \frac{r \cdot s}{\beta''} + \left(\frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\beta''}\right)^2 - \frac{y_i^2 \cdot \beta_H}{\beta''} \sin \left\{ (x'' + c) \sqrt{\frac{\beta''}{r \cdot s}} \right\}} \dots \dots \dots 32)$$

und einen entsprechenden Ausdruck für y, in Abhängigkeit von α_0 . Das Bahnstück nach dem Sprung ist also Teil einer Sinuslinie der Wellenlänge $2 \pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta''}}$ und einer mit h

wachsenden Wellenhöhe, deren Null-Linie um $y_i \cdot \frac{\beta'' - \beta_H}{\beta''} - \frac{h}{2}$ gegen die der ursprünglichen Sinuslinie verschoben ist. Weiter ergibt sich ebenso wie oben

$$l = 4 \left[\sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} \arcsin \left(\frac{y_i}{\alpha_0} \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right) + \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta''}} \arctg \left(\frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\alpha_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{r \cdot s \cdot \beta''}} \right) \right] \dots \dots \dots 33),$$

und

$$b_{y''} = b_y = + v^2 \frac{\beta''}{r \cdot s} \sqrt{\left(\frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\beta''}\right)^2 + \frac{\alpha_i}{\beta''} r \cdot s \cdot \sin \left\{ (x'' + c) \sqrt{\frac{\beta''}{r \cdot s}} \right\}} \dots \dots \dots 34)$$

oder

$$b_y = + v^2 \cdot \frac{\beta''}{r \cdot s} \left(y'' + \frac{y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2}}{\beta''} \right) \dots \dots 35).$$

Der Querruck wird am größten unmittelbar nach dem Sprung, und zwar, wie gesagt, ohne Rücksicht auf das Gleiten und die Elastizität von Rad und Schiene unendlich!

Auch hier hängen l und v stark von α_0 und außerdem noch von der Sprunghöhe h ab. Die größte Wellenlänge $l_{max} = 2 \pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}}$ tritt auf bei $\alpha_0 = y_i \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$, dem kleinsten α_0 des Falles b 3. Bei darüber hinaus anwachsendem α_0 nimmt l zunächst ab, bis α_0 auf

$$\alpha_0' = \frac{1}{\sqrt{r \cdot s}} \sqrt{\frac{y_i \cdot h \left(y_i \cdot \beta_H + \frac{h}{2} \right) - y_i^3 \beta_H (\beta'' - \beta_H)}{\frac{h}{2} - y_i (\beta'' - \beta_H)}} \dots 36)$$

angewachsen ist. Bei diesem Wert von α_0 ist l am kleinsten, wie sich leicht nachweisen läßt, indem man die erste Ableitung von l [Gl. 33)] nach α_0 bildet und gleich 0 setzt. Bei noch weiterem Wachsen von α_0 nimmt l wieder zu. l schwankt hier also stark mit α_0 . Außerdem nimmt l natürlich mit zunehmendem h ab. Bei größerem h kann l_{min} bei α_0' außerordentlich klein, das zugehörige v außerordentlich groß werden, allerdings bei ziemlich kleinem Ausschlag y, der sich nach Gl. 32) errechnet.

Auch b_y wächst mit zunehmendem h. Da es außerdem stetig mit wachsendem α_0 zunimmt, fällt $b_{y_{max}}$ nicht mit dem größten v zusammen. Beim Sprung wächst b_y plötzlich um:

$$\Delta b_y = \frac{v^2}{r \cdot s} \cdot \frac{h}{2} \dots \dots \dots 37).$$

Für den Radsatz des Zahlenbeispiels und neue Schienen S 49 mit $q_1 = 200$ mm, $q_1'' = 14$ mm erhalten wir mit der Annahme reinen Rollens auch unmittelbar nach dem Sprung die Zahlenwerte der Zusammstellung 3 für diejenigen Abnutzungsstufen, auf denen ein Sprung auftritt. Für eine Reifenauflänge bis zu 60000 km besteht Fall b 2. Bei 60000 km liegt der Übergang zum Sprung; denn hier wird $q_2' = q_1 = 200$ mm; bei größerer Lauflänge tritt ein regelrechter Sprung auf. B, der Abstand des Schienenscheitels der neuen Schiene von der Gleismitte ist 760,2 mm (s. oben). D_m , der Abstand der „mittleren Laufkreisebene“ in Radsatzmittelstellung von der Gleismitte, ist unverändert = 749,2 mm, B - D_m daher 11 mm.

h und β und β_H' sind zeichnerisch und rechnerisch ermittelt. Die Zahlenwerte der Zusammenstellung sind berechnet erstens für den unteren Grenzwert von α_0 : $\alpha_0 = y_i \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$, bei dem l_{max} auftritt, zweitens für $\alpha = \alpha_0'$, bei dem l_{min} auftritt, drittens für das gleiche α_0 wie in Fall b 2 mit mittelabgenutzten Schienen und viertens für $y_{max} = 5$ mm und das diesem nach Gl. 32) zugehörige sehr große α_0 . Bei diesem größten Ausschlag von $y_{max} = 5$ mm geht bei 100000 km Lauflänge der Berührungspunkt A_l am Reifen des anlaufenden Rades von $q_2'' = 180$ auf $q_2'' = 50$ mm über; hier wurde ein konstanter Mittelwert von 110 mm eingesetzt.

Der Sprung von 1,9 bzw. 2 mm Höhe erweist sich als außerordentlich ungünstig; er vergrößert v, b_y und ψ_y erheblich. α_0 ist von starkem Einfluß auf v; bei 100000 km tritt beim ungünstigsten α_0 ein v von 14 auf, allerdings bei einem y_{max} von nur 0,6 mm; hier gerät der Radsatz in außerordentlich schnelle Querschwingungen sehr kleinen Ausschlag. b_y wächst im Augenblick des Sprunges um 4,5 bzw. 4,75 m/s²! Dabei ist allerdings zu bedenken, daß infolge des Zwischengleitens und der elastischen Ausbiegung und Verdrehung der angelaufenen Schiene tatsächlich $b_{y_{max}}$, $\psi_{y_{max}}$ und v etwas kleiner ausfallen.

Um diesen Sprung sicher zu vermeiden, müßte man die Kopfwölbung der neuen Schiene noch etwas schärfer machen als die schärfste Reifenhöhlung in der Nähe der Hohlkehle, mit der die Schiene zusammenarbeitet und den Umriß des neuen Schienenkopfes dem des stärkst abgenutzten Reifens anpassen. Ein so stark gewölbter Schienenkopf würde wahrscheinlich die Reifenauflänge in so ungünstiger Weise abnutzen, sich so scharf in diese einbohren, schnell ein so kleines q_2 erzeugen, daß der Lauf, s. Fall b 1, sehr unruhig würde.

Will man nicht den Lauf im allgemeinen verschlechtern, muß man wohl diesen Sprung bei Lauf stark abgenutzter Reifen auf neuen Schienen in Kauf nehmen, kann aber seine ungünstige Wirkung wie gesagt durch große Fahrspiegelglätte mildern.

Das Springen von A_l am anlaufenden Rad beginnt, wie gesagt, sobald mit steigender Abnutzung des Reifens dessen q_2' in der Nähe der Hohlkehle etwas kleiner als das q_1 der Kopffläche der neuen Schiene wird. Wenn wir nun dies q_1 größer machen, statt 200 mm etwa 400 mm, so beginnt der Sprung von A_l in der Nähe von U_1 am anlaufenden Rad schon nach kleinerer Reifen-

Zusammenstellung 3.

Reifenlauflänge in km	60 000				100 000			
m in mm	19,5				19,1			
$c_m = m - 11$ in mm	8,5				8,1			
$\varrho_2 = \varrho_1$ in mm	350 - 200 = 150				330 - 200 = 130			
β_m in Bogenmaß	0,057				0,062			
β_H in Bogenmaß	0,133				0,157			
y_i in mm	1,9				0,4			
h in mm	1,0				2,0			
a_0 in Bogenmaß	0,0012	$a_0' = 0,0028$	0,0034	0,0052	0,00027	$a_0' = 0,0012$	0,0043	0,0064
y_{max} in mm	1,9	2,8	3,2	5,0	0,4	0,6	2,8	5,0
y_{max}'' in mm	0	0,9	1,3	3,2	0	0,2	2,4	4,6
$\sin \beta_{li}$	0,070				0,065			
$\sin \beta_{li}'$	—	0,155			—	0,157		
$\sin \beta_{ri}$	0,044				0,059			
ϱ_1'' in mm	—	14			—	14		
ϱ_2'' in mm	—	200	200	180	—	180	180	110
β'' in Bogenmaß	—	0,133	0,133	0,133	—	0,160	0,160	0,160
l in m	10	$l_{min} = 5,5$	5,6	6,2	9,2	$l_{min} = 2,85$	4,4	5,8
v in $\frac{1}{s}$	4	$v_{max} = 7,3$	7,2	6,5	4,3	$v_{max} = 14$	9,1	6,9
$b_{y_{max}}$ in $\frac{m}{s^2}$	1,2	6,3	6,5	7,7	0,3	5,2	6,9	8,5
R_{min} in m	1 330	254	246	208	5 330	308	232	188
Δb_y in $\frac{m}{s^2}$	—	4,5			—	4,75		

lauflänge, denn ϱ_2' sinkt früher unter diesen größeren Wert von ϱ_1 . Je größer ϱ_1 , nach desto kleinerer Reifenlauflänge tritt dieser Sprung auf. Mit steigender Abnutzung des Reifens und entsprechender Verringerung von ϱ_2' und ϱ_2 wird die Auslenkung y_i , bei der dieser Sprung am anlaufenden Rad beginnt, immer kleiner, bei einer gewissen Lauflänge = 0; d. h. schon in Mittelstellung liegt dann A_m auf beiden Seiten an der Schiene bei U_i . Das tritt bei $\varrho_1 = 400$ mm schon nach einer Reifenlauflänge von weniger als 30 000 km ein. Dann springt A_l am anlaufenden Rad nicht mehr, nunmehr aber — und unter Umständen schon bei kleinerer Reifenabnutzung — A_r am ablaufenden Rad. Denn mit zunehmender Reifenabnutzung nähert sich das außerhalb der „mittleren Laufkreisebene“ liegende Stück des Reifenumrisses dieses Rades dem flach gewölbten Schienenkopf, s. Abb. 10, und bei kleiner negativer Auslenkung y_i , d. h. aus der Mittelstellung von der Schieneweg, springt A_r von seiner bisherigen Lage A_{ri} an der Schiene dicht bei U_i weit nach außen nach A_{ri}' in die Nähe von U_a , dem Punkt des Überganges der Schienenkopffläche zur äußeren Schienenkopfecke, s. Abb. 10. Bei sehr breitem Schienenkopf kann es vorkommen, daß schon in Mittelstellung A_m bei U_a liegt und dann bei Auslenkung aus dieser am anlaufenden Rad in die Nähe

von U_i springt, beim ablaufenden aber sich stetig und nur wenig aus dieser Lage dicht bei U_a herausbewegt.

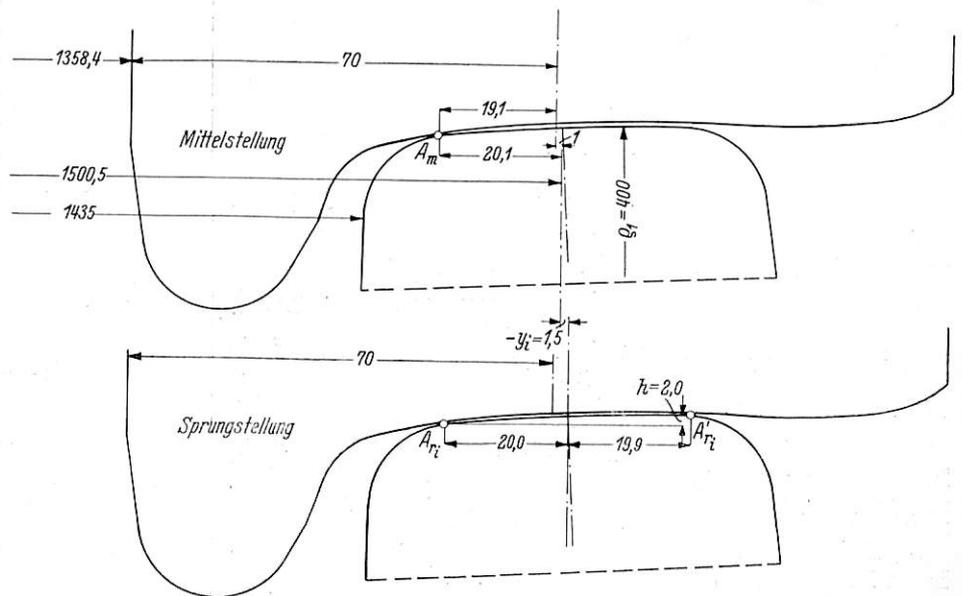


Abb. 10.

