

Die Ermittlung der Massenträgheitsmomente durch Schwingungsversuche.

Ein Beitrag zur Dynamik des Laufes von Eisenbahnfahrzeugen.

Von Direktor bei der Reichsbahn Professor Heinrich Baumann, Karlsruhe.

Inhalt:

Die Arbeit behandelt die Ermittlung der Massenträgheitsmomente von Eisenbahnfahrzeugen durch Pendel- und Dreh-schwingungsversuche, sie wertet die Eignung dieser Verfahren für eisenbahntechnische Zwecke und zeigt, wie man die Genauigkeit des Versuchsergebnisses bestimmen kann. Sie bringt die neue „Karlsruher Formel“ für Drehschwingungen und zeigt an einer Anzahl von Beispielen die Nutzenanwendung bei der Bestimmung der „reduzierten Masse“.

Inhaltsübersicht:	Seite
Einleitung	101
I. Pendelschwingungen	102
Die Pendelformel, das Meßgerät, die Aufhängung, Ergebnisse. Beispiel.	
II. Drehschwingungen	104
a bis c. Die Grundformel I, Die Grundformel II, Die neue Grundformel III. d) Die Anwendung der Grundformeln II und III auf den holländischen Modellwagen und das Verfahren zur Bestimmung des Genauigkeitsgrades.	
III. Ergebnisse von Großversuchen und Modellversuchen	111
a) Der Versuchsstand im RAW Karlsruhe für Drehgestelle der Regelspur. b) Das Laufachsgestell der 01 Lokomotive 2 C 1 in 1:1 und 1:5 der n. Gr. c) Die 01 Lokomotive in 1:10 der n. Gr. d) Das Wagendrehgestell Bauart „Görlitz II schwer“ in 1:1 der n. Gr. e) Das Maschinendrehgestell des „Fliegenden Hamburgers“. f) Die Tragvorrichtung für die Versuche mit Wagen der Regelspur im RAW Schwetzingen. g) Om-Wagen mit 4,5 m Achsstand ohne Handbremse. h) Om-Modellwagen 1:10 der n. Gr. mit Handbremse. i) O Wagen mit 4 m Achsstand ohne Handbremse. k) Gr-Wagen mit 4,5 m Achsstand ohne Handbremse. l) Gl- und Glr-Wagen mit 7 m Achsstand ohne Handbremse. m) Glhs-Wagen mit 7 m und 7,7 m Achsstand und Handbremse. n) BCI-Wagen mit 6,5 m Achsstand.	

Die Laufsicherheit führender Eisenbahnräder bleibt gewahrt, wenn das Verhältnis des quer zur Schiene von innen nach außen wirkenden Führungsdruckes (Y) zum lotrechten Raddruck (Q) einen gewissen Grenzwert nicht überschreitet. Statische und dynamische Bestandteile bilden Y und Q.

So reich das Schrifttum über die Statik des Fahrzeuglaufes ist, so arm ist es noch in Sachen der Dynamik. Plötzlichen Richtungsänderungen der Schiene steht der Trägheitswiderstand des Fahrzeuges gegenüber. Wird die Wucht eines bis dahin in stetiger Richtung geführten Fahrzeuges plötzlich geändert, so hängt es in hohem Maße von der Größe der im Anlaufpunkt wirksamen Fahrzeugmasse, der „reduzierten Masse“ (M_{red}) des Fahrzeuges, weiter von der Größe der elastischen Formänderung des Gleises und der elastischen Nachgiebigkeit der unter dem Querdruck Y stehenden Fahrzeugteile ab, ob das führende Rad im Gleis bleibt.

Wucht ist Arbeit. Steht der Querkomponente der Wucht, die bei einer plötzlichen Geschwindigkeitsänderung zum Abanken des Fahrzeuges aufgeboden werden muß, ein angemessener Kraftweg zur Verfügung, so ermäßigt sich im um-

gekehrten Verhältnis des Weges die Größe des dynamischen Führungsdruckes P_m , der nach Dauner beträgt

$$P_m = v \sin \alpha \sqrt{\frac{M_{red}}{c}}$$

worin bezeichnen

v die Fahrgeschwindigkeit in $m s^{-1}$,
 α den Anlaufwinkel des führenden Rades,
 M_{red} „die reduzierte Masse“.

Man stellt sich darunter vor, die Anlaufstelle sei ein materieller Körperpunkt und es sei in ihm eine Masse M_{red} von solcher Größe vereinigt, daß dieses Ersatzsystem die gleiche Drehträgheit hat wie die Gesamtmasse, der die Stoßkraft die Drehbeschleunigung erteilt. Den Betrag der elastischen Nachgiebigkeit von Rad und Schiene an der Anlaufstelle, die Elastizitätsziffer.

Wie aber auch immer die rein rechnerischen Untersuchungen aufgebaut werden, man kommt dabei nicht ohne die axialen Massenträgheitsmomente des Fahrzeuges aus, die für die Größe der reduzierten Masse M_{red} maßgebend sind. Ist doch nach Dauner

$$M_{red} = \frac{M}{1 + \frac{d^2}{\rho_d^2} + \frac{w^2}{\rho_w^2}}$$

hierin bezeichnen: M die Gesamtmasse des Fahrzeuges, d den waagerechten Abstand des anlaufenden Rades von der lotrechten Querebene durch den Schwerpunkt, w den lotrechten Abstand des Anlaufpunktes von der waagerechten Ebene durch den Schwerpunkt, ρ die der Hochachse und der Längsachse durch den Schwerpunkt zugeordneten Trägheitshalbmesser. Bisher begnügte man sich wohl in der Regel mit näherungsweise Ermittlung, weil die Trägheitsmomente verwickelter Fahrzeuge rechnerisch nur mit sehr großem Zeitaufwand genau zu gewinnen sind, und man hielt diese Vereinfachung für ausreichend im Vergleich mit der mehr oder minder großen Stimmigkeit anderer Zahlenwerte der Rechnung, die aus der Erfahrung gegriffen werden müssen. Ob man dazu berechtigt ist, ließ man offene Frage sein. Ganz natürlich. Denn die Frage kann ja auch nur dann eindeutig beantwortet werden, wenn man die wahre Größe der Trägheitsmomente kennt und die Auswirkungen näherungsweise Berechnungen beurteilen kann.

Vor diese Frage sah ich mich im Lokomotiv-Fachausschuß des Vereins Mitteleuropäischer Eisenbahnverwaltungen gestellt, als ich mich daran machte, die Ergebnisse von Ablaufversuchen auszuwerten, die die Niederländischen Eisenbahnen im Zuge der von diesem Ausschuß zur Erforschung des Laufes von Lokomotiven unternommenen Arbeiten mit einem im Maßstab 1:5 der n. Gr. gebauten dreiachsigen Wagen vorgenommen hatten. Es handelte sich bei diesen Versuchen darum, zu ermitteln, unter welchen Verhältnissen dieser Wagen bei un stetigen Richtungsänderungen entgleist, also darum, wie groß die Grenzwerte Y/Q höchstens sein dürfen, wenn das Fahrzeug noch laufsicher sein soll. Eine Sache für sich war es — sie steht hier nicht zur Erörterung — die Ergebnisse nach den Gesetzen der Ähnlichkeitsmechanik auf das

dem Modellwagen entsprechende Regelspurfahrzeug zu übertragen. Ich mußte die Hauptträgheitsmomente des Modellwagens kennen und entschied mich, sie durch Schwingungsversuche zu bestimmen. Jedem Versuch haften Unzulänglichkeiten an. Ich hatte mir deshalb die Aufgabe gestellt, mir auch über die Genauigkeit der Versuchsergebnisse Aufschluß zu verschaffen, also darüber, um wie viele Hundertteile sich ein Versuchsergebnis von der wahren Größe unterscheidet. Im Zug unserer Arbeiten lagen weitere Aufgaben. Man bedurfte der Kenntnis der reduzierten Massen wichtiger Drehgestelle der Regelspur und ganzer Fahrzeuge. An diese Großversuche wollte ich aber erst herantreten, wenn es gelänge, die Versuchsergebnisse auch auf Stimmigkeit nachprüfen zu können.

Zwei Schwingungsverfahren kamen für meine Zwecke in Betracht: Schaukel-Pendelschwingungen um eine über dem Schwerpunkt des Körpers liegende Aufhängeachse und Drehschwingungen um eine lotrechte Schwerachse. Nicht in Betracht kamen: Drehpendelschwingungen (Wippschwingungen), bei denen der Körper auf einer waagerechten Bühne steht und samt der Bühne um eine waagerechte Achse pendelt, die einer der beiden waagerechten Hauptachsen des Körpers im Raum parallel ist (s. Lehr, Z. VDI 1934, S. 328), und Drehpendelschwingungen um eine waagerechte Hauptschwerachse. Ich schied also die Schwingungsverfahren aus, bei denen die fehlende Gewichtswirkung durch zusätzliche Federwirkungen ersetzt werden muß. Sie hätten teure, bei meinen einmaligen Versuchen nicht vertretbare Hilfseinrichtungen erfordert.

Schaukel-Pendelversuche um eine waagerechte, nicht durch den Schwerpunkt gehende Aufhängeachse liefern die Schwingungszeit zur Bestimmung des Drehträgheitsmomentes Θ' um diese Achse. Man hat also Θ' nach dem Steinerschen Satz auf die parallele Schwerachse umzurechnen, um das auf diese Schwerachse bezogene Trägheitsmoment $\Theta = \Theta' - m l^2$ zu erhalten. Je nach der Größe des Trägheitsmomentes Θ' und des Abstandes l der beiden Achsen können sich die Hundertteilbeträge der Abweichungen der versuchsmäßig ermittelten Größe Θ von der wahren Größe ganz außerordentlich vergrößern (s. Abschnitt I). Bei Drehschwingungen um die lotrechte Schwerachse ist das nicht der Fall (s. Abschnitt II). Der Praktiker bevorzugt deshalb schon rein überlegungsgemäß die Drehschwingungen. Unangreifbare Ergebnisse von Großversuchen sind nur mit Drehschwingungen um die Schwerachse erreichbar.

Wir haben gleichwohl eine Anzahl Schaukel-Pendelversuche mit einigen Rechkantkörpern zu Lehrzwecken ausgeführt. Abschnitt I bringt darüber nur so viel, als nötig ist, um zu zeigen, wie wenig sich dieses Verfahren für Großversuche eignen würde und daß man außerstande ist, den Fehlerbetrag des Ergebnisses zahlenmäßig zu bestimmen.