Bei flach gewölbtem neuen Schienenkopf tritt also in der Regel ein weiter und der Schrägstellung der Schiene entsprechend hoher Sprung von U_i nach U_a am ablaufenden Rad auf. Das ist in sofern ungünstiger

als der Sprung bei scharf gewölbtem neuem Schienenkopf am anlaufenden Rad aus Schienenmitte in die Nähe von U_1 , als der Sprung höher ist. Weiter ist bei Lage von A_m in der Nähe von U_1 das zugehörige β_m und meist auch das zugehörige β'' größer als bei der Lage von A_m in der Nähe des Schienenscheitels. Demgegenüber ist bei Sprung von U_1 nach U_a das β'' oder das „Ersatz“- β [s. Gl. 28] nach dem Sprung stets viel kleiner als bei Sprung nach U_1 , weil bei U_a das β_1' desjenigen Rades, an dem der Sprung vor sich geht, stets viel kleiner ist als bei U_1 und auch $\frac{\rho_2''}{\rho_1''}$ noch größer, also $\frac{\rho_2''}{\rho_2'' - \rho_1''}$ noch kleiner ist als dort. Rechnerisch läßt sich auch dieser Sprung in der oben angegebenen Weise verfolgen. Bei $\rho_1 = 400$ mm erhalten wir für unser Zahlenbeispiel Werte von l , ν und b_y , die denen bei $\rho_1 = 200$ mm ziemlich nahe liegen.

II. Beschränkungen des freien Laufs der Radsätze.

a) Durch den Drehgestellrahmen.

Wir wollen zunächst sehen, wie groß das ganze Längsspiel $2\sigma_l$ und das ganze Querspiel $2\sigma_q$ zwischen jedem der beiden Drehgestellradsätze und dem Drehgestellrahmen sein

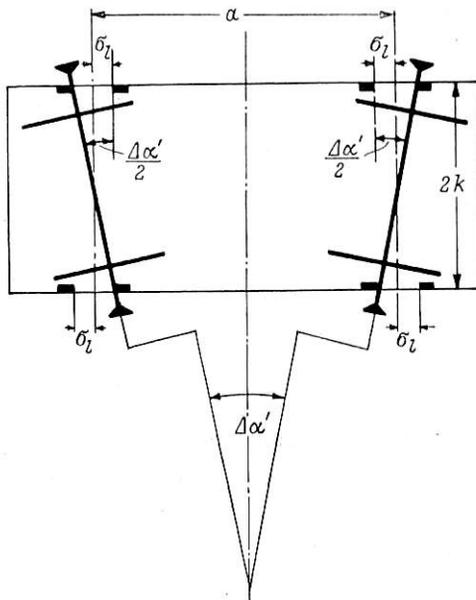


Abb. 11.

muß, damit beide Radsätze ohne Behinderung durch den Drehgestellrahmen und darüber hinausliegende Fahrzeugteile ihre oben bestimmte Bahn ziehen können, bei irgendeiner linearen Phasenverschiebung e zwischen diesen beiden Bahnen. „Ohne Behinderung durch den Rahmen und andere Fahrzeugteile“ heißt: ohne daß von diesen Teilen her so große Kräfte auf die Radsätze ausgeübt werden, daß dadurch ihre Bahn geändert wird. Die Bahnen der Mittelpunkte C der beiden Radsätze sollen zunächst vollkommen gleiche Sinuslinien von gleichem l , α_0 und y_{max} sein und sollen zunächst auch die gleiche Null-Linie haben. Alle Reifen sollen also gleiche Durchmesser und gleiche Umrißformen haben und die beiden Radsätze sollen mit gleichgroßer Verdrehung durch ihre Mittelstellung gehen. Dann ist e konstant während des Laufs. Wir betrachten ein Drehgestell mit seinen beiden Radsätzen. In üblicher Weise sollen die Radsätze sowohl ihr Längs- als ihr Querspiel $2\sigma_l$ und $2\sigma_q$ gegenüber dem Rahmen so leicht durchmessen können, und soll der Drehgestellrahmen sich so leicht gegenüber dem Wagenkasten ein wenig verdrehen und querverschieben oder ihn quer mitnehmen können, daß diese Bewegungen vor sich gehen, ohne daß dabei Kräfte vom Drehgestellrahmen auf die

Radsätze ausgeübt werden, die die Haftreibung zwischen Rädern und Schienen überschreiten und die Radsätze am freien Ausrollen ihrer Bahn hindern.

Dann hängt das erforderliche Längsspiel $2\sigma_l$, das bei beiden Radsätzen gleich sein soll, davon ab, wie groß der größte vorkommende Winkelunterschied $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ der beiden Radsätze des Drehgestells ist. In Abb. 11 ist ein Drehgestell in derjenigen Stellung, in der $\Delta\alpha$ am größten = $\Delta\alpha'$ und das Längsspiel $2\sigma_l$ an beiden Radsätzen voll ausgenutzt ist, schematisch dargestellt. Bezeichnet $2k$ den Abstand der beiden Achslagermitten eines Radsatzes, so muß nach dieser Abbildung sein:

$$\sigma_l \geq \frac{k}{2} \cdot \Delta\alpha' \dots \dots \dots 38).$$

Welche lineare konstante Phasenverschiebung e gehört nun diesem $\Delta\alpha'$ zu? Die Sinuslinien der Mittelpunkte C der beiden

Radsätze sollen dem Gesetz $y = y_{max} \sin x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$ folgen.

x rechnen wir hier von der Mittelstellung des zweiten Radsatzes aus; dann ist nach Gl. 2) und 2a) für den zweiten Radsatz:

$$\alpha_2 = \alpha_0 \cos x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$$

und für den ersten

$$\alpha_1 = \alpha_0 \cos (x + e) \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}},$$

mithin

$$\pm \Delta\alpha = (\alpha_2 - \alpha_1) = \pm \alpha_0 \left[\cos x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} - \cos (x + e) \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right]$$

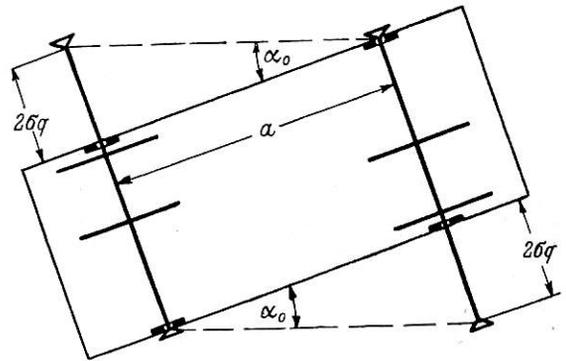


Abb. 12.

oder nach einigen Umformungen:

$$\pm \Delta\alpha = \pm \alpha_0 \sqrt{2 \left(1 - \cos e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right)} \cdot \sin \left(x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} + \frac{e}{2} \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right) \dots 39).$$

Also ist

$$\begin{aligned} \pm \Delta\alpha' &= \pm \alpha_0 \sqrt{2 \left(1 - \cos e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right)} = \\ &= \pm y_{max} \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \sqrt{2 \left(1 - \cos e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right)} \dots 40), \end{aligned}$$

auf tretend auf

$$x = x' = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} - \frac{e}{2} \text{ und } \frac{3}{2} \pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} - \frac{e}{2} \dots 41),$$

und die $\Delta\alpha'$ zugehörige lineare Phasenverschiebung

$$e = \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} \arccos \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta\alpha'}{\alpha_0} \right)^2 \right\} \dots \dots 42).$$

Dasjenige σ_l , das bei einer linearen Phasenverschiebung e zu freiem Lauf der Radsätze mindestens vorhanden sein muß, erhält man, indem man Gl. 40) in Gl. 38) einsetzt, zu

$$\sigma_l \geq \frac{k}{2} \alpha_0 \sqrt{2 \left(1 - \cos e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right)} =$$

$$= \frac{k}{2} y_{\max} \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \sqrt{2 \left(1 - \cos e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right)} \dots 43).$$

σ_l ist = 0 bei $e = 0$ und nimmt mit zunehmendem e zu bis auf $\sigma_{l_{\max}} = k \cdot \alpha_0$ bei $e = \pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}}$, um bei noch weiter zunehmendem e wieder abzunehmen, bis auf $\sigma_l = 0$ bei $e = 2\pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}}$. Bei Phasengleichheit der beiden Bahnen braucht also überhaupt kein Längsspiel vorhanden zu sein, damit die beiden Radsätze frei ihre Sinusbahn laufen können! Wie groß das Querspiel in diesem Falle sein muß, lesen wir aus Abb. 12 ab, die den Drehgestellrahmen mit $e = 0$, $\sigma_l = 0$ in dem Augenblick, in dem beide Radsätze mit größter Verdrehung α_0 durch ihre Mittelstellung gehen, schematisch darstellt. Nach dieser Abbildung ist $2\sigma_q \geq a \cdot \alpha_0$, wenn a den Radstand bedeutet.

Für $s = 0,75$ m, $r = 0,45$ m, $k = 0,98$ m, $\alpha_0 = 0,00192$, $\beta_H = 0,155$ erhalten wir z. B. die bei einem σ_l von 1 mm höchstzulässige lineare Phasenverschiebung $e \leq 1,66$ m, die bei der zugehörigen Wellenlänge $l = 9,25$ m $= 0,18 l$, also schon ziemlich groß ist.

Wie groß müssen nun σ_q und σ_l zusammen sein bei einer gewissen konstanten linearen Phasenverschiebung e oder einer

Winkelphasenverschiebung $\varphi = e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$, damit beide Rad-

sätze ihre Sinusbahn noch gerade eben frei ausrollen können? Die Freilaufgrenzstellungen des Drehgestells sind dadurch gekennzeichnet, daß in ihnen das ganze Querspiel an beiden Radsätzen und das ganze Längsspiel an einem Radsatz gerade eben erschöpft ist. Gleichzeitige Erschöpfung des Querspiels und Längspiels an beiden Radsätzen kommt nur bei ganz bestimmten Verhältnissen von Δy und α_0 vor, wie die weitere Untersuchung zeigen wird. In Abb. 13 a und 13 b sind schematisch dargestellt zwei mögliche Grenzstellungen des Drehgestells bei mittelgroßem e und bei Erschöpfung des Längspiels einmal am Radsatz 2 und das andere Mal am Radsatz 1. $\Delta y'$, α_1' und α_2' sind die Werte von Δy , α_1 und α_2 in diesen Grenzstellungen, $\pm \gamma$ bedeutet die Verdrehung des Drehgestellrahmens gegen seine Regellage. Der größeren Deutlichkeit wegen sind die y auf die Radsatzenden bezogen, was nicht streng richtig ist. Aus diesen Abbildungen lesen wir ab:

$$\pm \gamma = \pm \left(\frac{2\sigma_q + \Delta y'}{a} \right), +\gamma = \alpha_2' - \frac{2\sigma_l}{2k}$$

bzw.

$$-\gamma = -\left(\alpha_1' - \frac{2\sigma_l}{2k} \right)$$

oder: $2\sigma_q + 2\sigma_l \frac{a}{2k}$, das bezeichnet sei mit $\Sigma \sigma'$:

$$\Sigma \sigma' = \alpha_2' \cdot a - \Delta y' \dots 44)$$

$$= \alpha_1' \cdot a - \Delta y'$$

bzw.

Allgemein ist:

$$\Sigma \sigma = \alpha_2 \cdot a - \Delta y \text{ bzw. } -\alpha_1 \cdot a - \Delta y \dots 44a).$$

Wir erkennen hieraus schon, daß σ_l und σ_q einander unterstützen und in gewissen Grenzen treten können. Je größer das eine, desto kleiner kann das

andere sein, aber mit der Einschränkung, daß σ_l den oben in Gl. 43) festgestellten Mindestwert nicht unterschreiten darf.

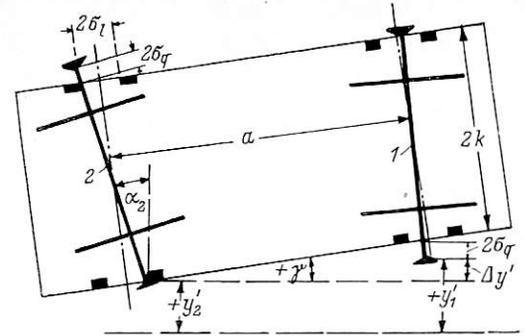


Abb. 13 a.

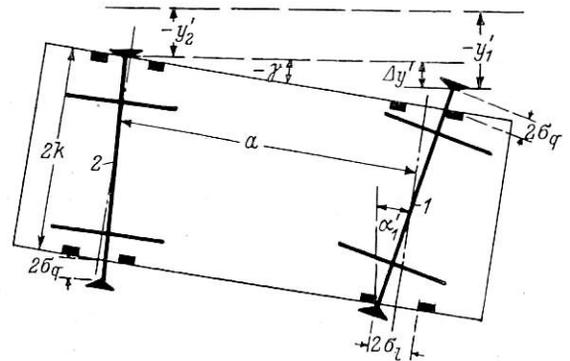


Abb. 13 b.

Zur Veranschaulichung dieser hiernach noch nicht ganz durchsichtigen Beziehungen sind in Abb. 14 oben die C-Bahnen

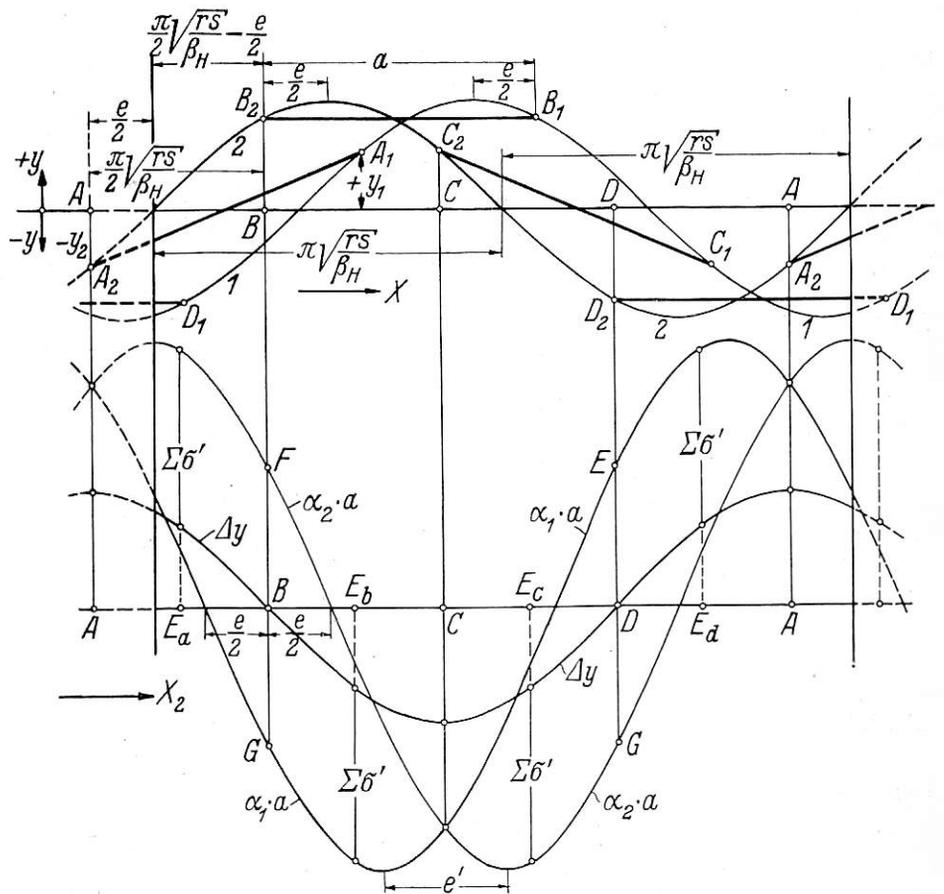


Abb. 14.

der beiden Radsätze so, wie sie wirklich im Gleis liegen, und unten $\Delta y = y_1 - y_2$, $a \cdot \alpha_1$ und $a \cdot \alpha_2$, alle über dem Weg

einer Periode, aufgetragen, nur der Deutlichkeit wegen die Ordinaten in sehr viel größerem Maßstab als die Abszissen. Die in der Phase linear um e gegeneinander verschobenen beiden Bahnkurven der oberen Abbildung erscheinen räumlich um a - e gegeneinander versetzt. Δy, a · α₁ und a · α₂ der unteren Abbildung sind alle unter der jeweiligen Stellung des Radsatzes 2 aufgetragen. Δy folgt, wie sich leicht nachweisen läßt, dem Gesetz:

$$\Delta y = y_{\max} \sqrt{2 \left[1 - \cos \left(e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right) \right]} \cdot \cos \left\{ \left(x + \frac{e}{2} \right) \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \right\}$$

In der Bahnzeichnung (oben) sind die Punkte A₁ A₂ sowie C₁ C₂ beider Bahnen, in denen α₁ = α₂ oder Δα = 0 ist, durch einen dicken Strich der Länge a miteinander verbunden, der den Drehgestellrahmen andeuten soll, ebenso die Punkte B₁ B₂ sowie D₁ D₂ beider Bahnen, in denen ±y₁ = ±y₂, oder Δy = 0 ist. Die den Punkten A₂, B₂, C₂, D₂ der Bahn von C₂ entsprechenden Punkte A, B, C, D auf dem Fortschrittsweg des Radsatzes 2 liegen alle um eine Viertel-Wellenlänge

$$\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}}$$

auseinander und A liegt bei x = - $\frac{e}{2}$. In den

Punkten A und C von Δα = 0 ist Δy am größten und +y₁ = -y₂; in den Punkten B und D von Δy = 0 ist Δα am größten = Δα'. In der unteren Abbildung gibt nun nach Gl. 44a) der zur Abszissenachse senkrechte Abstand der Δy-Linie entweder von der a · α₂- oder von der a · α₁-Linie den in der zugehörigen Stellung des Radsatzes 2 zum Freilauf

erforderlichen Wert von Σσ an. Der größere von beiden Abständen ist maßgebend. Es treten auf der ganzen Periode vier Höchstwerte Σσ' von Σσ bei E_a bis E_d auf, der erste auf dem Abschnitt \overline{AB} zwischen Δy und a · α₂, der zweite auf dem Abschnitt \overline{BC} zwischen Δy und a · α₁, der dritte und vierte diesen entsprechend auf \overline{CD} und \overline{DA} . Der ganze Linienzug zerfällt in vier vollkommen gleiche Teile auf den Abschnitten \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{DA} . Wir brauchen also zur Ermittlung von Σσ' nur eine der beiden Gl. 44) für die erste Halbperiode; wir wählen Σσ = α₂ · a - Δy. Die Punkte B und D der Abszissenachse entsprechen, wie gesagt, Δα'; die senkrechte Entfernung \overline{FG} der beiden a · α-Linien an diesen Stellen gibt also als a · Δα' nach Gl. 38) die Größe von σ_l · $\frac{2a}{k}$ oder auch des erforderlichen Längsspiels an. Das Längsspiel ist hier an beiden Radsätzen erschöpft. Nur wenn die Punkte E mit B und D zusammen fallen, werden alle Spiele gleichzeitig erschöpft.

Zur Ermittlung des für Freilauf erforderlichen Σσ' aus Σσ = α₂ · a - (y₁ - y₂) setzen wir hierin ein

$$\alpha_2 = y_{\max} \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \cos x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}, \quad y_2 = y_{\max} \sin x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$$

und y₁ = y_{max} sin(x + e) $\sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}$. Dann erhalten wir nach einigen Umformungen

$$\Sigma \sigma = y_{\max} \sqrt{2 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s} - 2 \sqrt{1 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s}} \sin \left(e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} + \arctg \frac{1}{a} \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} \right)} \cdot \sin \left\{ x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} + \arctg \frac{a \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} - \sin e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}}{1 - \cos e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}} \right\} \dots 45),$$

also

$$\Sigma \sigma' = y_{\max} \sqrt{2 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s} - 2 \sqrt{1 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s}} \sin \left(e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} + \arctg \frac{1}{a} \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}} \right)} \dots 46),$$

das auftritt bei

$$x \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} = \arctg \frac{1 - \cos e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}}{a \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} - \sin e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}}} \dots 47),$$

Σσ' ändert sich mit e. Es wird am kleinsten

$$\Sigma \sigma'_{\min} = y_{\max} \sqrt{2 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s} - 2 \sqrt{1 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s}}} \dots 48)$$

bei

$$e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} = \arctg a \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \dots 49)$$

und wird größer sowohl bei kleinerem als bei größerem e. Bei e = 0, bei dem, wie oben gefunden, das erforderliche σ_l = 0 ist, ist

$$\Sigma \sigma'_{e=0} = 2 \sigma_q = y_{\max} \cdot a \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} = a \cdot \alpha_0 \dots 50),$$

wie, wie gesagt, auch aus Abb. 12 hervorgeht. Bei e = $\frac{l}{2}$ =

$$= \pi \sqrt{\frac{r \cdot s}{\beta_H}}$$

$$\Sigma \sigma'_{e=l/2} = y_{\max} \sqrt{4 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s}} \dots 51);$$

und Σσ' wird am größten =

$$\Sigma \sigma'_{\max} = y_{\max} \sqrt{2 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s} + 2 \sqrt{1 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s}}} \dots 52)$$

bei

$$e \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} = \arctg a \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \pm \pi \dots 53).$$

Mit den Werten unseres Zahlenbeispiels: s = 0,75 m, r = 0,45 m, k = 0,98 m, α₀ = 0,00192, β_H = 0,155, y_{max} = 2,85 mm, l = 9,25 m und mit a = 3,6 m erhalten wir

für		
σ _l _{min} = 0 mm	e = 0	Σσ' = 6,95 mm und σ _q = 3,45 mm
σ _l = 1 mm	e ≤ 1,66 m	Σσ' = 4,68 mm und σ _q = 0,50 mm
σ _l = 1,05 mm	e ≤ 1,74 m	Σσ _{min} ' = 4,65 mm und σ _q = 0,40 mm
σ _l _{max} = 1,88 mm	e ≤ $\frac{l}{2}$ = 4,63 m	Σσ' = 9 mm und σ _q = 1,05 mm
σ _l = 1,53 mm	e ≤ 6,4 m	Σσ' _{max} ' = 10,4 mm und σ _q = 2,40 mm
σ _l = 0,78 mm	e = 8,0 m	Σσ' = 9,16 mm und σ _q = 3,15 mm

Ist die Wellenlänge l der beiden C-Bahnen ein wenig verschieden groß, was leicht vorkommt infolge ein wenig ungleicher Reifendurchmesser, so ist e nicht mehr konstant, sondern kann es jeden beliebigen Wert annehmen; es besteht Interferenz der beiden Bahnen. Dann ist das ungünstigste e für das für Freilauf erforderliche σ_l und Σσ' maßgebend; also ist, wenn die beiden C-Bahnen auch jetzt gleiche Null-

Linie, gleiches α₀ und y_{max} haben, e $\sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} = \pi$ maßgebend für σ_l, das nach Gl. 43) sein muß = σ_l_{max} = k · α₀; und es

ist e $\sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} = \arctg a \sqrt{\frac{\beta_H}{r \cdot s}} \pm \pi$ maßgebend für Σσ', das nach Gl. 52) sein muß

$$= \Sigma \sigma'_{\max} = y_{\max} \sqrt{2 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s} + 2 \sqrt{1 + a^2 \frac{\beta_H}{r \cdot s}}}$$

— Die entsprechenden Ausdrücke für verschiedenes α_0 und y_{\max} sind leicht abzuleiten. — Für unser Zahlenbeispiel erhalten wir:

$$\sigma_l \geq 1,88 \text{ mm}, \Sigma \sigma' \geq 10,4 \text{ mm}, \text{ also } \sigma_q = \frac{\Sigma \sigma'}{2} - \sigma_l \cdot \frac{a}{2k} \geq 1,74 \text{ mm}.$$

Für den ganzen möglichen Bereich eines konstanten und veränderlichen e sind also in unserem Zahlenbeispiel die für Freilauf erforderlichen σ_l - und σ_q -Werte so klein, daß sie

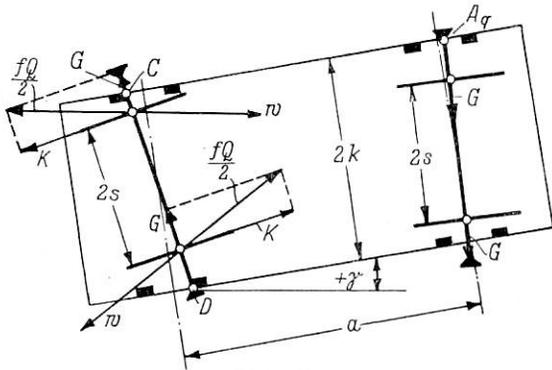


Abb. 15 a.

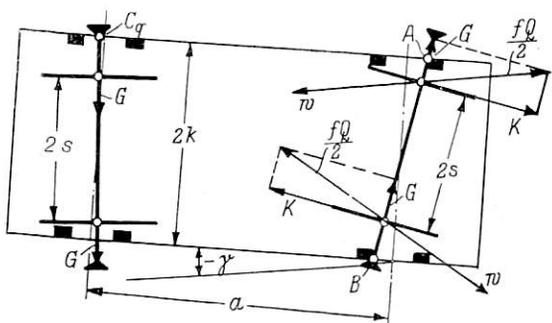


Abb. 15 b.

praktisch meist vorhanden sein dürften. Das dürfte in der Regel auch für alle sonst wirklich vorkommenden Werte von y_{\max} , α_0 , β_H und a zutreffen, solange die beiden C-Bahnen die gleiche Null-Linie haben. Bei der vorausgesetzten leichten Mitnahme des Drehgestellrahmens durch die Radsätze ist das Gebiet freien Laufs dieser größer als man oft annimmt. Die Drehgestellmitte macht dabei seitliche Bewegungen, die mehr oder weniger geändert auf den Wagenkasten übertragen werden! Diese sollen hier, als über den Rahmen der Arbeit hinausgehend, nicht mehr untersucht werden.

Sind die Null-Linien der beiden C-Bahnen um i seitlich gegeneinander verschoben, laufen die beiden Radsätze um i versetzt gegeneinander, was oft bei ungleichen Reifendurchmessern der Fall ist, so erfordert Freilauf ein um $\frac{i}{2}$ größeres halbes Querspiel. $\sigma_q \cdot i$ ist die Summe oder Differenz der seitlichen Verschiebungen i_1 und i_2 der beiden Radsatzbahnen gegenüber der Gleislängsachse. Diese Verschiebungen können, wie oben gezeigt, namentlich bei kleinem β oder β_H , ziemlich groß werden, erst recht also i als Summe beider. Dann kann der Freilauf der Radsätze durch den Drehgestellrahmen leicht behindert werden.