Bei allen unseren Versuchen handelte es sich um Schwingungen unter Dämpfung. Was wir als Schwingungsdauer gemessen haben, hätte also in allen Fällen auf die Dauer der ungedämpften Schwingung, die kürzer ist, umgerechnet und in die Formel, die das Trägheitsmoment als Funktion der Gegebenheiten und der Schwingungsdauer ermitteln läßt, eingesetzt werden müssen. Die Trägheitsmomente wären dann etwas kleiner ausgefallen als bei Benützung der Schwingungsdauer der gedämpften Schwingung. Auf die Größe der reduzierten Masse, auf deren Ermittlung es uns doch letzten Endes ankam, hätte sich aber der Einfluß der Dämpfung so wenig ausgewirkt, daß der mit der Bestimmung der Dämpfungsgrößen verbundene Mehraufwand an Mühen und Kosten damit nicht im Einklang gestanden hätte. An den grundsätzlichen Erkenntnissen, zu denen wir in den Abschnitten I und II gekommen sind, hätte diese Veredelung des Zahlen-

wertes für die Schwingungsdauer aber nichts geändert. Der Beweis dafür wird für die Pendelschwingungen des Abschnittes I in Zahlentafel 1 und in dem zu Abb. 2 gehörenden Text erbracht und für die Drehschwingungen des Abschnittes II im Anschluß an die Ableitung der Karlsruher Formel. Wir werden dort erfahren, daß diese Formel praktisch die gleichen Ergebnisse liefert, einerlei ob man die Schwingungsdauer der gedämpften oder ungedämpften Schwingungen einsetzt. Diese Feststellung ist wichtig, nicht nur deshalb, weil die Trägheitsmomente aller im Abschnitt III untersuchten Fahrzeuge ausschließlich nach dem der Karlsruher Formel zugrunde liegenden neuen Verfahren bestimmt worden sind, sondern auch deswegen, weil dies ein weiterer Vorzug dieser Formel ist. Schließlich sei hier noch bemerkt, daß wir uns mit einfachen Meßgeräten haben behelfen müssen. Optisches und anderes Feinmeßgerät, ohne das eine Analyse aller Widerstände unmöglich ist, die als Dämpfung sich äußern, stand uns nicht zu Gebot. Es hängt also mit Unvollkommenheiten der Beobachtungen, mit Zufälligkeiten und Einwirkungen zusammen, die wir nicht ergründen konnten, wenn ein Teil der versuchsmäßig gemessenen Trägheitsmomente auch etwas größer als die errechneten ausfiel.

Bei diesen Arbeiten bin ich durch die Reichsbahnbauführer Helbing und Kattermann und den Reichsbahnbaumeister Rehberger tatkräftig unterstützt worden. Diese Herren haben wertvolle Beihilfe geleistet, ich danke ihnen auch an dieser Stelle.

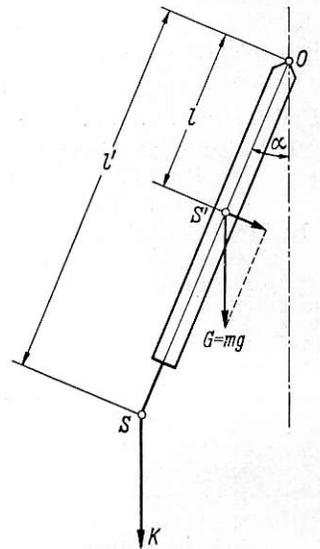


Abb. 1.

I. Pendelschwingungen.

Nach den Lehren der Mechanik schwingt ein Stab vom Gewicht $G = mg$, dessen Schwerpunkt S' den Abstand l von der Aufhängeachse O hat (s. Abb. 1), wie ein Fadenpendel von der Länge l' mit dem materiellen Punkt S vom Gewicht $K = m'g$, dessen volle Schwingungsdauer

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}}$$

beträgt. Weil $G l = mgl = K l' = m'gl'$, also

$$m l = m' l'$$

und

$$m' = \frac{\Theta'}{l'^2}$$

ist, worin Θ' das Trägheitsmoment des Körpers in bezug auf die Aufhängeachse darstellt, ist

$$m l = \frac{\Theta'}{l'^2} l' = \frac{\Theta'}{l'}$$

also

$$l' = \frac{\Theta'}{m l}$$

Damit ergibt sich für die Schwingungsdauer des physischen Pendels die Beziehung

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta'}{mgl}}$$

und daraus das Trägheitsmoment des Körpers in bezug auf die Aufhängeachse O zu

$$\Theta' = \frac{G l}{4\pi^2} t^2 \text{ cmkgs}^2,$$

wenn die Gewichte in kg, die Längen in cm und die Zeit in Sekunden bezeichnet werden.

Mit Hilfe des Steinerschen Satzes errechnet sich das Trägheitsmoment Θ des Körpers in bezug auf die zur Aufhängeachse parallele Achse durch den Schwerpunkt S' des Körpers zu

$$\Theta = \Theta' - m l^2 = \frac{G \cdot l}{4 \pi^2} \cdot t^2 - \frac{G \cdot l^2}{g} \text{ cmkgs}^2.$$

Für das mit Hilfe einer besonderen Tragvorrichtung ermittelte Trägheitsmoment eines Körpers ergibt sich sinngemäß Θ in bezug auf die Schwerachse zu

$$\Theta = \frac{G_1 \cdot l_1}{4 \pi^2} \cdot t_1^2 - \frac{G_2 \cdot l_2}{4 \pi^2} \cdot t_2^2 - \frac{G_3 \cdot l_3^2}{g},$$

wenn bedeuten

G_1 die Summe der Gewichte des Versuchskörpers und der Tragvorrichtung,

G_2 das Gewicht der Tragvorrichtung allein,

G_3 das Gewicht des Versuchskörpers allein,

l_1 den Abstand des gemeinsamen Schwerpunktes der Tragvorrichtung und des Versuchskörpers von der Aufhängeachse,

l_2 den Abstand des Schwerpunktes der Tragvorrichtung allein von der Aufhängeachse,

l_3 den Abstand des Schwerpunktes des Versuchskörpers allein von der Aufhängeachse,

t_1 die Dauer einer vollen Schwingung, wenn Versuchskörper und Tragvorrichtung zusammen schwingen (s. die einleitenden Bemerkungen über die Schwingungsdauer),

t_2 die Dauer einer vollen Schwingung, wenn die Tragvorrichtung allein schwingt,

g die Erdbeschleunigung,

und es ist hiernach

$$l_1 = \frac{G_2 l_2 + G_3 l_3}{G_1}.$$

Die Genauigkeit des nach dieser Grundformel errechneten Wertes von Θ hängt zunächst natürlich davon ab, mit welcher Schärfe die in der Formel enthaltenen Größen haben ermittelt werden können, wobei auf das „können“ ein gewisser Nachdruck gelegt werden muß. Denn die Länge l ist gar nicht leicht zu ermitteln, wenn es sich um baulich verwickelte Körper handelt.

Die erreichbare Genauigkeit des Ergebnisses, ausgedrückt in Hundertteilen der wahren Größe, hängt aber weiter in hohem Maße noch von den Einzelheiten der Aufhängevorrichtung (Schaukel) ab, und, was man zunächst vielleicht nicht erkennt, auch von der verhältnismäßigen Größe und der räumlichen Verteilung der Massen, die man pendeln läßt.

Um die Auswirkungen der Aufhängung zu erkunden, haben wir drei Rechkantkörper von 20,06 kg, 84,85 kg und 265,15 kg pendeln lassen und die durch den Versuch mittelbar gewonnenen Trägheitsmomente mit den errechneten verglichen.

Von den in der Grundformel vorkommenden Größen G , l und t bereitete uns die Bestimmung der Größe l unüberwindliche Schwierigkeiten, solange wir biegsame Fäden für die Aufhängung verwendeten. Die Erkenntnis aber hatten wir schon bei den ersten Vorversuchen gewonnen, daß man über die Auswirkungen der einen oder anderen Ausführung der Aufhängevorrichtung nur dann ins klare kommen kann, wenn man imstande ist, die Schwingungszeit t einer vollen Schwingung mit sehr großer Genauigkeit zu ermitteln. Gewöhnliche, von Hand ein- und auszuschaltende Stoppuhren reichen dazu nicht aus. Unsere Handstoppuhren zeigten die Zeit etwa auf $\pm 0,6$ Sek. genau an. Es kam darauf an, die Dauer einer vollen Schwingung aus n Schwingungen in der Zeit T auf zehntausendstel Sekunden genau zu erfassen. Nach verschiedenen unbefriedigenden Versuchen mit verschiedenen Zeitmeßgeräten gelang es, von der Firma Hartmann und

Braun in Frankfurt a. M. eine Großstoppuhr zu erhalten, die die Zeit T auf $\frac{1}{20}$ Sek. genau ablesen ließ. Wichtig war, dieses Meßgerät durch den schwingenden Körper selbst in Gang bringen und nach Erreichung der für gut befundenen Zeitdauer T stillsetzen zu lassen. Wichtig war ferner, die Schwingungszahl n während der Zeit T selbsttätig zählen zu lassen. Diesen Forderungen entsprach ein halb selbsttätiges, mit Wechsel- und mit Gleichstrom arbeitendes Schaltwerk, das über einen Mehrfachumschalter Uhr- und Zählwerk gleichzeitig in und außer Gang setzte. Die Kontaktgabe erfolgte im Schwingungsmittelpunkt, da nur dieser Punkt nach gleichen vom Ausschlag unabhängigen Zeiten vom schwingenden Körper erreicht wird. Die Kontaktdauer mußte mindestens 0,06 Sek. währen, um auf die Stoppuhr von Wirkung zu sein. An der Tragplatte war eine leicht gehaltene Bürste angebracht, die dem schweren schwingenden Körper praktisch nicht meßbare Hemmungen bereitete. Die Zeit T (Gesamtdauer der n Schwingungen) beginnt und endigt beim Auftreffen der Bürste auf ein kupfernes Rohr, die Schwingungsdauer t einer vollen Schwingung ist mithin gleich $\frac{T}{n}$.

Versuche mit einem Ausschlag von 15' und 1,5' ergaben, daß die Verschiedenheit der Zeitdauer, die zwischen Kontakteintritt bei Berührung des Rohres durch die Bürste und Erreichung der Schwingungsmittellage verstreicht und zu Beginn der Versuche kürzer ist als am Ende, praktisch keine Rolle spielt. Ebenso war auch der Gangfehler der Stoppuhr bei Versuchen bis zu 1 Std. Dauer ohne Bedeutung. Bei längerer Dauer zog man die Uhr wieder auf.

Die Großstoppuhr hat uns ausgezeichnete Dienste geleistet. Sie hat uns u. a. mittelbar erkennen lassen, wie sehr man darauf achten muß, daß die eisernen Gerüste, auf die man die Schaukel stützt, gegen jegliches Durchschwingen versteift sein müssen. Sie hat uns bei den Pendelversuchen an Seilen durch ihre genauen Zeitangaben erkennen lassen, daß die wirksame Pendellänge l sich überhaupt nicht ermitteln läßt, wenn man die Körper an einfachen Drähten oder Drahtseilen aufhängt. Selbst bei einfachen Drähten von 0,4 mm gelang das nicht. Die Aufhängeseile blieben in keinem Falle gestreckt, in jedem Seilstrang bildeten sich zwei flache Buchten, deren Krümmung und Lage sich mit der Schwingungsweite änderte, einerlei ob man die Seilschaukel an einer polierten Rundeisenstange aufhing, die in ausgerundeten Pfannen kleine Wälzbewegungen machen konnte, oder an Schneidenkörpern. Sehr deutlich war in diesem Falle die aus dem Wechselspiel zwischen Seil und Schneiden herührende Phasenverschiebung der Schwingungen der Schneiden und der Tragplatte zu erkennen, die die dauernd sich ändernde Verlagerung der tatsächlichen Drehachse offenbarte.

Nachdem zahlenmäßig erkannt war, zu welchen Fehlergebnissen man bei Seilaufhängungen gelangt, ersetzten wir die Seile durch Flacheisen, die mit den Schneidenkörpern und der Tragplatte zu einem starren System verbunden waren.

Durch die starre Tragvorrichtung war ein über den ganzen Bereich der Ausschläge gleichbleibendes l erreicht worden. Die gemessenen Schwingungszeiten blieben im Gegensatz zu den Versuchen an Seilen sehr schön gleichmäßig. Kugellager an Stelle der Schneidenkörper haben bei unseren Versuchen wegen zu großer Dämpfung versagt.

Nach dem, was in den einleitenden Bemerkungen über Schaukel-Pendelversuche gesagt wurde, hat man kürzeste Pendellängen anzustreben. Die Abweichungen der durch den Versuch gefundenen Werte der Trägheitsmomente von ihrer wahren Größe sind, wie einige Versuche mit Körpern mit bekannten Trägheitsmomenten gezeigt haben, nur dann klein, wenn Aufhängeachse und die zu ihr parallele Schwerachse nahe beisammen liegen.

Man kann das aber nicht immer erreichen, macht sich vielleicht aber auch nicht immer klar, daß man beim Schaukel-Pendelversuch um eine nicht durch den Schwerpunkt gehende Achse nicht in der Lage ist, sich über die Genauigkeit des Versuchsergebnisses Rechenschaft zu geben und daß sich eben deshalb Schaukel-Pendelversuche zur Ermittlung der Trägheitsmomente überhaupt nicht eignen, wenn man die Körper nur unter Zuhilfenahme von Traggerüsten oder Tragbühnen um eine von der Schwerachse verhältnismäßig weit entfernte Aufhängeachse schwingen lassen kann.

Ein Zahlenbeispiel erläutere das Gesagte. Auf der kleinen Schaukel (Abb. 2) von nur 40,025 cm Höhe (Unterkante Schneide bis Oberkante Tragrahmen) liegen die beiden eisernen Rechtecke von je 1,568 kg Gewicht, das eine Mal so, daß sie sich rechtwinklig kreuzen, das andere Mal, daß sie sich decken. Die rein rechnermäßig bestimmten Trägheitsmomente Θ_e der beiden Körperpaare sind verschieden (Querreihe 1 der Zahlentafel 1), in beiden Fällen pendelt aber das gleiche Gewicht mit gleichem Schwerpunktsabstand l um die

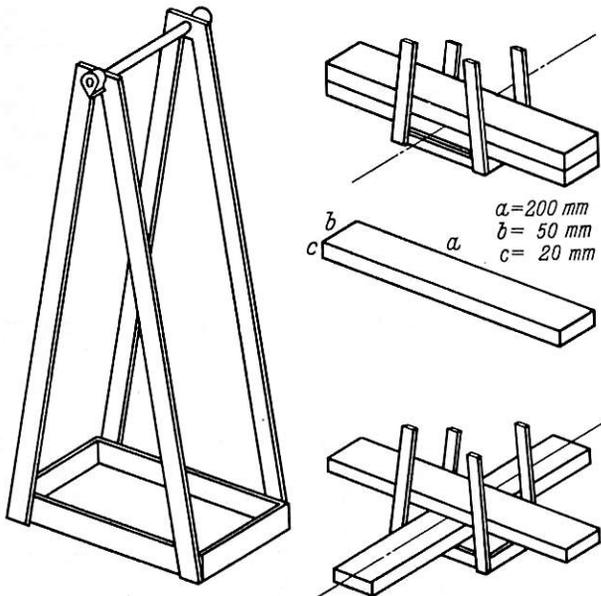


Abb. 2.

Aufhängeachse. Die versuchsmäßig ermittelten, auf die Aufhängeachse bezogenen Trägheitsmomente Θ_v' enthält die Querreihe 6. Aus der Querreihe 13, in der wir zunächst die Spalten 3 und 5 betrachten, ersieht man, wie verschieden sich die Massenverteilung der gleichschweren Versuchskörper bei nahezu gleich großen Θ_e' (Querreihe 7) in den verschiedenen großen Verhältniszahlen $\frac{1}{76,9}$ und $\frac{1}{42,7}$ für $\frac{\Theta_e}{\Theta_e'}$ äußert.

Das ist an und für sich nichts Neues. Hätte man die Pendelversuche mit einer fünfmal so langen Schaukel ausgeführt, wobei in dem Glied $\frac{G_3 \cdot l_3^2}{g}$ der Abstand l_3 des Schwer-

punktes des Versuchskörpers von der Aufhängeachse statt 38,027 cm sich auf 190,135 cm vergrößert hätte, so würde sich als Verhältnis der Trägheitsmomente beim Versuch a):

$$\frac{\Theta_e}{\Theta_e'} = \frac{0,060\,871\,22}{115,627\,162\,67} = \frac{1}{1899,5374}$$

und beim Versuch b):

$$\frac{\Theta_e}{\Theta_e'} = \frac{0,110\,820\,25}{115,677\,111\,70} = \frac{1}{1043,8264}$$

ergeben haben. Der Hundertteil des Fehlers des Trägheitsmoments in bezug auf die Körperschwerachse wäre also das

1899,5- und das 1043,8fache des Hundertteils des Fehlers, den das Trägheitsmoment in bezug auf die Aufhängeachse hat.

Die Fehlerbeträge $\Delta = \Delta'$ sind je nach der Schärfe der beim Versuch zu Gebote gestandenen Meßgeräte mehr oder minder groß; sie sind im Fall a) andere als im Fall b), sie sind, wenn man sie in Hundertteilen der zugehörigen unter sich verschiedenen Trägheitsmomente ausdrückt, erst recht von-

einander verschieden. Da $\Delta\% = \frac{\Theta'}{\Theta} \Delta'\%$, so ist $\Delta\%$ nur zu bestimmen, wenn $\Delta'\%$ bekannt ist. Im vorliegenden Fall war das möglich, weil Δ' bekannt war. Man hat ja Körper mit rechnerisch absolut genau ermittelten Trägheitsmomenten pendeln lassen. Zum Schwingungsversuch greift man aber doch nur, wenn man die rechnerische Bestimmung vermeiden will. Man kennt also Θ nicht und kann sich auch damit nicht helfen, daß man wie beim Drehschwingungsversuch (s. Abschnitt II) einen Vergleichskörper von einfacher geometrischer Gestalt zu Hilfe nimmt.

Auch für Pendel-Wippschwingungen auf Tragbühnen nach dem von Dr. Ing. Lehr in Z. VDI 1934, S. 328 erläuterten Verfahren zur Bestimmung der Trägheitsmomente von Kraftwagen um die beiden waagerechten Hauptschwerachsen gilt natürlich, was für Schaukelschwingungen oben ausgesprochen worden ist. Es ist also auch hier unmöglich, die wahre Größe der Trägheitsmomente durch Vergleichsversuche zu ermitteln. Man weiß nur, daß der Hundertteil-Fehlerbetrag im Versuchsergebnis am kleinsten ist, wenn der Wagen mit seiner Längs- oder Querschwerachse über der in Kugellagern gelagerten Drehachse der Tragbühne steht und daß der Fehler in jeder anderen Stellung ein anderer ist.

Die Schwingungszeiten aller unserer Versuche litten so wenig unter Dämpfung, daß man davon absehen konnte, die gemessenen Schwingungszeiten auf die der ungedämpften Schwingungen umzurechnen. Da alle unsere Großversuche auf dem Drehschwingungsverfahren fußen, das zur Grundformel III (Karlsruher Formel) geführt hat, so wäre hier eine Umrechnung ohnehin auch gar nicht in Frage gekommen (Begründung s. Abschnitt II). Wie wenig übrigens die Schwingungszeit t_g der gedämpften Schwingung von der der ungedämpften t_u in unserem Beispiel (Abb. 2) verschieden ist, zeigt die Zahlentafel 1 beim Vergleich der Querreihen 2 und 4. Die Schwingungszeiten t_1 und t_2 der Spalten 3 und 5 sind nach O. Föppel (Grundzüge der technischen Schwingungslehre Berlin 1931, S. 107 ff.) auf die der ungedämpften Schwingungen in den Spalten 4 und 6 umgerechnet worden. Dazu mußte man zuvor wissen, um wieviel der Ausschlag je Schwingung abnahm. Wir haben das mit Hilfe photographischer Aufnahmen erreicht. Der Vergleich der Ergebnisse in der Querreihe 10 zeigt, daß die Unterschiede praktisch ohne jegliche Bedeutung sind.

II. Drehschwingungen.

Das Massenträgheitsmoment eines Körpers um eine durch seinen Schwerpunkt gehende Achse läßt sich versuchsmäßig unmittelbar ermitteln, wenn man den Körper an einem oder mehreren Drähten oder Drahtseilen so aufhängt, daß er Drehschwingungen um diese Achse ausführen kann. Das Rechnungsergebnis, zu dem die für diese zweite Grundform der mechanischen Schwingungen geltenden Grundformeln der Mechanik (s. S. 106 ff.) führen, stellt natürlich auch hier nicht den wirklichen Wert des Trägheitsmomentes dar, weil die Zahlenwerte der einzelnen Formelgrößen meßtechnisch niemals absolut genau erfaßt werden können. Aber das erkennt man ohne weiteres, daß das Ergebnis des Drehschwingungsversuches der wirklichen Größe des

Zahlentafel 1.

$$\Theta_e = \frac{G_1 \cdot l_1}{4\pi^2} \cdot t_1^2 - \frac{G_2 \cdot l_2}{4\pi^2} \cdot t_2^2 - \frac{G_3 \cdot l_3^2}{g}$$

$$\begin{aligned} l_1 &= 35,6715 \text{ cm} & G_1 &= 3,6285 \text{ kg} \\ l_2 &= 20,6730 \text{ „} & G_2 &= 0,4925 \text{ „} \\ l_3 &= 38,0270 \text{ „} & G_3 &= 3,1360 \text{ „} = 2 \cdot 1,568 \text{ kg} \end{aligned}$$