Sobald in den durch die Abb. 15a und 15 b dargestellten Stellungen der Erschöpfung eines Längs- und beider Querspiele die Größen $a \cdot \alpha_2 - \Delta y$ und $a \cdot \alpha_1 - \Delta y$ noch nicht ihren größten Wert angenommen haben, hemmt beim Weiterlaufen der Drehgestellrahmen an den Punkten A_q , C, D, bzw. A, B, C_q den freien Lauf der Radsätze. Diese widersetzen sich dem an den Aufstandspunkten ihrer Räder mit den in die Abbildung eingetragenen Teilkräften G und K des Haft-

reibungswiderstandes $f \frac{Q}{2}$. Derjenige Radsatz, an dem beide Spiele erschöpft sind, wird gegen die beiden $f \frac{Q}{2}$ vom Rahmen ein Stück mitgenommen. Nach den Abbildungen ist $K = G \frac{a}{s}$ und $f \frac{Q}{2} = \sqrt{K^2 + G}$. Damit ist die Richtung von $f \frac{Q}{2}$ festgelegt; ihr genau entgegengesetzt ist die Richtung der Geschwindigkeit w , in der die Räder dieses Radsatzes gleiten. Durch dies vorübergehende Gleiten wird das α und y der Bahn dieses Radsatzes verändert. An einem anderen Punkt der Bahn erleidet der andere Radsatz das gleiche Schicksal. So wird der größte Ausschlag y_{\max} beider Bahnen und ihre Phasenverschiebung e geändert, im allgemeinen werden wohl beide verkleinert. Versetzter Radsatzlauf bedeutet nicht unter allen Umständen eine Laufverschlechterung, vorausgesetzt, daß das Seitenspiel im Gleis für freien Lauf ausreicht. In dem Augenblick, in dem der Rahmen beginnt, die Radsätze mitzunehmen, ändert sich sprunghaft ihre Querschleunigung und erleiden sie einen sehr großen Querruck, der bei völliger Starrheit der aufeinander treffenden Teile unendlich groß wäre, tatsächlich durch die Elastizität der aufeinander treffenden Teile verkleinert wird. Genauer soll hier diese Laufbeschränkung durch den Drehgestellrahmen noch nicht verfolgt werden.

II b) Beschränkung des freien Laufs durch das Gleis.

Bei versetztem Radsatzlauf, bei besonders großer Verdrehung α_0 eines Radsatzes in Mittelstellung und bei kleinem Querspiel σ der Radsätze im Gleis kann ein anlaufendes Rad sich so weit der angelaufenen Schiene nähern, daß der Berührungspunkt A_l am Rad über die eigentliche Reifenlauffläche hinaus noch ein Stück in die Hohlkehle hineinwandert. Wir wollen den Lauf eines Radsatzes betrachten, während A_l durch dies obere Hohlkehlenstück wandert, und zwar zunächst den Fall, daß A_l dabei stetig, ohne Sprung oder plötzlichen Halt, in der Hohlkehle nach unten hin so weit fortschreitet, bis entweder der Radsatz seine Querstellung im Scheitel der C-Bahn mit $y = y_{\max}$ und $\alpha = 0$ erreicht hat oder das anlaufende auf die Schiene aufkletternde Rad von dieser abzurutschen beginnt. Das ist der Fall der sogenannten Einpunktberührung, die auftritt beim Lauf abgenutzter Reifen auf abgenutzten Schienen, s. Abb. 16. Die geometrischen

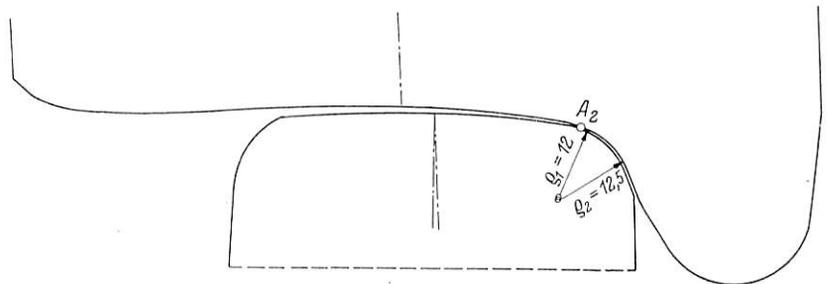


Abb. 16.

Bedingungen für ihr Auftreten habe ich an anderer Stelle aufgestellt*).

Die gesamte Laufkreishalbmesser-Veränderung des Radsatzes $\Sigma \Delta r$ bei Verschiebung aus der Mittellage setzt sich zusammen aus Δr_l und Δr_r . Δr_l nimmt beim Hohlkehlenlauf mit zunehmendem Ausschlag y sehr stark zu, weil der Halbmesser ρ_2 der Hohlkehle stets nur sehr wenig größer ist als der Halbmesser ρ_1 der inneren Schienenkopfecke, mit dem

* Die freien Lenkachsen im Gleisbogen bei Zweipunktberührung. Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1934, Heft 24, S. 439.

q_2 zusammenarbeitet, so daß A_l sich schon bei sehr kleiner Vergrößerung von y in der Hohlkehle stark abwärts bewegt [s. Abb. 16, Gl. 9) und das Zahlenbeispiel unten]. Δr_r dagegen ändert sich dabei nur wenig. Die Bahn von C, die vor dem Eintritt von A_l in die Hohlkehle nahezu eine Sinuslinie ist, biegt nach dem Übergang von A_l in die Hohlkehle scharf um und nähert sich ihrem Scheitel viel schneller als es bei Weiterverfolgen der bisherigen Bahn der Fall wäre. Und β_l nimmt bei diesem Hohlkehlenlauf schnell stark zu.

Wir wollen nun dasjenige $\beta = \beta_f$ bestimmen, bei dem das anlaufende und auf die Schiene aufkletternde Rad beginnt, bei A_l von der Schiene nach unten abzurutschen. Die Fliehkraft $F = b_y \frac{Q'}{g}$ des Radsatzes greift um r über SO. an ihm an und ändert die Verteilung der Last Q auf die beiden Räder ein wenig, aber, weil F stets klein gegenüber Q ist, so wenig, daß wir davon absehen können. Dann hat bei sonst gleicher Lastverteilung das anlaufende Rad angenähert den senkrechten Raddruck $\frac{Q}{2}$. Bezeichnet

weiter Y die waagerechte Querkraft, mit der das anlaufende Rad an die angelaufene Schiene gepreßt wird und $f = \text{tg } \varrho$ die Ziffer der Haftreibung zwischen Rad und Schiene, so ist bekanntlich an der Grenze des Abrutschens nach unten:

$$Y = \frac{Q}{2} \text{tg} (\beta_f - \varrho)$$

und während des Abrutschens nach unten mit gleichförmiger Geschwindigkeit bei einem beliebigen $\beta > \beta_f$:

$$Y' = \frac{Q}{2} \text{tg} (\beta - \varrho'),$$

wenn $\text{tg } \varrho'$ die Ziffer der Gleitreibung zwischen Rad und Schiene bedeutet, s. den Kräfteplan der Abb. 17. Unter der meist erfüllten Voraussetzung, daß der Radsatz den Weg aus seiner letzten Mittelstellung bis in diese

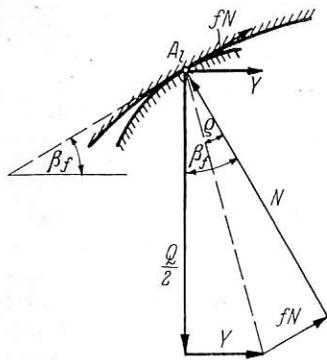


Abb. 17.

Abrutschstellung rein rollend zurückgelegt hat, und daß in dieser letzten Mittelstellung Radsatz und Gleis seitlich spannungslos waren, sowie unter der weiteren stets erfüllten Voraussetzung, daß auf dem Wege von der Mittelstellung bis zur Abrutschstellung die Haftreibung am ablaufenden Rad nicht überschritten wird, biegt die auf diesem Wege allmählich von 0 auf

$$\frac{Q'}{g} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{Q'}{g} \cdot \frac{v^2}{2r \cdot s} \cdot \Sigma \Delta r$$

anwachsende Fliehkraft beide Schienen gleichmäßig nach der linken Seite hin durch, wird zu gleichen Teilen von beiden aufgenommen, so daß

$$Y = \frac{Q'}{g} \frac{v^2}{R} - \frac{1}{2} \frac{Q'}{g} \frac{v^2}{R} = \frac{1}{2} \frac{Q'}{g} \frac{v^2}{2rs} \Sigma \Delta r$$

ist. Setzt man diesen Wert in den obigen Ausdruck für Y ein, so erhält man:

$$\text{tg } \beta_f = \frac{\frac{Q'}{g} \frac{v^2}{2r \cdot s} \Sigma \Delta r + f}{1 - \frac{Q'}{g} \frac{v^2}{2r \cdot s} \cdot f} \dots \dots \dots 54).$$

Wenn der Radsatz auf dem Weg von seiner letzten Mittelstellung bis in die Abrutschstellung vorübergehend gleitet, etwa bei Springen des Punktes A_l oder wenn durch Erschütterungen das Haften zwischen Radsatz und Schiene kurzzeitig aufgehoben wird, so daß seitliche Schienenspannungen sich lösen können, kann die Fliehkraft $\frac{Q'}{g} \frac{v^2}{2r \cdot s} \cdot \Sigma \Delta r$

allein von der angelaufenen Schiene aufgenommen werden und kann Y steigen bis auf $\frac{Q'}{g} \frac{v^2}{2r \cdot s} \cdot \Sigma \Delta r$. Dann kann $\text{tg } \beta_f$ steigen bis auf

$$\text{tg } \beta_f = \frac{\frac{Q'}{g} \frac{v^2}{2r \cdot s} \Sigma \Delta r + f}{1 - \frac{Q'}{g} \frac{v^2}{2r \cdot s} \cdot f} \dots \dots \dots 54a).$$

In diesem Ausdruck für $\text{tg } \beta_f$ ist $\Sigma \Delta r = \Delta r_l + \Delta r_r$ noch stark von β abhängig. Bezeichnen wir die Werte von $\Sigma \Delta r$ und β beim Eintritt von A_l in die Hohlkehle mit o und β_0 , vernachlässigen wir die stets kleine Änderung von r_r während des Hohlkehlenlaufs und beachten wir, daß das anlaufende Rad bei seiner hier stets nur sehr kleinen Schiefstellung α die Schiene nahezu mit dem Umriß seiner Hohlkehle berührt*) und daß der Hohlkehlenumriß hier stets nahezu nach einem Kreisbogen vom Halbmesser q_2 geformt ist, so ist nach Abb. 18

$$\cos \beta_f = \cos \beta_0 - \frac{\Sigma \Delta r - o}{q_2}$$

oder

$$\text{tg } \beta_f = \frac{1}{\cos \beta_0 + o - \Sigma \Delta r} \cdot \sqrt{q_2^2 - (q_2 \cdot \cos \beta_0 + o - \Sigma \Delta r)^2} \dots 55).$$

Löst man diese Gleichung nach $\Sigma \Delta r$ auf und setzt diesen Ausdruck in Gl. 54) ein, so erhält man eine Gleichung vierten Grades für $\text{tg } \beta_f$, deren Lösung recht umständlich ist. Schneller kommt man zum Ziele, indem man für verschiedene angenommene allmählich zunehmende Zahlenwerte von $\Sigma \Delta r$ $\text{tg } \beta_f$ nach Gl. 54) und Gl. 55) ausrechnet. Dasjenige kleinste $\Sigma \Delta r$, bei dem beide Gleichungen das gleiche β_f liefern, gibt das richtige β_f . β_f wächst merklich mit zunehmendem v und q_2 , ist für $v = 0 = \varrho$, nicht etwa $= 2 \varrho$! wie bei Anlauf im Bogen.

Mit $\frac{Q'}{Q} = 0,1$, $s = 0,75$ m, $r = 0,45$ m, $f = 0,2$ $q_2 = = 12,5$ mm, $q_1 = 12$ mm, $o = 3,5$ mm, $\beta_0 = 11^\circ 20'$ erhalten wir nach Gl. 54) und Gl. 55) für

$$v = 40 \text{ m/s} \quad \beta_f = 16^\circ 45' \quad \text{bei } \Sigma \Delta r = 3,75 \text{ mm.}$$

$$v = 0 \quad \beta_f = 11^\circ 20' = \varrho \quad \text{bei } \Sigma \Delta r = 3,5 \text{ mm.}$$

Bei dieser kleinen Vergrößerung von $\Sigma \Delta r$ von 3,5 auf 3,75 mm wandert A_l nach Abb. 18 waagerecht quer am Rad um $e_2 = q_2 (\sin \beta_f - \sin \beta_0) = 1,14$ mm und vergrößert sich die Auslenkung des Radsatzes nach Gl. 18) um $\Delta y = (q_2 - q_1) (\sin \beta_f - \sin \beta_0) = 0,046$ mm, also sowohl absolut als gegenüber e_2 außerordentlich wenig. R sinkt auf diesem sehr kleinen Bahnstück von 193 auf 180 m, b_y steigt auf ihm von 8,3 auf 8,9 m/s².

Bei diesem Hohlkehlenlauf verkrümmt sich die Bahn von C stark, wendet der Radsatz stark, nimmt R stark ab, $b_y = \frac{v^2}{R}$ stark zu; l wird merklich verkleinert, r merklich vergrößert. Alle diese Größen ändern sich um so stärker, je

kleiner $\frac{q_2}{q_1}$ in der Hohlkehle ist und je größer das α ist, mit dem der Radsatz in den Hohlkehlenlauf eintritt, je stärker er im Hohlkehlenlauf noch bis $\alpha = 0$ gewendet werden muß. Dabei ist zu beachten, daß bei der vorliegenden stetigen Verlagerung von A_l bis zu seinem Eintritt in die Hohlkehle der Radsatz auf seinem Lauf vor Eintritt in die Hohlkehle stets schon so stark gewendet ist, daß er nur noch mit kleinem α in den Hohlkehlenlauf eintreten kann. Weil dies Eintritts- α nur klein ist, dürfte der Radsatz bei großer Fahrgeschwindigkeit v die Scheitelstellung ($\alpha = 0$) seiner C-Bahn nach kleiner Wendung und Auslenkungszunahme fast

*) Siehe Heumann, Spurkranz und Schienenkopf, Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1931, 1. und 15. Dezember.

immer erreichen, bevor β auf das bei großem v große β_f gestiegen ist, d. h. dürfte es nur selten zum Abrutschen des anlaufenden Rades kommen.