1	2	3	4	5	6
O. Z.	Bezeichnung	Versuch a		Versuch b	
1	Θ_e in cmkgs ²	0,060 871 22	0,060 871 22	0,110 820 25	0,110 820 25
2	t_1 in s	1,235 666 60 ¹⁾	1,235 666 58 ²⁾	1,241 629 20 ¹⁾	1,241 629 18 ²⁾
3	$\frac{G_1 \cdot l_1}{4\pi^2} \cdot t_1^2$ in cmkgs ²	5,006 009 58	5,006 009 45	5,054 438 26	5,054 438 13
4	t_2 in s	1,119 608 20 ¹⁾	1,119 608 08 ²⁾	1,119 608 20 ¹⁾	1,119 608 08 ²⁾
5	$\frac{G_2 \cdot l_2}{4\pi^2} \cdot t_2^2$ in cmkgs ²	0,323 282 46	0,323 282 39	0,323 282 46	0,323 282 39
6	$\Theta_v' = \frac{G_1 \cdot l_1}{4\pi^2} \cdot t_1^2 - \frac{G_2 \cdot l_2}{4\pi^2} \cdot t_2^2$ cmkgs ²	4,682 727 12	4,682 726 99	4,731 155 80	4,731 155 74
7	$\Theta_e' = \Theta_e + m l^2$ mit $m l^2 = \frac{G_3 \cdot l_3^2}{g}$ in cmkgs ²	4,683 522 94	4,683 522 94	4,733 471 97	4,733 471 97
8	Fehler in cmkgs ² $\Delta' = \Theta_e' - \Theta_v'$ $= \Theta_e - \Theta_v = \Delta$; in % von Θ_e'	-0,000 795 82 -0,016 991 91	-0,000 795 95 -0,016 994 685	-0,002 316 17 -0,048 931 73	-0,002 316 23 -0,048 933 00
9	$\frac{G_3 \cdot l_3^2}{g} = m l^2$ in cmkgs ²	4,622 651 72	4,622 651 72	4,622 651 72	4,622 651 72
10	$\Theta_v = \frac{G_1 \cdot l_1}{4\pi^2} \cdot t_1^2 - \frac{G_2 \cdot l_2}{4\pi^2} \cdot t_2^2 - \frac{G_3 \cdot l_3^2}{g}$ cmkgs ²	0,060 075 40	0,060 075 27	0,108 504 08	0,108 504 02
11	Fehler in cmkgs ² $\Delta = \Theta_e - \Theta_v = \Delta'$ in % von Θ_e	-0,000 795 82 -1,307 383 0	-0,000 795 95 -1,307 596 5	-0,002 316 17 -2,090 024 1	-0,002 316 23 -2,090 078 3
12	Verhältnis der Fehler $\Delta\% / \Delta'\%$	$\frac{-1,307 383 0}{-0,016 991 91} =$ $\frac{76,941 49}{1}$	$\frac{-1,307 596 5}{-0,016 994 685} =$ $\frac{76,941 49}{1}$	$\frac{-2,090 024 1}{-0,048 931 73} =$ $\frac{42,713 06}{1}$	$\frac{-2,090 078 3}{-0,048 933 00} =$ $\frac{42,713 06}{1}$
13	Verhältnis der Trägheitsmomente Θ_e / Θ_e'	$\frac{0,060 871 22}{4,683 522 94} =$ $\frac{1}{76,941 49}$	$\frac{0,060 871 22}{4,683 522 94} =$ $\frac{1}{76,941 49}$	$\frac{0,110 820 25}{4,733 471 97} =$ $\frac{1}{42,713 059}$	$\frac{0,110 820 25}{4,733 471 97} =$ $\frac{1}{42,713 059}$

1) gedämpft — 2) ungedämpft

Trägheitsmomentes unbedingt näher kommen muß als das des Pendelschwingungsversuches, gleiche Meßgenauigkeit vorausgesetzt. Das liegt daran, daß die Drehachse hier gleichzeitig auch Schwerachse ist, daß also das für sie versuchsmäßig ermittelte Trägheitsmoment das endgültige ist und daß dieses Trägheitsmoment nur mit dem einfachen Betrag eines Fehlers (Unterschiedsbetrag in Hundertstel) belastet wird und nicht mit einem Vielfachen dieses Betrages, wie beim Pendelversuch.

In dieser Wesenheit des Drehschwingungsverfahrens (Aufhängeachse = Schwerachse) liegt auch die Erklärung dafür, daß man, wie noch gezeigt wird, die Genauigkeit des Ergebnisses des Drehschwingungsverfahrens zahlenmäßig beziffern kann und sich nicht wie beim Pendelversuch darauf beschränken muß, den Unterschiedsbetrag nur als ein an und für sich zwar bestimmtes Vielfaches eines anderen Unterschiedes anzugeben, der aber selbst in der Mehrzahl der Fälle unbekannt ist und bleibt.

Der Drehschwingungsversuch hat, vom rein praktischen Standpunkt aus betrachtet, noch das für sich, daß die Aufhängung an Seilen weit einfacher und sehr viel billiger ist als die Herrichtung starrer Traggerüste oder von Bühnen, die

beim Pendelversuch nötig sind, wenn jemand die Trägheitsmomente baulich verwickelter Fahrzeuge oder Fahrzeugglieder nach dem Pendelverfahren ermitteln wollte.

Die Mechanik stellt zwei Grundformeln zur wahlweisen Benützung, nach denen man die Massenträgheitsmomente aus Drehschwingungen berechnen kann. Sie sind bekannt. Die eine Formel arbeitet ohne, die andere mit Zusatzgewichten. Gleichwohl leiten wir diese Formeln hier ab, weil wir die zweite der bekannten Grundformeln schärfer fassen, als es im Schrifttum nach unserer Kenntnis bisher geschehen ist und weil die dritte, bei unseren planmäßigen Versuchen entstandene Grundformel, die wir die „Karlsruher Formel“ nennen möchten, nur im Zusammenhang mit der Erörterung der beiden anderen Formeln vollinhaltlich gewertet werden kann.

a) Die Grundformel I.

Ein Körper vom Gewicht G ist an zwei parallelen Fäden von der Länge l aufgehängt, die von der Schwerachse je den Abstand a haben (s. Abb. 3). Bei kleiner Auslenkung um den Winkel ψ aus der Gleichgewichtslage in der waagerechten Ebene ist auch die Neigung φ des Fadens gegen die Senk-

rechte klein. Die Fadenspannung ist $\frac{G}{2}$, ihre waagerechte Seitenkraft ist die Rückstellkraft, ihre Größe ist $\frac{G}{2} \varphi$.

Das in die Gleichgewichtslage zurückdrehende Rückstellmoment ist

$$M = 2 \frac{G}{2} \varphi a = G \varphi a,$$

auch bei Aufhängung an n Fäden.

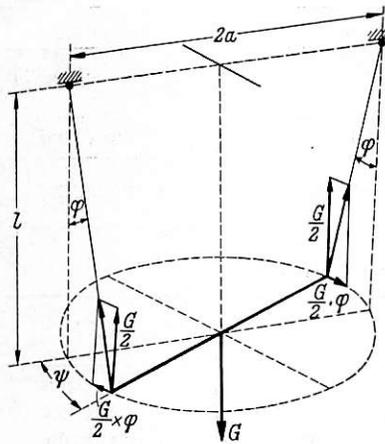


Abb. 3.

Da bei sehr kleinen Auslenkungen, wie sie hier in Betracht kommen,

$l \varphi = a \psi$ gesetzt werden kann, ist

$$M = \frac{G a^2}{l} \cdot \psi = c_M \cdot \psi,$$

wenn $c_M = \frac{G a^2}{l}$ das Rückstellmoment für $\psi = 1$ (Bogenlänge = Halbmesser bei $\sim 57^\circ$) ausdrückt.

Da nach den Lehren der Schwingungstechnik die Eigenschwelle eines Schwingers

$$\nu = \sqrt{\frac{c_M}{\Theta}}$$

worin Θ das Trägheitsmoment des Körpers in bezug auf seine Drehachse bedeutet, andererseits die Zeitdauer einer vollen Schwingung

$$t = \frac{2\pi}{\nu}$$

beträgt, so ergibt sich aus $t = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\Theta}{c_M}}$ das Massenträgheitsmoment des Körpers in bezug auf die Drehachse

$$I) \dots \dots \dots \Theta = \frac{G a^2}{4 \pi^2 l} t^2 \text{ cmkgs}^2.$$

b) Die Grundformel II.

Man kann das Massenträgheitsmoment Θ ermitteln, ohne sich mit den Größen a und l in der Rechnung abgeben zu müssen, wenn man nach Gauß den Körper das eine Mal ohne und das andere Mal mit Zusatzgewichten dreheschwingen läßt. Voraussetzung ist, daß die Anordnung der Aufhängung in beiden Fällen die gleiche ist und bleibt, also a und l sich während beider Versuche nicht ändern, die Zusatzgewichte $2 G_{zus}$ genau gleich groß und gleich schwer sind und sich genau einander gegenüber im gleichen Abstand von der Drehachse befinden.

Bedeutet Θ'_{zus} das bekannte Trägheitsmoment eines Zusatzkörpers in bezug auf die Drehachse des Systems, t_1 die Zeitdauer einer vollen Schwingung ohne Zusatzgewichte, t_2 mit Zusatzgewichten, so gilt

für den Körper ohne Zusatzgewichte

$$\Theta = \frac{G a^2}{4 \pi^2 l} t_1^2 \text{ cmkgs}^2$$

und für den Körper mit Zusatzgewichten

$$\Theta + 2 \Theta'_{zus} = \frac{(G + 2 G_{zus}) a^2}{4 \pi^2 l} t_2^2 \text{ cmkgs}^2,$$

woraus sich das gesuchte Massenträgheitsmoment zu

$$II) \dots \Theta = 2 \Theta'_{zus} \frac{G t_1^2}{(G + 2 G_{zus}) t_2^2 - G t_1^2} \text{ cmkgs}^2$$

ergibt.

Würde man die Größe $2 G_{zus}$ als unbedeutend klein gegenüber G ansehen, was im Schrifttum geschieht*), so ginge die Formel II über in Form

$$IIa) \dots \dots \dots \Theta = 2 \Theta'_{zus} \frac{t_1^2}{t_2^2 - t_1^2} \text{ cmkgs}^2$$

oder, wenn man, wie Lehr*), auch noch das Trägheitsmoment der Zusatzkörper $2 \Theta'_{zus}$ von der Masse $2 m$ um ihre eigene Achse vernachlässigt, also statt $2 \Theta'_{zus} = 2 \Theta'_{zus} + 2 m r^2$ ($r =$ Abstand von der Drehachse) $2 \Theta'_{zus} = 2 m r^2$ setzt, so würde als Grundformel II die Form

$$IIb) \dots \dots \dots \Theta = 2 m r^2 \frac{t_1^2}{t_2^2 - t_1^2} \text{ cmkgs}^2$$

hinzunehmen sein.

Um darüber zahlenmäßig Aufschluß zu gewinnen, wie sich die Grundformeln I, II, IIa und IIb auswirken, haben wir mit dem zweitgrößten unserer in der Einleitung und in Abschnitt I erwähnten**) Vergleichskörper, dem 84,85 kg Block (60 . 20 . 9 cm), vier Reihen von Versuchen durchgeführt, in jeder Reihe den Vergleichskörper bei den mittleren Drehwinkeln $7' 53''$, $14' 22''$ und $28' 43''$ an drei Seilen von 3 mm Stärke und 262,17 cm Länge dreheschwingen lassen und drei verschieden große Zusatzkörperpaare von bekanntem Gewicht und Trägheitsmoment in wechselnden Abständen von der Drehachse verwendet. Aus diesen Versuchen hat sich ergeben:

1. Bei jedem Dreheschwingsversuch an Seilen wirkt sich die Seilsteifigkeit so aus, daß die wirksame Seillänge während des Schwingungsvorganges kürzer als die Seillänge der Ruhelage ist. Die Drahtseile müssen über ihre ganze Länge von gleicher Beschaffenheit sein, sie dürfen keine Spleißstellen haben und müssen aus der unteren Tragvorrichtung, mit der der Körper, wenn er von den Seilen nicht unmittelbar gefaßt werden kann, die Dreheschwingungen mitmacht, und andererseits aus der oberen ortsfesten Tragvorrichtung unmittelbar herausführen. Hakenschrauben, Ösen u. dergl. als Zwischenglieder zwischen den Tragvorrichtungen und den Seilen sind unbedingt zu vermeiden. Alle Nachstellvorrichtungen zum Einstellen gleicher Seillängen müssen deshalb außerhalb des tragenden Teiles der Seile unter der Tragvorrichtung für den Körper oder über der Tragvorrichtung für die Seite angeordnet werden. Die obere Tragvorrichtung muß starr und unnachgiebig sein. Bei nicht genügend starrer Lagerung würden die zusätzlich auftretenden Schwingungen die einwandfreie Zeitmessung unmöglich machen.

2. Die nach Grundformel I ermittelten Trägheitsmomente blieben hinter dem tatsächlichen Trägheitsmoment des Blockes, das aus seinen Abmessungen und seinem Gewicht genau errechnet wurde, zurück und zwar um so stärker, je kleiner der Verdrehungswinkel und je schwerer der Körper durch zusätzlich aufgebrachte Gewichte, deren Trägheitsmomente man natürlich in Abzug gebracht hatte, gemacht wurde.

3. Die durch Vergleich der Schwingungszeiten des Vergleichsblockes mit und ohne Zusatzkörper nach Grundformel II ermittelten Trägheitsmomente kommen dem errechneten tatsächlichen Trägheitsmoment näher als die nach Grundformel I bestimmten Trägheitsmomente. Sie änderten sich mit den bei den Versuchen angewendeten Verdrehungswinkeln kaum, sie wuchsen aber mit steigendem Gewicht der Zusatzkörper. Die Seillänge l ist in der Grundformel II rein rechnungsmäßig zwar nicht mehr vorhanden, mittelbar macht sich aber doch in den Größen t_1 und t_2 geltend, daß die Versuche sich bei verschiedenen Seilspannungen, also mit verschiedenen wirksamen Seillängen abspielen. Abnehmenden wirksamen

*) Archiv für Technisches Messen, Blatt V, 123; Lehr, Schwingungstechnik. I. Band, Seite 110.

**) Seite 102 und 103.

Längen l entsprechen abnehmende Schwingungszeiten t . Die Schwingungszeit t_2 wird daher mit steigendem Gewicht der Zusatzkörper im Verhältnis zu t_1 zu klein gemessen. Wird t_2 zu klein bestimmt, so muß nach dem Aufbau der Grundformel II das Trägheitsmoment mit steigendem Gewicht der Zusatzkörper zu groß ausfallen. Unsere Versuche mit steigend schwereren Zusatzkörpern haben das bestätigt, besonders in den Fällen, in denen die Nachstellvorrichtungen der Seile in die wirksame Seillänge eingeschaltet waren.

4. Die unter Vernachlässigung des Trägheitsmomentes der Zusatzkörper um ihre eigene Achse ermittelten Trägheitsmomente des Versuchskörpers sind kleiner als die ohne diese Vernachlässigung bestimmten Trägheitsmomente. Das Verhältnis $2 m r^2 / (2 m r^2 + 2 \Theta_{zus})$, d. h. das Verhältnis des unter Vernachlässigung des Trägheitsmomentes um die eigene Achse berechneten Trägheitsmomentes $2 m r^2$ der Zusatzkörper in bezug auf die Systemdrehachse zu ihrem genauen Trägheitsmoment $2 m r^2 + 2 \Theta_{zus}$ um die Drehachse betrug 0,93 bis 0,97. Selbst wenn wir diesen Verhältniswert auf 0,99 gesteigert hätten, hätte der Fehler, um den das Trägheitsmoment des Versuchsblockes zu klein ausgefallen wäre, noch 1% betragen. Es ist nicht einzusehen, warum man das Ergebnis, das ohnehin schon mit den unvermeidbaren Unvollkommenheiten des Versuches belastet ist, durch bewußte Zulassung vermeidbarer Fehler verschlechtern soll. Deshalb empfiehlt es sich nicht, die Formel IIb anzuwenden. Ähnliche Gründe sprechen gegen die Formel IIa.

5. Unter den gesamten Versuchsergebnissen befriedigte das durch die Vergleichsversuche mit verhältnismäßig kleinen Zusatzkörpern gewonnene Ergebnis am besten, weil das so nach Grundformel II ermittelte Trägheitsmoment unabhängig von der Größe des Verdrehungswinkels war. Das rührt, wie wir nach dem im voranstehenden Gesagten nunmehr wissen, davon her, daß die Seilspannungen mit und ohne Zusatzgewichte und damit die in beiden Fällen vorhandenen wirksamen Seillängen praktisch gleich blieben.

c) Die neue Grundformel III.

Bei Ableitung der Grundformel II war ausdrücklich vorausgesetzt worden, daß die wirksame Seillänge sich beim Versuch mit Zusatzgewichten gegenüber dem Versuch ohne Zusatzgewichte nicht ändere. Streng genommen trifft diese Voraussetzung aber niemals zu, weil jede Vergrößerung der Seilbelastung durch Zusatzkörper eine, wenn auch kleine Seillängung zur Folge haben muß, vor allem aber auf die Größe der wirksamen Seillänge meßbaren Einfluß hat. Uns störten die bei kleinen Abständen der Zusatzkörper verhältnismäßig großen Abweichungen der Ergebnisse von der wahren Größe. Wir haben deshalb das Gaußsche Verfahren dahin erweitert, daß wir die Schwingungsdauer t_1 und t_2 bei gleicher Seilbelastung und gleicher Seillänge ermittelten, also die Zusatzgewichte schon bei dem t_1 -Versuch auflegten, und zwar so, daß die Schwerachse jedes der beiden Zusatzkörper in der Schwerachse des Hauptkörpers, also in der Drehachse des Systems lag. Die Zusatzkörper legten wir also für den t_1 -Versuch in die Hauptschwerachse des Systems übereinander und für den t_2 -Versuch in dem erforderlichen Abstand auseinander. Daraus ergab sich Gleichheit der Seilspannung und Gleichheit der wirksamen Seillänge über den ganzen Versuch.

Ableitung der Grundformel III.

Bezeichnet Θ das Trägheitsmoment des Hauptkörpers, Θ_{zus} das eines Zusatzkörpers in bezug auf seine eigene Schwerachse, m seine Maße und G das Gesamtgewicht von Hauptkörper einschließlich der zwei Zusatzkörper, während a , l , t_1 und t_2 ihre alte Bedeutung haben, so gilt bei Lage der Zusatzkörper in der Hauptschwerachse des Systems

$$\Theta + 2 \Theta_{zus} = \frac{G a^2}{4 \pi^2 l} t_1^2$$

und bei getrennter Anordnung der Zusatzkörper im Abstand r von der Drehachse, wenn $2 \Theta'_{zus} = 2 \Theta_{zus} + 2 m r^2$ ist,

$$\Theta + 2 \Theta'_{zus} = \frac{G a^2}{4 \pi^2 l} t_2^2.$$

Im ersten Fall ist

$$\frac{G a^2}{4 \pi^2 l} = \frac{\Theta + 2 \Theta_{zus}}{t_1^2} \text{ und}$$

im zweiten Fall

$$\frac{G a^2}{4 \pi^2 l} = \frac{\Theta + 2 \Theta'_{zus}}{t_2^2},$$

somit ist

$$\frac{\Theta + 2 \Theta_{zus}}{t_1^2} = \frac{\Theta + 2 \Theta'_{zus}}{t_2^2},$$

woraus sich die Grundformel III

$$\text{III) } \dots \Theta = 2 m r^2 \frac{t_1^2}{t_2^2 - t_1^2} - 2 \Theta_{zus} \text{ cmkgs}^2$$

ergibt.

Das Trägheitsmoment eines Körpers läßt sich nach dieser Formel bestimmen, ohne daß sein Gewicht bekannt ist. Das ist ein weiterer, und zwar sehr bedeutsamer Vorzug dieser Formel III gegenüber Formel II, den man angenehm empfindet, wenn es sich um Körper handelt, deren Gewicht sich nur annähernd genau bestimmen läßt.

Und noch ein anderer Vorzug ist dieser Formel eigen: Der Einfluß der Dämpfung auf die Schwingungsdauer t_1 und t_2 verschwindet so gut wie vollkommen. Er kommt nur in dem Glied $\frac{t_1^2}{t_2^2 - t_1^2}$ zum Ausdruck. Das beobachtete t_1 ist um den ganz kleinen Betrag $x_1 \cdot t_1$ und das beobachtete t_2 um den ganz kleinen Betrag $x_2 \cdot t_2$ größer als die richtige Schwingungsdauer ohne Dämpfung. Es wäre also statt $\frac{t_1^2}{t_2^2 - t_1^2}$

zu setzen $\frac{t_1^2 (1 - x_1)^2}{t_2^2 (1 - x_2)^2 - t_1^2 (1 - x_1)^2}$. Die Größen x_1 und x_2 sind aber nicht nur winzig klein, sondern auch fast gleich, weil sich die Dämpfung unter fast gleichen Bedingungen geltend macht. Wegen $x_1 \sim x_2$ ergibt sich wieder $\frac{t_1^2}{t_2^2 - t_1^2}$.

Die Formeln III und IIb unterscheiden sich äußerlich nur durch das Glied $2 \Theta_{zus}$, wir wissen aber, daß sie auf grundsätzlich verschiedenen Verfahren fußen und außer dem Glied $2 \Theta_{zus}$ die Größe t_1 es ist, die mit ihrem Zahlenwert das neue Verfahren zur Auswirkung bringt.

d) Die Anwendung der Grundformeln II und III auf den holländischen Modellwagen und das Verfahren zur Bestimmung des Genauigkeitsgrades.

Die Abb. 4, 5 und 6 zeigen den 265,2 kg schweren dreiachsigen Modellwagen in den drei Lagen, in denen wir ihn an 5,3 mm starken Drahtseilen zur Ermittlung seiner Hauptträgheitsmomente dreheschwingen ließen. Wir sind in der Weise vorgegangen, daß wir das eine Mal die Formel II, das andere Mal die Formel III der Bestimmung seiner Trägheitsmomente zugrunde legten und diese Trägheitsmomente an Hand der Ergebnisse auf ihre Stimmigkeit nachprüften, die wir durch Schwingungsversuche mit Vergleichsblöcken gewonnen hatten. Bei den auf der Grundformel II fußenden Untersuchungen verwendeten wir den bereits bekannten Block von 84,85 kg Gewicht und bei den auf der Grundformel III fußenden Untersuchungen einen Block von 265,15 kg Gewicht (70,825 . 30,0 . 15,9 cm), wobei — darin besteht ja eben das Verfahren — die Block-Trägheitsmomente jeweils nach den für die Berechnung der Trägheitsmomente des

Wagens benutzten Formeln ermittelt und vergleichsweise ausgewertet wurden.