Überschlägig kann die Bahn von C während des Hohlkehlenlaufs bis zum Scheitel — ohne Rücksicht auf etwaiges Abrutschen — in folgender Weise bestimmt werden. Man schätzt zunächst das am Scheitel auftretende β_{max} . Dann ist nach Abb. 18 das der Scheitelstellung zugehörige $\Sigma \Delta r_s = 0 + \varrho_2 (\cos \beta_0 - \cos \beta_{max})$ und das zugehörige $R_{min} =$

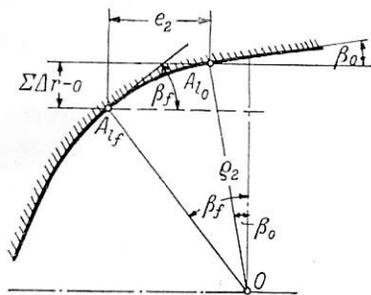


Abb. 18.

$$= \frac{2r \cdot s}{\Sigma \Delta r_s}$$

R sinkt also bei Hohlkehlenlauf bis zum Scheitel von $R = \frac{2r \cdot s}{0}$ auf $\frac{2r \cdot s}{\Sigma \Delta r_s}$, ist im Mittel $\approx \frac{R + R_{min}}{2}$.

Das sehr kleine Bahnstück bis zum Scheitel sehen wir an als Kreisbogen vom Halbmesser $\frac{R + R_{min}}{2}$. Ist α der Verdrehungswinkel, mit dem

der Radsatz in den Hohlkehlenlauf eintritt, so ist demnach die Zunahme der Auslenkung des Radsatzes bis zum Scheitel

$$\Delta y = \frac{R + R_{min}}{2} (1 - \cos \alpha) \text{ oder,}$$

da α stets sehr klein ist,

$$\Delta y \approx \frac{R + R_{min}}{2} \frac{\alpha^2}{2}$$

Andererseits ist nach Gl. 18) und Abb. 18

$$\Delta y = (\varrho_2 - \varrho_1) (\sin \beta_{max} - \sin \beta_0)$$

Geben die beiden Ausdrücke für Δy den gleichen Wert, so ist Δy richtig und β_{max} richtig geschätzt. Der Fortschrittsweg Δx des Radsatzes bis zur Scheitelstellung ist $\approx \alpha \cdot \frac{R + R_{min}}{2}$.

Für $\beta_0 = 11^\circ 20'$,
 $o = 3,5 \text{ mm}$, $\alpha = 0,0008$,
 $\varrho_2 = 12,5 \text{ mm}$, $\varrho_1 = 12 \text{ mm}$, r und s wie oben schätzen wir $\beta_{max} = 18^\circ 20'$ und erhalten $R = 193 \text{ m}$,
 $R_{min} = 174 \text{ m}$, Δy

nach beiden Ausdrücken $= 0,059 \text{ mm}$ und $\Delta x = 147 \text{ mm}$.

Bei kleinem v , mithin kleinerem β_f , kann das anlaufende Rad zum Abrutschen kommen, bevor der Radsatz seine Scheitelstellung erreicht hat. Unmittelbar vor dem Rutschbeginn liegt der Punkt A_I des anlaufenden Rades in der Laufrichtung ein wenig vor der Meridianebene des Radsatzes, der Punkt A_r ziemlich genau in dieser Ebene, entsprechend der Größe der beiden Winkel β an diesen Punkten, s. oben. Solange der Radsatz rollt, geht seine Momentandrehachse durch diese beiden Punkte. Sobald aber das anlaufende Rad bei A_{I_f} nach unten abzurutschen beginnt, tritt sie aus A_{I_f} in der Laufrichtung nach hinten heraus, durchdringt sie das Rad nicht mehr in A_{I_f} , sondern in einem der Meridianebene näher liegenden Punkte D, weil A_I sich jetzt momentan abwärts bewegt, also rechts herum um die Momentandrehachse drehen muß, s. Abb. 19. Je stärker das Rad in A_{I_f} abrutscht, desto weiter rückt D aus A_{I_f} heraus,

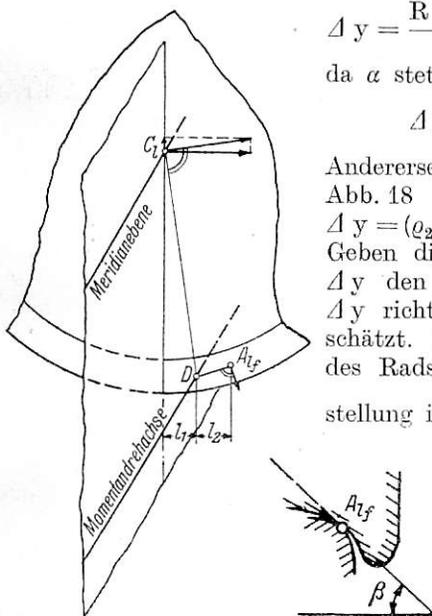


Abb. 19.

der Meridianebene zu. A_r ändert dabei seine Lage nur wenig. Ob der Radsatz hier überhaupt rutscht, werden wir noch sehen. Verhältnismäßig dem momentanen Abstand l_1 des Durchstoßpunktes D von der Meridianebene hebt sich beim Weiterlauf trotz Abrutschens in A_{I_f} das anlaufende Rad als Ganzes, mit ihm der momentane Berührungspunkt A_{I_f} , unter Zunahme seines β über β_f hinaus. Verhältnismäßig dem momentanen waagerechten Abstand l_2 des Punktes A_{I_f} von D oder der senkrecht nach unten gerichteten Rutschgeschwindigkeitskomponente von A_{I_f} bewegt sich der ganze Radsatz zusätzlich zu seiner Drehbewegung um die Momentandrehachse noch quer nach rechts, denn er rutscht in A_{I_f} auf einer um das momentane β gegen die Waagerechte geneigten schiefen Ebene mit immer neuen Teilen der anlaufenden Hohlkehle von der Schiene quer ab. Würde D sofort nach dem Rutschbeginn rückwärts bis in die Meridianebene hineinrücken, so würde beim Weiterlaufen einmal das anlaufende Rad sich gar nicht mehr heben, gar nicht mehr aufklettern, würde auch A_{I_f} seine Höhenlage nicht mehr ändern und sein $\beta = \beta_f$ bleiben. Und andererseits würde der ganze Radsatz sich unter Wirkung des Abrutschens so stark querbewegen, daß seine C-Bahn vom Punkt G_1 des Rutschbeginns an zunächst parallel zur Gleislängsachse verlief, in der absichtlich stark verzerrten Abb. 20 strichpunktiert dargestellt. Die C-Bahn würde also bei völliger Starrheit von Radsatz und Schiene bei G_1 einen Knick machen.

Das bedeutete an dieser Stelle $R = 0$, $b_y = \frac{v^2}{R} = \infty$, Fliehkraft $F = \frac{Q'}{g} \cdot b_y = \infty$. Infolge der Elastizität von Radsatz

und Schiene träte zwar an die Stelle des Knicks eine scharfe Ausrundung mit kleinem R; aber auch dann würden b_y und F noch sehr groß werden, würde der Radsatz bei diesem Übergang sehr scharf an die angelaufene Schiene angepreßt werden. Das würde ein sofortiges starkes Anwachsen von β_f zur Folge haben, der Radsatz würde aufhören abzurutschen und wieder anfangen zu rollen und weiter mit dem anlaufenden Rad auf die angelaufene Schiene aufzuklettern unter weiterer Vergrößerung von β . Dabei säne die Fliehkraft und der Radsatz würde wieder ins Rutschen kommen. Die Rutschbahn kann also keine zur Gleislängsachse parallele Gerade durch G_1 sein, D kann dabei nicht in der Meridianebene liegen. Hinter diese zurücktreten kann D erst recht nicht, denn dann würde beim Weiterlauf das ganze Rad sinken, mit ihm A_{I_f} ; β würde

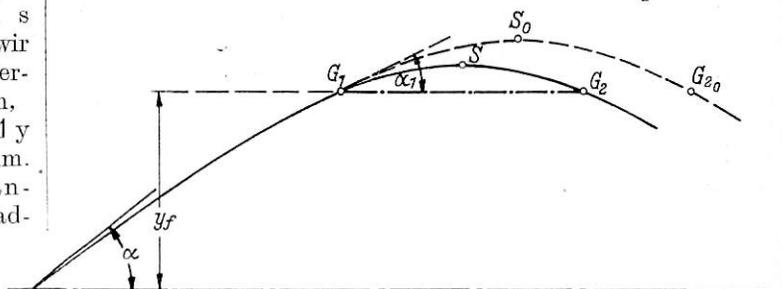


Abb. 20.

unter β_f sinken, das Abrutschen würde aufhören, das Rollen wieder beginnen. Die Rutschbahn muß also in Wirklichkeit zwischen derjenigen Bahn liegen, die der Radsatz ohne Rutschen beschreiben würde (in Abb. 20 gestrichelt) und der durch G_1 gezogenen Parallelen zur Gleislängsachse.

Bei Lauf des Radsatzes von G_1 bis zur Scheitelstellung S schieben sich A_{I_f} und D allmählich in die Meridianebene hinein, zunächst eilt D vor, wird dann von A_{I_f} eingeholt. Dabei hebt sich das Rad ein wenig, aber weniger als ohne Abrutschen, nimmt R etwas mehr ab, nehmen b_y und die

Fliehkraft F etwas mehr zu als ohne Abrutschen. In der Scheitelstellung S ist R am kleinsten, b und die Fliehkraft am größten, das Rad in seiner höchsten Lage, und der Radsatz wieder an der Rutschgrenze mit einem β_f' etwas größer als β_f . Beim Weiterlauf treten A_{1f} und D aus der Meridianebene nach hinten heraus, zunächst A_{1f} weiter als D , bis in der G_1 entsprechenden Stellung G_2 Punkt D den Punkt A_{1f} wieder eingeholt hat und der Radsatz wieder zu rollen beginnt mit $\beta = \beta_f$. Bei diesem Lauf des Radsatzes von S bis G_2 kommen R , b_y , F , β und die Höhenlage des Rades wieder auf die Anfangswerte in G_1 . Der Ast $\widehat{S G_2}$ der C -Bahn ist spiegelbildlich gleich dem Ast $\widehat{G_1 S}$. In jedem Augenblick des Rutschens herrscht dynamisches Gleichgewicht bei einer Fliehkraft, ein wenig größer als beim Rutschbeginn und einem β etwas größer als β_f . Die übrigen Scheitelstücke der C -Bahn sehen bei gleicher Gleislage genau so aus. Die Wellenlänge l und der größte Ausschlag y_{\max} werden durch das

Berührung möglich. Der Radsatz kommt in diese Lage mit einem gewissen $\alpha = \alpha_1$ und $b_y = b_{y_1} \cdot \alpha_1$ kann erheblich größer sein als das α , mit dem der Radsatz bei stetiger Verlagerung von A_l in den Hohlkehlenlauf eintritt. Das anlaufende Rad rennt mit α_1 gegen die Schiene an. Bei Weiterlauf kann es entweder nach seitlicher Durchbiegung von Radsatz und Gleis unter leichtem Abheben von der Schiene bei A_{l_1} seine Berührung sprunghaft von A_{l_1} nach A_{l_2} verlegen unter plötzlichem Anwachsen des von β_1 auf β_2 und dann bei A_{l_2} abrutschen. Dazu ist nach dem oben angegebenen Ausdruck $Y' = \frac{Q}{2} \operatorname{tg}(\beta - \varrho')$ eine waagerechte Querkraft auf das anlaufende Rad nötig, die ein wenig größer als $Y' = \frac{Q}{2} \cdot \operatorname{tg}(\beta_2 - \varrho')$ ist, ein wenig größer, damit das Rad sich ein wenig hebt, bei A_{l_1} abhebt. Dieser sehr großen Querkraft entspricht unter Voraussetzung des Reibungsschlusses am ablaufenden Rad eine doppelt so große Fliehkraft F_a , bei aufgehobenem Reibungsschluß eine

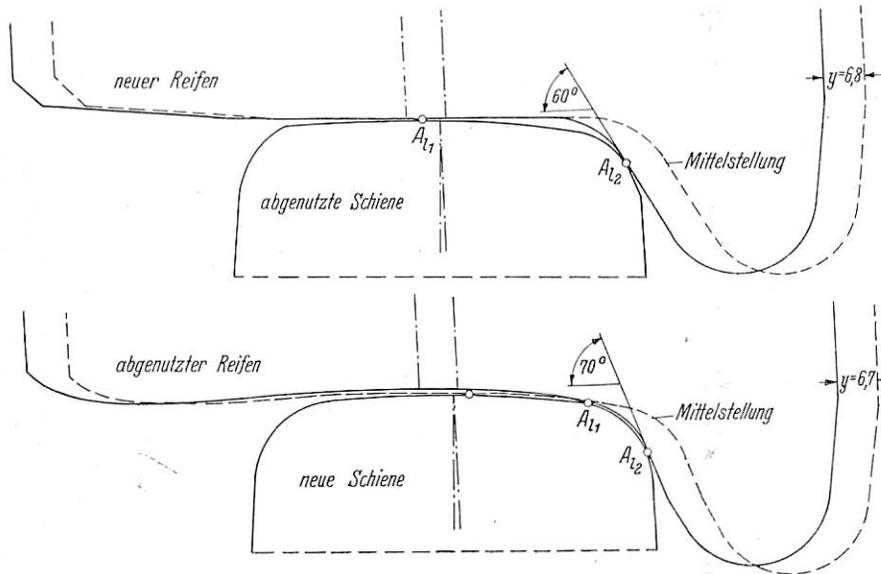


Abb. 21 a.

Abb. 21 b.

Abrutschen ein wenig verkleinert, l in der Darstellung der Abb. 20 um $2 \widehat{G_2 G_{20}} \cdot b_{y_{\max}}$ wird stärker vergrößert. Auch hier wirkt die elastische Ausbiegung etwas abschwächend. Eine genaue Bestimmung der Bahn ist ziemlich verwickelt; sie lohnt sich nicht, die angegebenen Grenzen umschließen die wirkliche Bahn ziemlich eng.

Da β_f , wie oben ausgeführt, mit ϱ_2 wächst, läßt sich durch Vergrößerung des Hohlkehlenhalbmessers das Eintreten dieses ungünstigen Abrutschens hinausschieben oder ganz vermeiden.

Da beim Abrutschen des anlaufenden Rades bis zur Scheitelstellung der ganze Radsatz noch ein wenig weiter auslenkt, von seiner Mittelstellung weg, auf keinen Fall sich seiner Mittelstellung nähert, wird dabei die vom ablaufenden Rade belastete und durch Haftreibung bis dahin nach links mitgenommene, elastisch ausgebogene Schiene noch etwas stärker in dieser Richtung angespannt, auf keinen Fall entspannt, so daß das ablaufende Rad auf keinen Fall von seiner Schiene nach rechts hin abrutschen oder quergleiten kann, sondern höchstens nach links, im allgemeinen am Rollen bleibt — wieder im Gegensatz zum Bogenlauf —.

Bei Lauf neuer Reifen auf neuen und abgenutzten Schienen und abgenutzter Reifen auf neuen Schienen verlegt sich bei starker Annäherung des anlaufenden Rades an die Schiene A_1 nicht stetig, sondern kommt das anlaufende Rad in eine Lage, in der es die Schiene in zwei Punkten berührt, in A_{l_1} mit $\beta_1 < \beta_f$ und in A_{l_2} mit $\beta_2 > \beta_f$, s. Abb. 21 a und b. A_{l_2} tritt plötzlich zu A_{l_1} hinzu. Zwischen beiden Punkten ist keine

mindestens gleichgroße, auf jeden Fall eine sehr große Fliehkraft. Das ist die eine Möglichkeit. Oder das Rad rennt weiter gegen die Schiene an, ohne sich bei A_{l_1} ab- oder überhaupt zu heben, unter weiterer Berührung und Abrutschen an den beiden Punkten A_{l_1} und A_{l_2} mit β_1 und β_2 und biegt vermöge seiner kinetischen Energie Radsatz und Gleis elastisch nach links hin durch, um nach einiger Zeit von ihm zurückgeschleudert zu werden. Dabei beschreibt der Punkt C unter Zu- und Abnahme von y einen nach rechts hin offenen Bogen von sehr großer Schärfe unter Auftreten einer stark veränderlichen sehr groß werdenden Fliehkraft F_b . Zwischen diesen beiden Wegen kann sich der Radsatz nicht bewegen, weil hier ein allmähliches Anwachsen von β über β_1 hinaus auf β_2 zu, wie bei der Einpunktberührung, nicht möglich ist. Fast immer ist nun einerseits β_2 , andererseits die elastische Nachgiebigkeit von Radsatz und Gleis so groß, daß F_a größer als $F_{b_{\max}}$ wird, dann macht der Radsatz den zweiten Weg der elastischen Ausbiegung ohne Hebung. Ihn wollen wir jetzt näher betrachten.

Unmittelbar vor Anprallbeginn seien beide Schienen und der Radsatz durch die Fliehkraft $\frac{Q'}{g} \cdot b_{y_1}$ gleichmäßig

um u_1 seitlich nach links elastisch durchgebogen, s. die schematische Abb. 22. Durch den Anprall sollen beide noch weiter gleichmäßig durchgebogen werden um y_{\max}' . Wir nehmen zunächst an, daß bei der ganzen Durchbiegung bis zu $u_1 + y_{\max}'$ Reibungsschluß zwischen dem ablaufenden Rad und seiner Schiene besteht. p sei die „Federkonstante“ von Radsatz und Gleis bei seitlicher elastischer Durchbiegung, d. h. die Kraft, die nötig ist, um diese Teile um eine Längeneinheit seitlich durchzubiegen. p wird unten näherungsweise bestimmt. Dann muß für irgendeinen durch die Gesamtausbiegung $u_1 + y'$ gekennzeichneten Punkt der Anprallbahn sein:

$$\frac{Q'}{g} \cdot b_y - p (u_1 + y') = 0 \text{ oder mit } b_y = - \frac{d^2 y'}{dt^2}$$

und

$$u_1 \cdot p = \frac{Q'}{g} \cdot b_{y_1} \frac{d^2 y'}{dt^2} + y' \cdot p \cdot \frac{g}{Q'} + b_{y_1} = 0.$$

Wir rechnen t und den Fortschrittsweg des Radsatzes x' vom Beginn des Anpralls. Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet bekanntlich:

$$y' = -\frac{Q'}{p \cdot g} \cdot b_{y1} + \sqrt{\left(\frac{Q'}{p \cdot g} \cdot b_{y1}\right)^2 + \frac{Q'}{p \cdot g} \cdot v^2 \cdot \alpha_1^2 \cdot \sin\left\{\left(t+c\right) \sqrt{\frac{p \cdot g}{Q'}}\right\}} \dots \dots \dots 56),$$

wenn man beachtet, daß bei $y' = 0$, $t = 0$ $\frac{dy'}{dt} = v \cdot \alpha_1$ ist.

$\Sigma \Delta r$ bei Beginn des Anpralls bedeutet, und $t = \frac{x'}{v}$, so erhält man y' in der Form:

Führt man ein $b_{y1} = v^2 \frac{\Sigma \Delta r_1}{2 r \cdot s}$, wenn $\Sigma \Delta r_1$ den Wert von

$$y' = \frac{Q'}{p \cdot g} \left[-v^2 \frac{\Sigma \Delta r_1}{2 r \cdot s} + v \sqrt{v^2 \left(\frac{\Sigma \Delta r_1}{2 r \cdot s}\right)^2 + \alpha_1^2 \frac{p \cdot g}{Q'}} \cdot \sin\left\{\left(\frac{x'}{v} + c\right) \sqrt{\frac{p \cdot g}{Q'}}\right\}\right] \dots \dots \dots 57).$$

Für die Konstante c erhält man, indem man beachtet, daß bei $y' = 0$ $x' = 0$ und $t = 0$ ist

$$c = \sqrt{\frac{Q'}{p \cdot g}} \cdot \arcsin \frac{b_{y1}}{\sqrt{b_{y1}^2 + v^2 \alpha_1^2 \frac{p \cdot g}{Q'}}} = \sqrt{\frac{Q'}{p \cdot g}} \cdot \arcsin \frac{v \frac{\Sigma \Delta r_1}{2 r \cdot s}}{\sqrt{v^2 \left(\frac{\Sigma \Delta r_1}{2 r \cdot s}\right)^2 + \alpha_1^2 \frac{p \cdot g}{Q'}}} \dots \dots \dots 58)$$

und für den Weg x_1' des Radsatzes von Beginn des Anpralls bis zur stärksten Ausbiegung y_{max}' :

$$x_1' = v \sqrt{\frac{Q'}{p \cdot g}} \arccos \frac{b_{y1}}{\sqrt{b_{y1}^2 + v^2 \alpha_1^2 \frac{p \cdot g}{Q'}}} \dots \dots 59).$$

Setzt man den Ausdruck für y' in die Differentialgleichung ein, so erhält man für b_y den Ausdruck:

$$b_y = v \sqrt{v^2 \left(\frac{\Sigma \Delta r_1}{2 r \cdot s}\right)^2 + \alpha_1^2 \cdot \frac{p \cdot g}{Q'}} \cdot \sin\left\{\left(\frac{x'}{v} + c\right) \sqrt{\frac{p \cdot g}{Q'}}\right\} 60).$$

Der Punkt C des Radsatzes beschreibt daher auch während des Anpralls eine Sinuslinie, die sich tangential an die bisherige Rollbahn anschließt, nur viel stärker gekrümmt ist und eine viel kleinere Wellenlänge hat als diese.

Die Krümmung $\frac{1}{R}$ und b_y wachsen mit zunehmenden v , $\Sigma \Delta r_1$, α_1 und p oder abnehmender Elastizität. Vorausgesetzt ist dabei, wie gesagt, Reibungsschluß am ablaufenden Rad von der letzten Mittelstellung des Radsatzes mit $y = 0$, $b_y = 0$ bis zum Auftreten von y_{max}' und $b_{y_{max}'}$, also, daß

unter Vernachlässigung der kleinen Entlastung des ablaufenden Rades durch die Fliehkraft $\frac{Q'}{g} \cdot b_y$ an diesem und seiner

Schiene erstens ist:

$$\frac{1}{2} \frac{Q'}{g} \cdot b_{y_{max}} \leq f \frac{Q}{2}$$

oder

$$b_{y_{max}} \leq f \cdot g \cdot \frac{Q}{Q'} \dots \dots \dots 61)$$

und daß zweitens auf dem angegebenen Wege des Radsatzes der Reibungsschluß am ablaufenden Rad durch Zwischenlängsgleiten des Radsatzes nach einem Sprung (s. oben) oder durch Erschütterungen nicht kurzzeitig unterbrochen, die vom ablaufenden Rad belastete Schiene nicht seitlich entspannt wurde; sonst kann in der Ausgangsgleichung

$$\frac{Q'}{g} \cdot b_y - p (u_1 + y') = 0$$

das zweite Glied sinken bis auf etwa $\frac{p}{2} (u_1 + y')$, ebenso in

allen abgeleiteten Ausdrücken p bis auf etwa $\frac{p}{2}$.

Bei der seitlichen elastischen Ausbiegung von Radsatz und Gleis wirken als Federn die Achswelle, die beiden Räder,

die beiden Schienen, die Schwellen und die Bettung. Von diesen sind die beiden Räder und die beiden Schienen und mindestens zwei Schwellen parallel, die Achswelle, Räderpaar Schienenpaar, Schwellenpaar und Bettung hintereinander geschaltet. Bezeichnen p_s , p_r , p_a , p_s' , p_b die Federkonstanten einer Schiene, eines Rades, der Achswelle, einer

Schwelle, der Bettung, so ist $p = \frac{1}{\frac{1}{2 p_s} + \frac{1}{2 p_r} + \frac{1}{p_a} + \frac{1}{2 p_s'} + \frac{1}{p_b}}$

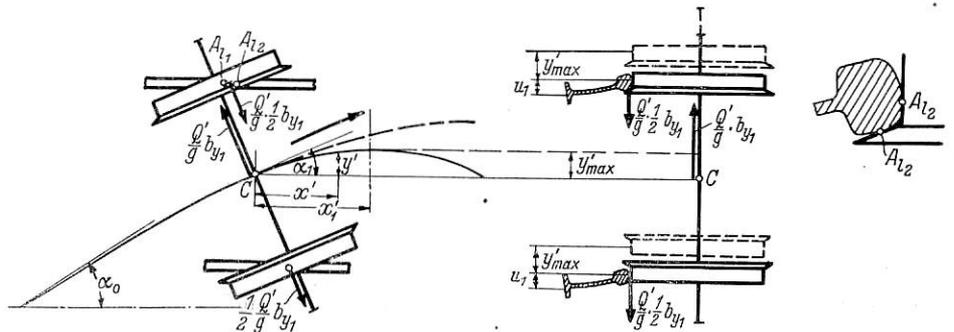


Abb. 22.

Den weitaus größten Einfluß auf p hat p_s . Einigermaßen genau kann p nur durch Versuche bestimmt werden.

Für $Q' = 1200$ kg, $v = 40$ m/s, $\Sigma \Delta r_1 = 1,55$ mm, entsprechend dem Lauf ziemlich stark abgenutzter Reifen auf neuer um 1:20 schräg gestellter Schiene S 49, $r = 0,45$ m, $s = 0,75$ m, $\alpha_1 = 0,003$ — ein so großes α_1 ist bei Zweipunktberührung durchaus möglich — und $p = 1000000$ kg/m, überschlägig durch Rechnung und Schätzung ermittelt, erhalten

$$\text{wir: } R_1 = \frac{2 r \cdot s}{\Sigma \Delta r_1} = 435 \text{ m, } b_{y1} = \frac{v^2}{2 r \cdot s} \cdot \Sigma \Delta r_1 = 3,68 \text{ m/s}^2,$$

$$u_1 = \frac{Q'}{g} \frac{b_{y1}}{p} = 0,45 \text{ mm, weiter unter der Voraussetzung, daß}$$

der Radsatz sich von seiner letzten Mittelstellung bis zum Anprallbeginn rein rollend bewegt hat, $y_{max}' = 0,95$ mm,

$$b_{y_{max}} = 11,4 \text{ m/s}^2, R_{min} = \frac{v^2}{b_{y_{max}}} = 140 \text{ m, } x_1' = 0,55 \text{ m. } Q \text{ soll}$$

wieder = 10000 kg sein, dann ist $f \cdot g \cdot \frac{Q}{Q'} = 16,3$, also größer

als $b_{y_{max}}$; bei stärkster Ausbiegung ist also noch Reibungsschluß am ablaufenden Rad vorhanden. β_2 sei = 60°; dann nimmt der Radsatz diesen Weg des Anpralls ohne Abheben bei A_1 und ohne Wechsel des β , weil die größte hierbei

auftretende Fliehkraft $F_b = b_{y_{\max}} \cdot \frac{Q'}{g} = 1400 \text{ kg}$ viel kleiner ist als die zum Abheben mindest erforderliche $\frac{Q}{2} \operatorname{tg}(\beta_2 - \varrho') = 5000 \operatorname{tg}(60^\circ - 11^\circ 20') = 5700 \text{ kg}$.