Wir behandeln die erste Gruppe (Grundformel II, Block 84,85 kg) in allen Einzelheiten, um das bei diesen Versuchen entstandene Verfahren zur Bestimmung des Genauigkeitsgrades von Drehschwingungsergebnissen an Hand der Entwicklung des Wertes Θ_y des Trägheitsmomentes für die Querachse des holländischen Modellwagens einmal ausführlich zeigen zu können.

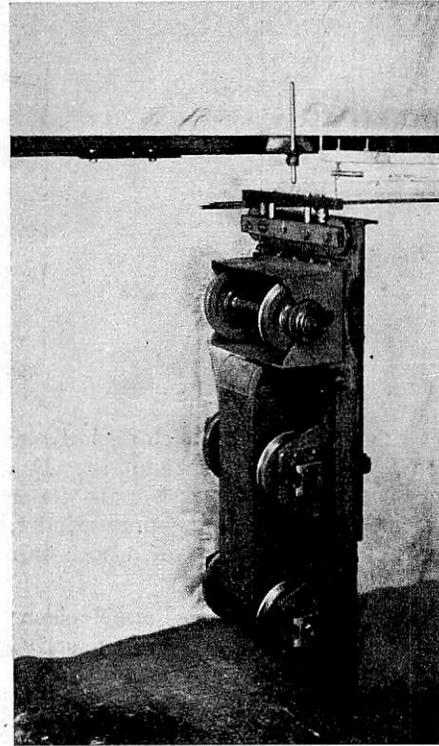


Abb. 4. Versuchsanordnung für Θ_x .

1. daß mit jeder der für die einzelnen Versuchsgruppen — Θ_z , Θ_y , Θ_x — angewandten Versuchsanordnungen je unter gleichen Verhältnissen stets zuerst das Trägheitsmoment des Wagens und danach das des Blocks durch Schwingungen ermittelt wird, und weiter darin,

2. daß man Verhältnisgleichheit nicht nur zwischen den Gewichten der Zusatzkörper und Hauptkörper, sondern auch zwischen den Trägheitsmomenten der Zusatzkörper und Hauptkörper herstellt.

Die Bedingungen unter 2. sind daraus entstanden, daß man es bei Vergleichsversuchen nicht nur mit verschieden großen Gewichten, sondern auch mit verschieden geformten Körpern zu tun hat und ein Vergleich nur auf der Basis der Trägheitsmomente möglich ist. Man erreicht auf diese Weise, daß die Unterschiede zwischen den durch Versuch und Rechnung gewonnenen Trägheitsmomenten des Blocks im gleichen Hundertteilbetrag auf die lediglich durch Versuch gewonnenen Trägheitsmomente des Versuchskörpers übertragen werden können.

Erste Gruppe der Versuche.

Grundformel II, Block 84,85 kg.

Gewicht des Wagens 265,2 kg, Gewicht der für den Wagen gewählten Zusatzkörper je 10,022 kg. Verhältnis dieser Gewichte

$$\frac{265,2}{2 \cdot 10,022} = \frac{13,23}{1}$$

Gewicht des Blockes 84,85 kg, Gewicht seiner zwei Zusatzkörper je 3,116 kg, Verhältnis dieser Gewichte

$$\frac{84,85}{2 \cdot 3,116} = \frac{13,62}{1}$$

Θ_y des Wagens war nach Grundformel II zu 343,151 cmkgs² ermittelt worden, seine wahre Größe soll ermittelt werden. Θ_y des Blocks errechnet sich genau zu 26,5297 cmkgs². Das

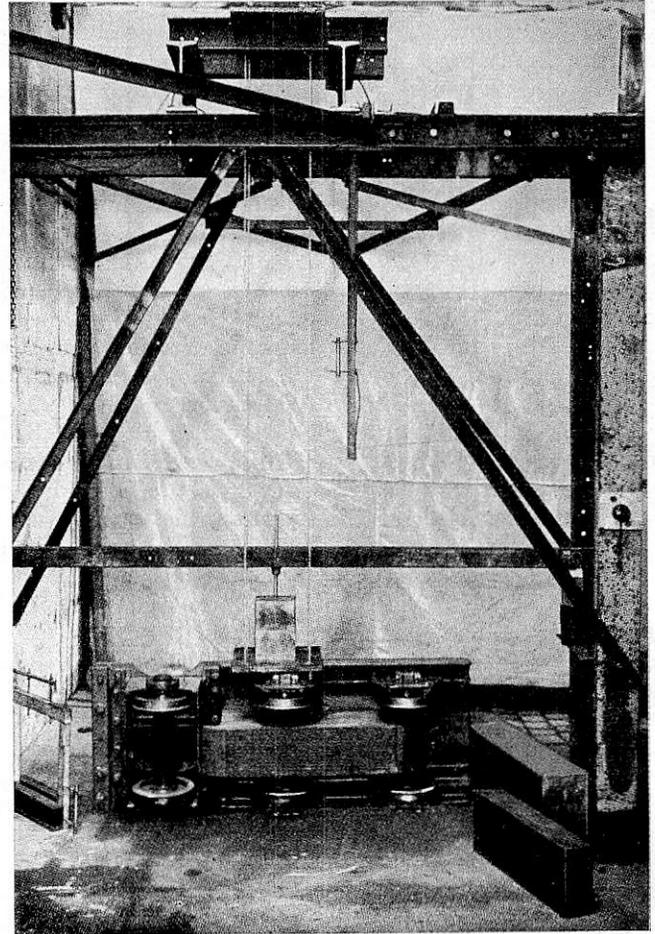


Abb. 5. Versuchsanordnung für Θ_y .

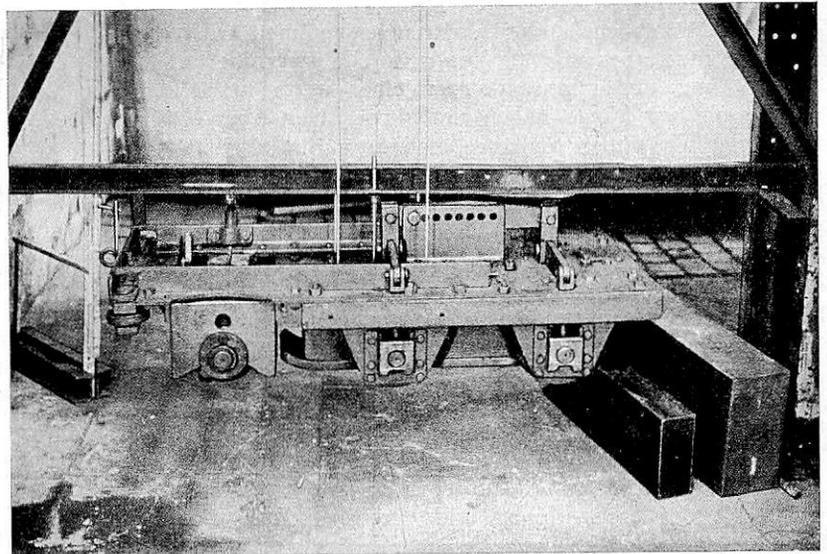


Abb. 6. Versuchsanordnung für Θ_z .

Verhältnis der Körperträgheitsmomente beträgt

$$\frac{\Theta_y \text{ Wagen}}{\Theta_y \text{ Block}} = \frac{343,151}{26,5297} = \frac{13}{1}$$

In diesem Verhältnis müssen auch die Trägheitsmomente stehen, die die Zusatzkörper für den

Wagen und den Block bezüglich der Drehachse haben. Es ist also der Bedingung zu genügen

$$\frac{\Theta_y \text{ Wagen}}{\Theta_y \text{ Block}} = \frac{\Theta'_{\text{zus}} \text{ Wagen}}{\Theta'_{\text{zus}} \text{ Block}}$$

worin „ Θ'_{zus} -Wagen“ und „ Θ'_{zus} -Block“ die Trägheitsmomente der beim Wagen und beim Block verwendeten Zusatzgewichte bezeichnen.

Da die Massen der Zusatzgewichte von Wagen und Block an die Bedingung gebunden sind, rund ein Dreizehntel der Masse ihrer Träger zu sein, andererseits $\Theta_y = 343,151 \text{ cmkgs}^2$ des Wagens mit einem bestimmten „ Θ'_{zus} -Wagen“ gewonnen wurde, also „ Θ'_{zus} -Wagen“ eine gegebene Größe ist, muß

$$\Theta'_{\text{zus}} \text{ Block} = \frac{\Theta'_{\text{zus}} \text{ Wagen}}{13}$$

sein, d. h. also, man erreicht vergleichbare Verhältnisse aus dem Schwingungsversuch mit dem Block, wenn man die Blockzusatzgewichte so anordnet, daß sie ein Dreizehntel der Trägheitswirkung der Wagenzusatzgewichte ausüben. Demnach sind die bekannten Massen der Zusatzkörper des Blocks in einem solchen Abstand r von der Drehachse auf dem Block aufzustellen, daß die Gleichung

$$\Theta_{\text{zus}} \text{ Block} + m r^2 = \Theta'_{\text{zus}} \text{ Block}$$

erfüllt wird. Θ_{zus} -Block ist das Trägheitsmoment des Zusatz-

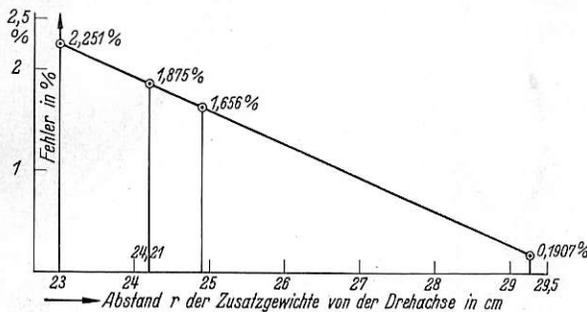


Abb. 7. Fehlercharakteristik.

gewichtes um seine eigene Schwerachse, es ist bekannt. Die unbekannte Größe r errechnete sich aus dieser Gleichung zu $r = 24,21 \text{ cm}$.

Bei diesem Abstand der Zusatzgewichte müßte man nunmehr den Schwingungsversuch mit dem Block ausführen, um t_2 der Grundformel II zu gewinnen und danach das Θ_y -Block zu errechnen. Wir fänden dann durch Vergleich dieses „ Θ_y -Block“ mit der wirklichen, aus Gewicht und Abmessungen errechneten Größe „ Θ_y -Block“, um wieviele Hundertteile sich das Schwingungsergebnis von der wahren Größe unterscheidet. Um den gleichen Hundertteilbetrag wäre also auch das durch den Schwingungsversuch gefundene „ Θ_y -Wagen“ zu klein oder zu groß.