Bei diesem Anprall und der darauf folgenden Abweisung behält, wie gesagt, das anlaufende Rad seine Höhenlage bei, liegt der Durchstoßpunkt D der Momentendrehachse des Radsatzes und diese selbst in der Meridianebene. Wie sich der Verdrehungswinkel α des Radsatzes hierbei ändert, hängt von der Höhenlage von D ab, denn diese legt $\Sigma \Delta r$ fest. Deren Bestimmung aus dem Gleichgewicht der am Radsatz angreifenden statischen und dynamischen stark veränderlichen Kräfte ist ziemlich verwickelt und soll hier nicht gegeben werden. Auf jeden Fall rückt D ziemlich tief unter A_1 , wendet der Radsatz sehr stark. So tritt bei dieser Zweipunktberührung mit ihrem Anprall ein erheblich größeres $b_{y_{\max}}$ auf als bei Einpunktberührung, gibt diese, auch bei Abrutschen, einen wesentlich weicheren Hohlkehlenlauf des Radsatzes als die Zweipunktberührung.

Je kleiner das Spiel σ , desto leichter kommen die Radsätze zum Hohlkehlenlauf, desto kleiner bleibt andererseits y_{\max} . Ein mittleres Spiel wird wahrscheinlich am günstigsten sein. Je kleiner man aber das Spiel macht, also je leichter es zum immer ungünstigen Hohlkehlenlauf kommt, um so wichtiger ist, daß man diesen möglichst weich macht, d. h. durch entsprechende Umrißgestaltung dafür sorgt, daß schon in neuem Zustand von Reifen und Schiene Einpunktberührung fast vorhanden ist und sie nach kleiner Abnutzung beider sicher erreicht wird. Dazu gehört, daß man die Schienenneigung gegen die Senkrechte nicht größer macht als die Kegelneigung der Radreifen gegen die Waagrechte, daß man den Schienenkopf ziemlich flach wölbt und die Hohlkehlenhöhlung wenigstens in ihrem unteren Teile ziemlich flach hält.

Zusammenfassung.

Ein freier Radsatz hat im geraden Gleis fast stets etwas Seitenspiel σ und nichtzylindrische Laufflächen. Er rollt deshalb nur selten längere Strecken genau geradeaus, wie er sollte, sondern meist in Wellenlinien d. h. unruhig. Die Unruhe wächst mit der Wellenhöhe, der Frequenz der Wellenbewegung, der mit dieser verbundenen Querschleunigung und dem damit verbundenen Querruck des Radsatzes. Bei diesem wellenförmigen Lauf in der Geraden tritt die Momentanrollachse des Radsatzes ein wenig aus der senkrechten durch die Eigendrehachse des Radsatzes gehenden „Meridianebene“ heraus, indem sie sich hin- und herpendelnd ein wenig gegen diese verdreht. Diesem Heraustreten verhältnismäßig heben und senken sich die Räder ein wenig. Unter Vernachlässigung dieser Erscheinung läuft ein freier Radsatz mit schwach kegelförmigen Reifenlaufflächen nahezu in Form einer Sinuslinie durch das gerade Gleis, wie Klingel schon 1883 nachgewiesen hat. Klingel hat auch schon gezeigt, daß die Wellenlänge dieser Bahn unabhängig von der Fahrgeschwindigkeit und von der größten Auslenkung des Radsatzes aus der Mitte ist und daß sie mit abnehmender Kegelneigung zunimmt. Bei dieser Wellenbewegung verdreht sich die Eigendrehachse des Radsatzes pendelnd gegenüber der Gleislängsachse; ihre größte Verdrehung α_0 oder Abweichung von der Regellage hat sie bei Durchgang des Radsatzes durch seine Mittellage, die bei gleichem Durchmesser beider Räder in der Gleismitte liegt. Bei gleichem α_0 nimmt mit abnehmender Kegelneigung zwar die Wellenhöhe zu, aber die Querschleunigung, der Querruck und die Frequenz der Wellenbewegung ab. Man erreicht mithin durch Verringerung der

Kegelneigung eine Beruhigung des Radsatzlaufs. Aber nur, solange die ursprüngliche Kegelform erhalten bleibt.

Die unvermeidliche natürliche Abnutzung des Betriebes höhlt die Reifen bald aus. Dadurch wird der Lauf wesentlich verschlechtert. Der Punkt, mit dem ein seitlich auslenkendes Rad die Schiene berührt, verlegt sich jetzt noch an der Schiene, und zwar entgegen der Auslenkrichtung. So wird bei gleicher Auslenkung des Radsatzes aus der Mitte und gleicher Laufflächenneigung in Mittelstellung der Unterschied der beiden Radlaufkreis-Durchmesser viel größer als bei kegelförmigen Laufflächen, um so größer, je weniger der Höhlungshalbmesser des Reifens vom Wölbungshalbmesser des Schienenkopfes abweicht und je größer der Scheitelabstand von Reifenhöhlung und Schienenkopfwölbung oder auch der „Berührungswinkel“ zwischen Rad- und Schienenumriß gegen die Waagrechte in Radsatz-Mittelstellung ist. Bleiben auch bei der größten Auslenkung des Radsatzes die Höhlungs- und Wölbungshalbmesser von Rad und Schiene an den beiden Berührungspunkten auf beiden Seiten unverändert, so beschreibt der Radsatz auch in diesem Falle eine Sinuslinie, nur eine von viel größerer Frequenz, Querschleunigung und größerem Querruck und von kleinerer Wellenhöhe als bei den neuen schwach kegelförmigen Laufflächen. Der Lauf wird viel unruhiger, und zwar um so unruhiger, je mehr sich die Reifenhöhlung der Schienenkopfwölbung angleicht und je größer der Scheitelabstand von Reifenhöhlung und Schienenkopfwölbung oder auch der „Berührungswinkel“ in Radsatz-Mittelstellung ist. Die natürliche Abnutzung ändert diesen Berührungswinkel anscheinend nicht stark, höhlt jedoch den Reifen stetig aus, gleicht dessen Höhlung stetig der Wölbung des Schienenkopfes an. Diese sehr nachteilige Wirkung der natürlichen Abnutzung dürfte sich erheblich verringern lassen dadurch, daß man nicht nur die Kegelneigung der Radreifen kleiner hält als die übliche von 1:20, sondern auch die Schiene entsprechend steiler stellt, ihren Kopf ziemlich breit macht und ihn ziemlich schwach wölbt. Dadurch wird die Aushöhlung der Reifen verlangsamt und vor allem, wie auch Betriebsversuche sehr wahrscheinlich erscheinen lassen, der „Scheitelabstand“ oder auch der Berührungswinkel zwischen Rad und Schiene gegen die Waagrechte in Radsatz-Mittelstellung nicht nur bei neuen, sondern auch bei abgenutzten Reifen verkleinert. Reifenkegelneigung und Schienenneigung von 1:40 bis 1:50 dürften das Richtige sein. Wenn man dagegen nur die Reifen-Kegelneigung verkleinert, etwa von 1:20 auf 1:40, die Schienenneigung aber unverändert auf 1:20 läßt, erreicht man zwar bei neuen Reifen einen besseren Lauf, aber nicht bei abgenutzten, bringt vielmehr erfahrungsgemäß und sehr erklärlich die natürliche Abnutzung ziemlich bald sowohl den Scheitelabstand und Berührungswinkel in Radsatz-Mittelstellung als auch die Reifenhöhlung auf die gleichen ungünstigen Werte wie bei unveränderter Reifen-Kegelneigung 1:20, hört die Laufverbesserung ziemlich bald auf.

Kommt bei großer Auslenkung des Radsatzes der Berührungspunkt am anlaufenden Rad auf eine schärfere Höhlung und Wölbung als am ablaufenden, so ändert sich von diesem Augenblick an die Form der Radsatzbahn. Nahezu ist sie auch dann noch eine Sinuslinie, nur bei stark abgenutzten Reifen viel schärfer gekrümmt als die bisherige. Zunehmende Abnutzung der Reifen wirkt in dieser Hinsicht ungünstig, weil sie die Schärfe der Höhlung des Reifens derjenigen der Wölbung des Schienenkopfes annähert; zunehmende Abnutzung der Schienen wirkt dagegen wahrscheinlich in dieser Hinsicht günstig, weil sie den Schienenscheitel etwas nach außen schieben, den „Scheitelabstand“ und „Berührungswinkel“ in Radsatz-Mittelstellung etwas verkleinern dürfte. Bei Lauf abgenutzter Reifen auf neuen Schienen verlegt sich der Berührungspunkt zwischen Rad und Schiene bei ge-

wisser Auslenkung sprunghaft. Mit diesem Sprung ist ein sehr starker Querruck und eine erhebliche Vergrößerung der Querbeschleunigung und auch der Frequenz, also der Laufunruhe des Radsatzes, verbunden. Seine Wirkung wird etwas gemildert durch vorübergehendes Gleiten des Radsatzes unmittelbar nach dem Sprung, um so mehr, je glatter Rad und Schiene an den Berührungsstellen nach dem Sprung sind, also am Reifen in der Nähe der Hohlkehle, am Schienenkopf in der Nähe der inneren Kopfecke. Der Umriß von Rad und Schiene sollten daher in neuem Zustande möglichst so geformt sein, daß bei Anlaufen eines Rades an die Schiene der Berührungspunkt stetig aus der Nähe des Schienenkopfscheitels bis in die Nähe der inneren Schienenkopfecke wandern kann (Einpunktberührung), der Schienenkopf also auf dieser ganzen Breite glatt geschliffen wird. Der Sprung selbst dürfte unvermeidlich sein.

Haben die beiden Räder des Radsatzes nicht genau gleichen Durchmesser, so läuft er einseitig, um so stärker, je schwächer die Kegelneigung.

Der freie Lauf der Radsätze kann beschränkt werden durch den Drehgestellrahmen oder durch das Gleis. Beschränkung durch den Rahmen tritt fast nur bei seitlich gegeneinander versetztem Lauf der beiden Radsätze auf; denn das sehr geringe Längs- und Querspiel der Radsätze im Rahmen, das bei nicht versetzter Stellung derselben zu freiem Lauf erforderlich ist, ist wohl meistens vorhanden. Laufbeschränkung durch den Rahmen äußert sich in Änderung der Auslenkung und der Phasenverschiebung der beiden Radsätze, meist wohl Verkleinerung beider. Bei seitlich versetztem Rad-

satzlauf, bei besonders großer Verdrehung α_0 eines Radsatzes in der Mittelstellung und bei kleinem Querspiel der Radsätze im Gleis kann es zur Berührung des anlaufenden Rades mit der Schiene in der Hohlkehle kommen. Dabei kann der Berührungspunkt sich stetig (Einpunktberührung) oder unstetig (Zweipunktberührung) verlegen, letzteres in der Regel bei neuen Reifen und Schienen der üblichen Form. Bei stetiger Verlegung rutscht das anlaufende Rad bei einem gewissen mit der Fahrgeschwindigkeit v wachsenden Berührungswinkel am Berührungspunkt von der Schiene nach unten ab und hebt sich dennoch nach oben ausweichend, als Ganzes, ein wenig. Bei sehr kleinem v ist dieser Winkel gleich dem Winkel der Haftreibung. Bei großem v kommt dies Abrutschen kaum vor. Auf diesem Hohlkehlenlauf verkrümmt sich die Bahn des Radsatzes erheblich, besonders bei Abrutschen, werden also Querbeschleunigung und Querruck sehr groß. Noch viel mehr bei unstetiger Verlegung des Berührungspunkts; hier rennt das Rad meist ohne Hebung gegen die Schiene an, ohne nach oben allmählich auszuweichen wie bei Einpunktberührung, und wird scharf von dem ausgebogenen Gleis abgewiesen. Man sollte die Hohlkehle der Räder so profilieren, daß schon von vornherein oder nach geringer Abnutzung Einpunktberührung sicher erreicht, die viel ungünstigere Zweipunktberührung sicher vermieden, wird.

Mit abnehmendem Querspiel im Gleis sinkt zwar der größte Ausschlag, den die Radsätze machen können, nimmt aber die Neigung zum Hohlkehlenlauf zu. Ein mittleres Spiel dürfte das richtige sein; je kleiner das Spiel, desto mehr ist Einpunktberührung anzustreben.

Bücherschau.

Berechnung des Eisenbahnwagens. Von Ernst Kreissig. 366 Seiten mit 255 Textabbildungen. Ernst Stauf-Verlag, Köln-Lindenthal. Dezember 1936.

Die Neuausgabe des Kreissigwerkes bringt zweifellos in allen Abschnitten eine Fortentwicklung bis auf die Neuzeit. Dazu kommt ein ausgedehnter Schrifttumsnachweis, der — falls es erforderlich erscheint — ermöglicht, in allen fahrzeugtechnischen Fragen noch tiefer zu schürfen als dies mit Hilfe eines Handbuches geschehen kann.

Wenn in den vorhergehenden Ausgaben schwierige Entwicklungen bisweilen umgangen worden sind und nur die bei Berechnung zugrunde zu legenden Gleichungen mitgeteilt wurden, so bringt das neue Buch auch hierin Wandel. Allerdings brachte diese Ergänzung es mit sich, daß auch die Elemente der Infinitesimalrechnung mit herangenommen werden mußten. Leser, die diese nicht beherrschen, brauchen aber deshalb nicht zurückzuschrecken; sie finden sich mittels der zahlreichen Beispiele sicher zurecht.

An Neuzeitlichem sind besonders bedacht: Leichtbau unter Verwendung von Hohlträgern und Schweißverbindungen; die neueren Erkenntnisse über Bundwirkung; Einstellung der Fahrzeuge in Bogengleisen; Lauf einer Achse im Bogengleise usw.

Im Zusammenhang damit werden die Näherungsansätze von Bredt und des Frhr. v. Bouteville entwickelt.

Die Berechnung der Tragwände berichtet über die Verfahren nach Bieck (dieses wurde übrigens schon 1901 im Organ von Hermann-München mitgeteilt) und nach Engesser. Man vermißt dabei ein Eingehen auf den „Röhrenträger“, bei welchem der ganze Wagenkastenquerschnitt als ein geschlossener Hohlträger aufgefaßt wird, wie dies neuerdings mehr und mehr geschieht.

Im allgemeinen ist die Ausstattung des Werkes sehr ansprechend; für die Folge aber wäre es der besseren Lesbarkeit wegen vorteilhafter, einige wenige Abbildungen in etwas vergrößertem Maßstab zu bringen.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß das Buch zur Zeit das beste seiner Art ist und deshalb nicht nur dem Anfänger bestens empfohlen werden kann, sondern gewiß auch geeignet ist, dem erfahrenen Konstrukteur in mancher Lage gute Dienste zu leisten.

Schneider.

Elektrische Meßgeräte und Meßeinrichtungen. Von A. Palm. Mit 230 Seiten, 205 Abbildungen im Text und 6 Tafeln. Berlin: Julius Springer 1937. *R.M.* 15,—; geb. *R.M.* 16,50.

Das Buch ist als Lehrbuch geschrieben. Es setzt die Kenntnisse der Grundlagen der Elektrotechnik voraus.

Im ersten Teil sind eingehend Wirkungsweise und Aufbau der einzelnen Arten der Meßinstrumente behandelt. Ausgehend von der Grundgleichung der verschiedenen Meßwerke, die den Zusammenhang zwischen Zeigerausschlag und Meßgröße in vereinfachter Form begründet, folgt die Beschreibung des technischen Aufbaues mit den Besonderheiten der verschiedenen Typen und Firmen. Hierauf folgen kritische Betrachtungen über die möglichen Fehlerquellen, über Einflüsse von Temperaturen, Frequenzen, Kurvenformen, sowie von Fremdfeldern und über die allgemeinen und beschränkten Verwendungsmöglichkeiten. Von manchen Bauarten sind Feinheiten der Konstruktion erklärt, die eine richtige Benützung erst ermöglichen, ohne sich jedoch in konstruktiven Einzelheiten zu verlieren. Erwähnt seien hier nur die Verbindung der Drehspulinstrumente mit Trockengleichrichtern oder Thermoumformern, wodurch diese erst zum Universalinstrument für Gleich- und Wechselstrom wurden, ferner das Kriechgalvanometer, das Fluxmeter, die Photostrommesser, Kreuzspulen- und Quotientenmeßwerke und Induktionselektrodynamometer. Häufig ist hingewiesen auf Meßmöglichkeiten von mittel- und hochfrequenten Strömen und die besonderen Bauformen für die Fernmeldetechnik. Selbstverständlich sind die Neuerungen der letzten Jahre hervorgehoben.

Wäre der Beschreibung der Meßgeräte ein eigenes Kapitel vorangestellt worden, in dem in zusammenfassender Weise alle jene Teile behandelt worden wären, die allen Meßwerken gemeinsam sind, so wäre sicher der Aufbau noch einheitlicher und klarer geworden.

Am Ende des ersten Teiles befindet sich eine übersichtliche Zusammenstellung in Form von Tabellen und Diagrammen über Verwendungsmöglichkeiten, Strom-, Spannungs- und Frequenzbereich der Gerätearten und über Eigenverbrauch von Strom- und Spannungsmessern. Sie gewähren einen raschen Überblick und einen kritischen Vergleich.

Im zweiten Teile: „Die elektrischen Meßeinrichtungen“ sind

die wichtigsten Meßmittel und Meßschaltungen behandelt. Die Schaltbilder sind in vereinfachter, übersichtlicher Weise aufgebaut, die nur die Teile enthalten, die für das Meßprinzip grundlegend sind. Die Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten fanden, besonders auch für ihre Verwendung mit höher frequenten Strömen eine etwas ausführlichere Beschreibung. Ebenso sind für Gleichstrom die Widerstandsbrücken und Kompensatoren gut verständlich und ausführlich genug wiedergegeben. Dagegen sind die Wechselstrombrücken nach Wien, K. W. Wagner, Maxwell und Schering so kurz gefaßt, und nur die Endform der Gleichungen angegeben, daß für ein gründliches Verstehen die gewählte Form im allgemeinen nicht ausreichend sein dürfte. Eingehender und gut faßlich bearbeitet sind die Abschnitte über Hochspannungsmeßeinrichtungen, anzeigende Widerstandsmesser, Fernmeßeinrichtungen und Temperaturmessungen mit Widerstandsthermometern, Thermoelementen und Strahlungspyrometern. Ein kurz gefaßter Abschnitt über magnetische Messungen enthält als Neuerungen das Kriechgalvanometer und das Ferrometer. Den Abschluß bildet eine gedrängte Darstellung des piezoelektrischen Druckmessers und der Photoelemente.

Für ein gründliches Studium wertvoll sind die ständigen Hinweise auf das Schrifttum und besonders auf das modernste einschlägige Nachschlagewerk, auf das Archiv für technisches Messen (ATM).

Der Verfasser hat seine reichen Kenntnisse auf dem Gebiete der elektrischen Meßtechnik, insbesondere im Bau von Meßinstrumenten in diesem Buche niedergelegt. Es wird nicht nur dem Elektrotechniker, sondern jedem Ingenieur, der sich mit dem Messen elektrischer Größen zu befassen hat, ein willkommener Ratgeber sein. Dr. M. Stöckl.

VDI-Jahrbuch 1937. Die Chronik der Technik. Format DIN A 5, 228 Seiten. Berlin 1937, VDI-Verlag GmbH., Broschiert 3,50 *R.M.* (VDI-Mitgl. 3,15 *R.M.*).

Zum vierten Male gibt der Verein deutscher Ingenieure das VDI-Jahrbuch heraus. Es darf wohl gesagt werden, daß er damit eine verdienstvolle Aufgabe übernommen hat, deren erfolgreiche Durchführung von allen Seiten anerkannt wird. Zu einer Zeit ungestümen Vorwärtsdrängens der Technik und eines nicht immer vermeidbaren Spezialistentums wird die Forderung immer lauter, jedem Ingenieur und jedem an der Technik Interessierten einen Überblick über das Geschehen auf der ganzen Front der Technik zu ermöglichen. Diesem Zweck dienen die VDI-Jahrbücher in ihrer einzigartigen Darstellungsweise, in der sie über die Fortschritte auf den Einzelgebieten in geschlossenem Text berichten und das einschlägige Schrifttum nachweisen.

Das VDI-Jahrbuch 1937 enthält über 80 derartiger Entwicklungsberichte, etwa 3300 Randnoten erschließen über 7000 zugehörige Schrifttumsstellen; außerdem gestattet ein umfangreiches Stichwortverzeichnis mit etwa 2700 Wortstellen das VDI-Jahrbuch in der Art eines technischen Lexikons zu benutzen. Als Neuerung enthält es in Rückschau und Vorschau eine Zusammenstellung von Gedenktagen der Technik, die die Jahre 1936 gebracht haben bzw. bringen.

Die allgemeine Energiewirtschaft. Von A. Kloess. Verlag für Naturkunde und Technik von Fritz Knapp, Frankfurt (Main). Preis 4,50 *R.M.*

Die Energiewirtschaft hat im Leben der Völker eine von Jahr zu Jahr wachsende Bedeutung erlangt. Innerhalb des deutschen Vierjahresplanes nimmt sie eine besonders wichtige Stellung ein. Ferner wurden die Wirtschaftsgebiete der Elektrizitäts- und Gasversorgung durch das deutsche Energiewirtschaftsgesetz vom 13. Dezember 1935 erstmals grundlegend geregelt. Dieses im nationalsozialistischem Geiste entstandene Gesetzgebungswerk, bei dem die Interessen von Volk und Staat weitgehend gesichert wurden, aber störende Eingriffe in das Privatrecht vermieden blieben, hat im In- wie Auslande stärkste Beachtung gefunden.

Bei dieser Sachlage dürfte der Verfasser einem Bedürfnisse weiter Kreise entsprochen haben, indem er in einem knappen, 181 Seiten umfassendem Handbuche einen Grundriß der gesamten Energiewirtschaft (Elektrizität, Licht, Funk, Rundfunk, Wasserkraft, Wärme, Wind, Schall, chemische Energie, Radium, Kohle, Gase, Öle, Torf, Holz usw.) herausgegeben und einen Kurzkomentar des Energiewirtschaftsgesetzes samt Text der wichtigsten Nebengesetze beigefügt hat.

Nach einem einleitenden Überblick über die geschichtliche Entwicklung werden im ersten Teil des Buches „Die Energiewirtschaft“ deren Aufgabe und Bedeutung, die Energiearten, die volkswirtschaftlichen und technischen Grundlagen, die Nutzungsarten, die Wirtschaftsgestaltung sowie die Wert- und Preisbildung erörtert.

Der zweite Teil des Buches ist dem „Energerecht“ als Sonder- und Wirtschaftsrecht gewidmet. Zunächst werden die Energien als Rechts- und Vertragsgegenstände sowie die Energien im Nachbar-Telegraphen-Funk und Rundfunkrecht behandelt. Dann werden die Energierechte im allgemeinen und im besonderen besprochen (Rechte an den Rohstofflagerstätten und -Quellen sowie an den Erzeugungswerken und -Netzen für Energie, Gemeingebrauch an freien sowie Verfügungs- und Nutzungsrechte an unfreien Energien.) Den Abschluß bilden Ausführungen über den Energie-Rechtsschutz durch das Privatrecht und das öffentliche Recht (Straf-, Verwaltungs-, Wirtschafts- und Völkerrecht).

Der dritte Teil, ein Kurzkomentar zum Energiewirtschaftsgesetz, kann natürlich einen ausführlichen Sachkommentar nicht ersetzen. Er gibt aber brauchbare Winke und Hinweise und wird durch den Textabdruck der wichtigsten Nebengesetze ergänzt (Auszug aus der deutschen Gemeindeordnung, Reichsgesetze über Fernmeldeanlagen, zur Änderung des Strafgesetzbuches sowie über die Bestrafung der Entziehung elektrischer Arbeit, dann Verordnungen über Mitteilungspflicht in der Energiewirtschaft sowie über Bestrafung unbefugter Benutzung von Kraftfahrzeugen und Fahrrädern.)

Der Anhang enthält wertvolle Angaben über Statistik und Literatur.

Bei einer Neuausgabe des Buches wäre es von Vorteil, wenn das Sachregister etwas ausführlicher gestaltet würde.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß auf engem Raum eine Fülle wichtigen Stoffes in sachkundiger, übersichtlicher und leichtfaßlicher Weise dargestellt ist. Dem Techniker, dem Rechtswahrer und dem Volkswirtschaftler, aber auch dem Nichtfachmann wird das Buch einen guten Überblick gewähren und ein willkommenes Hilfsmittel sein. Hans Hennch.

Verzeichnis der VDE-Arbeiten. Das neue „Verzeichnis der VDE-Arbeiten“ (VDE 0001/1937) ist soeben „nach dem Stande am 1. März 1937“ erschienen. Es führt alle VDE-Arbeiten auf, die an diesem Tage gültig waren, nennt die Preise der entsprechenden Sonderdrucke und gibt einen Überblick über den Inhalt der neuen, 21. Auflage des VDE-Vorschriftenbuches.

Das Verzeichnis kann von der Geschäftsstelle des VDE, Berlin-Charlottenburg 4, Bismarckstraße 33, VDE-Haus, kostenlos bezogen werden.

Über das Verhalten geschweißter Träger bei Dauerbeanspruchung unter besonderer Berücksichtigung der Schweißspannungen. Von Prof. Dr. Ing. Bierett. Heft 7 der Berichte des Deutschen Ausschusses für Stahlbau. Berlin: Julius Springer 1937. 3,60 *R.M.*

Das Heft enthält Ergebnisse der Versuche mit geschweißten Trägern, deren Herstellung ohne äußere Verspannungswirkung möglich ist: Die an den Enden der Stumpfnähte vorhandenen Schrumpfdruckvorspannungen beeinflussen die Dauerfestigkeit günstig, während die in den Zugzonen liegenden Halsnähte die Dauerfestigkeit herabmindern. Unverspannt geschweißte Stumpfnähte sind eine Verbindungsform, die der Nietverbindung nicht im geringsten nachsteht. Dr. Kollmar.

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder angezeigten Bücher sind durch alle Buchhandlungen zu beziehen.

Der Wiederabdruck der in dem „Organ“ enthaltenen Originalaufsätze oder des Berichtes, mit oder ohne Quellenangabe, ist ohne Genehmigung des Verfassers, des Verlages und Herausgebers nicht erlaubt und wird als Nachdruck verfolgt.

Als Herausgeber verantwortlich: Direktor bei der Reichsbahn Dr. Ing. Heinrich Uebelacker in Nürnberg. — Verlag von Julius Springer in Berlin. Druck von Carl Ritter G. m. b. H. in Wiesbaden.