Zweckdienlicher ist es, den Hundertteilunterschied einer Schaulinie, der Fehlercharakteristik zu entnehmen, die man sich auf Grund von einigen Schwingungsversuchen mit verschieden großem r als Behelf von vornherein aufzeichnet, sobald man sich über die Größe der Zusatzgewichte für den Vergleichsblock klar geworden ist. Abb. 7 zeigt die für den hier erörterten Versuch aufgestellte Fehlercharakteristik. Man läßt den Block mit zwei oder drei verschieden weit auseinander gelegenen Abständen r der Zusatzgewichte dreheschwingen, bestimmt die Hundertteilunterschiede und vermittelt die Ordinatenwerte durch eine Gerade, da die Fehler in etwa geradlinigem Verhältnis mit zunehmendem Abstand r abnehmen. Man entnimmt dieser Abb. 7, daß unserem $r = 24,21 \text{ cm}$ ein Ordinatenwert 1,875 entspricht, daß also das durch den Drehschwingungsversuch gefundene Θ_y des holländischen Modellwagens im Betrage von $343,151 \text{ cmkgs}^2$ um 1,875% zu klein

ist. In Wirklichkeit wäre

$$\Theta_y = \frac{343,151}{0,98159} = 349,585 \text{ cmkgs}^2,$$

wenn die Grundformel II auf absolut unanfechtbaren Voraussetzungen aufgebaut wäre. So erblicken wir in dem Θ_y -Wagen = $= 349,585 \text{ cmkgs}^2$ vorläufig nur einen guten Näherungswert.

Zweite Gruppe der Versuche.

Grundformel III, Block 84,85 kg und Block 265,15 kg.

Um die Fehlerbestimmung bei gleicher Seilspannung und gleichartigen inneren Seilreibungsverhältnissen durchführen zu können, wurde ein Stahlblock gefertigt, der mit 265,15 kg bis auf 0,05 kg genau das Gewicht des Wagens hatte. Die Massenverteilung des Blocks war aber eine andere wie beim Modellwagen. Das hatte zur Folge, daß die an und für sich fast genau gleich schweren Körper nicht auch gleiche Trägheitsmomente hatten. Es ließ sich indessen wenigstens eine gewisse Ähnlichkeit in der Massenverteilung der beiden Körper dadurch erreichen, daß durch die Wahl geeigneter Abmessungen des Blocks die Verhältniszahlen der Trägheitsmomente von Wagen und Block einander annähernd gleich wurden.

Durch die ersten Drehschwingungsversuche war für den 265,2 kg schweren holländischen Modellwagen gefunden worden, daß

$$\frac{\Theta_x}{\Theta_y} = \frac{73,386}{343,151} = \frac{1}{4,68} \quad \text{und} \quad \frac{\Theta_x}{\Theta_z} = \frac{73,386}{376,027} = \frac{1}{5,12}$$

betragen.

Die entsprechenden Verhältniswerte des 265,15 kg Blocks (die Θ -Werte sind aus Gewicht und Abmessungen des Blocks errechnet) betragen

$$\frac{\Theta_x}{\Theta_y} = \frac{25,9656}{118,6776} = \frac{1}{4,57} \quad \text{und} \quad \frac{\Theta_x}{\Theta_z} = \frac{25,9656}{133,2548} = \frac{1}{5,13}$$

Wegen der räumlichen Ballung der Masse des Blocks sind seine Trägheitsmomente nur rund ein Drittel so groß wie diejenigen des Wagens. Man erwartete hiernach in diesem Block ein noch besser geeignetes Vergleichsmittel zu haben, als in dem nur 84,85 kg schweren Vergleichsblock. Denn abgesehen von dem kleineren Gewicht, das kleinere Seilspannungen und andere Seilwiderstände wie der 265,2 kg schwere Modellwagen zur Folge hatte, waren auch seine Abmessungen nicht auf die Verhältnismäßigkeit der Trägheitsmomente entsprechender Hauptachsen abgestimmt. Gleichwohl stellten wir Vergleichsversuche doch auch wieder mit diesem Block an, weil uns daran lag, die grundsätzliche Frage zu klären, ob die Ermittlung der Größe des Unterschiedes zwischen Schwingungsergebnis und wahrer Größe nur mit Hilfe eines gleichschweren und besonders abgestimmten Vergleichskörpers möglich ist, oder ob man diesen Unterschied mit befriedigender Genauigkeit auch mit Hilfe eines leichteren Vergleichskörpers beliebiger Abmessungen, aber von genau errechenbaren Trägheitsmomenten finden kann.

Die Drehschwingungsversuche hatten sich also darauf zu erstrecken, zunächst die Massenträgheitsmomente des Wagens in bezug auf seine drei Hauptachsen zu ermitteln, danach mittelst der gleichen, für die Wagenversuche benützten Tragvorrichtungen die Massenträgheitsmomente des Blocks von 84,85 kg und des Blocks von 265,15 kg zu bestimmen und endlich, aus den für die Versuchsergebnisse mit den Blöcken aufgestellten Fehlercharakteristiken den Genauigkeitsgrad der für den Wagen gefundenen Ergebnisse zu bestimmen. Die Fehlercharakteristik des Blocks von 265,15 kg Gewicht war mit Zusatzkörpern von je 10,022 kg festgelegt worden, die des Blocks von 84,85 kg Gewicht, wie bei Besprechung der Versuche der ersten Gruppe der Versuche dargelegt wurde, mit Zusatzkörpern von je 3,116 kg Gewicht.

Die Ergebnisse der Drehschwingungsversuche mit diesen beiden Vergleichsblöcken und ihren zur Gewinnung der Fehlercharakteristiken in verschiedenen Abständen aufgesetzten Zusatzkörpern sind in den Abb. 24 bis 29 des Anhanges in Schaulinien veranschaulicht. Die Zahlenwerte der versuchsmäßig ermittelten Trägheitsmomente der Blöcke im einzelnen anzugeben, erübrigte sich, man kann sie erforderlichenfalls ja leicht aus dem in diesen Darstellungen vermerkten Wert des errechneten Trägheitsmomentes und den durch die Fehlercharakteristik festgelegten Vomhundertsätzen des Unterschiedes ermitteln. Diese Fehlercharakteristiken lassen klar erkennen, daß man bei einem Drehschwingungsversuch, den man zur Ermittlung des Trägheitsmomentes eines Körpers (Fahrzeuges, Drehgestelles usw.) unternimmt, um so genauere Ergebnisse gewinnt, je größer der Abstand der Zusatzkörper von der Drehachse ist. Ganz besonders günstig wirkt sich das aus, wenn man nach der an sich ungenaueren Grundformel II arbeitet; man erkennt weiter, daß dabei die Ergebnisse den wahren Werten um so näher liegen, je größer die Trägheitsmomente des schwingenden Körpern sind.

Man erwartet nun mit einiger Spannung zu erfahren, zu welchen Zahlenergebnissen die Grundformel III bei dieser zweiten Gruppe der Versuche geführt hat und welche Lehren man daraus für Großversuche ziehen kann, also vor allem, ob es wirklich nur dann gelingt, die Genauigkeit des Ergebnisses einwandfrei beurteilen zu können, wenn der Vergleichskörper, ohne den man ja dabei nicht auskommt, genau so schwer ist wie der Versuchskörper und auch in seiner Form auf die Verhältnigleichheit der Trägheitsmomente abgestimmt ist. Die Zahlentafel 2 gibt zum größten Teil Antwort auf diese Fragen.

Zahlentafel 2.

O.Z.		Θ_x cmkgs ²	Θ_y cmkgs ²	Θ_z cmkgs ²
		(bei O. Z. 1—3 nach Grundformel III)		
1	Unberichtigtes Versuchsergebnis = Urwert	74,936187	345,8497	384,0980
2	Mit Hilfe des Blocks G = 84,85 kg	73,58733	344,8121	383,52185
3	Mit Hilfe des Blocks G = 265,15 kg			
	Berichtigte Versuchsergebnisse			
4	Mehr des Wertes in O. Z. 3 gegenüber O. Z. 2 in %	+ 1,553	+ 0,43632	+ 0,2503
5	Abstand r der Zusatzkörper von der Drehachse in cm (Größtmöglicher Wert)	59,825	48,85	53,87
6	Versuchswert Θ_y durch Schaukeln gewonnen	65,1215	321,3534	364,6285
7	Unterschied in % $\frac{O. Z. 3 - O. Z. 6}{O. Z. 3}$	12,85775	7,2082	4,9501

Wie die Zahlenwerte in den Querreihen 1 bis 5 dieser Zahlentafel zustande kamen, kann aus dem Anhang ersehen werden.

Die Versuche mit dem großen Block von 265,15 kg Gewicht führten also zu etwas größeren Werten als die mit dem nur 84,85 kg schweren Block. Die Unterschiedsbeträge sind

am größten beim kleinsten Trägheitsmoment Θ_x und am kleinsten beim größten Trägheitsmoment Θ_z .

Die in der Querreihe O.Z. 5 angegebenen Abstände der Zusatzkörper von der Drehachse stellen die größtmöglichen Abstände dar, in denen sich die Zusatzkörper am holländischen Modellwagen noch anbringen ließen.

Nach dem oben dargelegten Satz von der Verhältnigleichheit zwischen entsprechenden Trägheitsmomenten der Körper und der Zusatzkörper, nach dem

$$\frac{\Theta \text{ Hauptkörper}}{\Theta \text{ Vergleichsblock}} = \frac{\Theta'_{\text{zus}} \text{ Hauptkörper}}{\Theta'_{\text{zus}} \text{ Vergleichsblock}}$$

ist, war Θ'_{zus} Vergleichsblock eine gegebene Größe. Den daraus errechneten r-Abständen entsprachen Ordinaten der Fehlercharakteristik, die aber in der 265,15 kg Block-Fehlerlinie durchweg kleiner als $\pm 0,3\%$ sind.

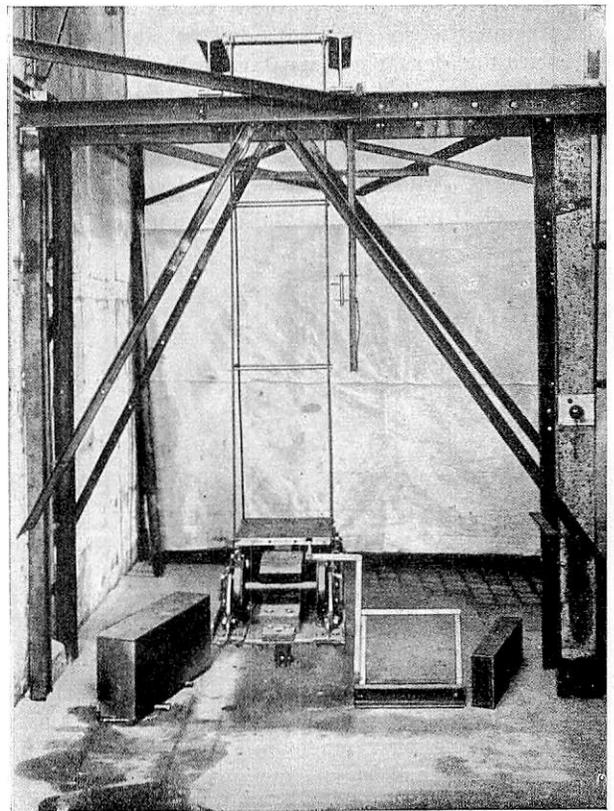


Abb. 8. Der holländische Modellwagen an der Schaukel zur Bestimmung von Θ_y .

Zur Gegenüberstellung sind in der Querreihe 6 der vorstehenden Zahlentafel die Θ -Werte des Modellwagens angegeben, die durch Pendelschwingungsversuche erhalten wurden. Nachdem wir durch die Drehschwingungsversuche die Trägheitsmomente erhalten hatten, führten wir auch diese Versuche durch, da uns die Frage, wie nahe man an die wahre Größe der Trägheitsmomente durch Pendelschwingungen herankäme, sehr beschäftigte, trotzdem wir wußten, daß Pendelversuche nicht zum Ziel führen. Einzelheiten der starren Schaukel, die für die Pendelversuche benutzt wurde, und der Versuchsdurchführung sind aus den Abb. 8 und 9 zu erkennen. Die Abb. 8 zeigt auch zwei unserer Vergleichskörper. In der Querreihe 7 sind die Unterschiedsbeträge zwischen den Ergebnissen in Querreihe 3 (Drehschwingungen) und denen in Querreihe 6 (Pendelschwingungen) angegeben. Auch hier ist der Unterschied am größten beim kleinsten Θ und am kleinsten beim größten Θ .

Erinnern wir uns nunmehr, was diese Forschungsarbeiten veranlaßt hat. Wir mußten die Massenträgheitsmomente Θ_z

und Θ_x des holländischen Modellwagens kennen, um die reduzierte Masse für seine vorlaufende Achse bestimmen zu können. Sie liegen jetzt vor in den nach Formel II und Formel III ermittelten Urwerten und in den nach Formel II und Formel III mit den Fehlercharakteristiken des 84,85 und 265,15 kg Blockes berichtigten Werten. Nach Dauner ist

$$M_{\text{red}} = \frac{M}{1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}}$$

Die Einzelwerte (Bedeutung s. Einleitung) des holländischen Wagens sind

$$M = \frac{265,2}{981} = 0,27033 \text{ cm}^{-1} \text{ kgs}^2$$

$$d = 37,27 \text{ cm}; \quad c^2 = 1389,0529 \text{ cm}^2$$

$$w = 17,42 \text{ cm}; \quad w^2 = 303,4564 \text{ cm}^2$$

$$\varrho_d^2 = \frac{\Theta_z}{M}; \quad \varrho_w^2 = \frac{\Theta_x}{M}$$

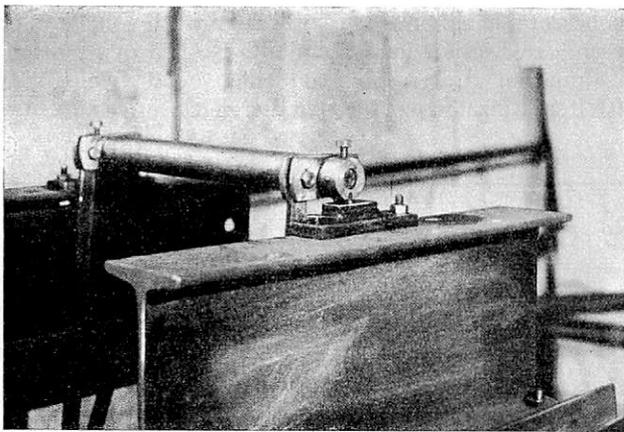


Abb. 9. Oberer Teil der Tragvorrichtung (vergl. Abb. 8).

Die Zahlentafel 3 zeigt, wie sich die einzelnen Werte von Θ auf die Größe von M_{red} auswirken, sie enthält nur die Θ_x - und Θ_z -Werte, da Θ_y in der Formel nicht vorkommt,

Zahlentafel 3.

O. Z.		Θ_z cmkgs ²	Θ_x cmkgs ²	M_{red} cm ⁻¹ kgs ²	M_{red} in % von M
nach Grundformel II					
1	Urwerte	376,027	73,386	0,08674	32,036
nach Grundformel III					
2	Urwerte	384,0980	74,936187	0,087988	32,548
3	Berichtigte Werte mit Block von 84,85 kg	383,52185	73,58733	0,087376	32,321
4	Berichtigte Werte mit Block von 265,15 kg	383,61787	74,73011	0,087867	32,503

Die Zusammenstellung ist überaus lehrreich, sie sagt uns: Die nach der Grundformel III ermittelten Trägheitsmomente bedurften praktisch gar keiner Berichtigung. Sie lehrt uns weiter, daß sich die Größe und Form der Vergleichskörper in den Zahlenwerten der Trägheitsmomente noch einigermaßen auswirkte, daß aber die Unterschiede im Schlußergebnis, der Größe der reduzierten Masse, gänzlich unbedeutend sind. Es war mithin nicht erforderlich, einen Vergleichskörper zu verwenden, der gleiches Gewicht und eine auf Verhältnisgleichheit entsprechender Trägheitsmomente abgeglichenen Form hatte. Man vergleiche, was wir mit dem

84,85 kg schweren Rechkantblock erzielt haben, der nur rund ein Drittel des Gewichtes des holländischen Modellwagens hatte und dessen Seitenlängen ohne Rücksicht auf eine Verhältnisgleichheit angenommen worden waren.

Die oben gestellte grundsätzliche Frage, ob die Fehlercharakteristik auch mit Vergleichskörpern aufgestellt werden darf, deren Gewicht und Form in unser Belieben gestellt ist, kann hiernach wohl ganz allgemein bejaht werden. Die Frage hat zwar nach den Schlußergebnissen der Zahlentafel 3 von der Bedeutung verloren, die ihr zunächst beizulegen war. Wir kommen aber der Vollständigkeit wegen noch einmal auf sie zurück, wenn wir Ergebnisse von Großversuchen im Abschnitt III mitteilen.

Über die Fehlergrößen läßt sich zusammenfassend aussprechen:

Die Fehlerunterschiede in den Ergebnissen beider Schwingungsarten, der Drehschwingung und der Pendelschwingung, haben etwa die gleiche Größenordnung, wenn man sie auf die Aufhängeachse bezieht. In den Fehlercharakteristiken nach Grundformel III für Drehschwingungen bewegten sie sich zwischen $\pm 0,3\%$. Die auf die Schaukeldrehachse bezogenen Fehlerunterschiede waren bei unseren Pendelschwingungen auch kleiner als $0,3\%$. Bei den Drehschwingungsversuchen waren diese Fehlergrößen die endgültigen, bei den Pendelversuchen nicht. Hier wachsen sie mit dem Quadrat des Abstandes der Schwerachse von der Drehachse und sind, wie ausführlich dargelegt wurde, letzten Endes in absoluten Beträgen nicht bestimmbar.

III. Ergebnisse von Großversuchen und Modellversuchen.

Die Abschnitte I und II handeln von der Ermittlung der Massenträgheitsmomente durch Schwingungsversuche. Wir wissen jetzt, was wir durch Pendelversuche und was wir durch Drehschwingungsversuche erreichen können. Mit diesen beiden Abschnitten ist dem ersten Teil der Überschrift dieser ganzen Arbeit insoweit genügt worden, als es im Rahmen ihres praktischen Zweckes gelegen war. Nicht behandelt haben wir die Seilfrage; sie ist nur gestreift worden. Nicht nur die jeder praktischen Beobachtung anhaftenden Ungenauigkeiten, sondern auch Länge, Dicke, Schlagweise und Baustoff des Seiles beeinflussen in ihren Auswirkungen das Ergebnis. Also auch an den Seileinzelheiten liegt es, daß die über die „Fehlercharakteristik“ nach den Grundformeln II und III gewonnenen „wahren Größen“ der Trägheitsmomente eines und desselben Körpers sich nicht haarscharf decken. Die Ergründung dieser Zusammenhänge muß Sonderarbeiten überlassen bleiben. In unserem Fall handelt es sich um Fehlergrößen zweiter Ordnung, die für die Größe der reduzierten Masse, wie wir noch sehen werden, völlig gegenstandslos sind. Uns kam es darauf an, die Auswirkungen der Drehträgheit einiger Fahrzeugelemente und Fahrzeuge in Gestalt der reduzierten Masse einmal möglichst genau zahlenmäßig zu erfassen. Näherungsweise Berechnungen haben mehr Berechtigung, wenn man die auf eingehenderen Untersuchungen fußenden Ergebnisse erst einmal kennen gelernt hat.

Über diese Auswirkungen handelt nun dieser letzte Abschnitt III. Er vervollständigt die Arbeit im Sinne der Überschrift zu einem Beitrag zur Dynamik des Fahrzeuglaufes. Dabei war in erster Reihe daran gelegen, die reduzierte Masse von Drehgestellen der Regelspur zu bestimmen. Zu ihrer Berechnung benötigte man die Trägheitsmomente Θ_z und Θ_x . Man muß also mindestens um die Hauptachsen z und x Drehschwingungen ausführen. In den einleitenden Ausführungen ist erläutert worden, daß die Größe des dynamischen Führungsdruckes nicht nur von der Größe der reduzierten Masse, sondern auch von dem Kraftweg abhängt, auf dem sich die Wucht des Anlaufstoßes auswirken kann.

Wir verstehen recht gut, warum Lokomotiv-Laufachsgestelle oder ähnlich wirkende Drehgestelle mit elastischer Querverschiebbarkeit solchen ohne „Rückstellvorrichtung“ oder mit Pendelwiegen überlegen sind, und wir verstehen, daß die „Rückstellung“ durch die gemeinhin mit „Rückstellvorrichtung“ bezeichnete Querfederung nicht der Hauptzweck ist. Hauptzweck ist die elastische Führung. In meinem Bericht zu Frage III der XII. Tagung der Internationalen Eisenbahn-Kongreß-Vereinigung Januar 1933 (s. die Zeitschrift vom November 1932), in dem u. a. eine statische Analyse aller Drehgestellbauarten in Hinsicht ihrer Eignung für hohe Fahrgeschwindigkeiten gegeben wurde, habe ich die Aufgaben der Drehgestelle (s. S. 2179 des genannten Berichtes) geschildert und dabei gesagt:

„Stößt das führende Rad unter einem Winkel an die Schienenflanke an, so versucht die Schiene das Rad abzulenken. Nichts ist geeigneter, die Kraft zur Erzeugung der im abgelenkten Fahrzeug enthaltenen Arbeit aufzunehmen als die „Rückstellfedern“. Die Kleinheit der Drehgestellmasse erleichtert die glatte Abwicklung dieses Vorganges. Die Hauptmasse der Lokomotive vernimmt, wenn der Vergleich gestattet ist, nur ein fernes, mehr oder minder starkes Echo von allen diesen, den ruhigen Lauf beeinträchtigenden Querstößen.“

Je mehr man sich mit dieser ernsten Frage der Führung von Fahrzeugen beschäftigt, um so mehr fühlt man, wie entscheidend alle Einzelheiten des führenden Drehgestelles für die Laufsicherheit sind. Ehe der Hauptkörper der Lokomotive die Zeit gefunden hat, auf eine Unstetigkeit in der Richtung des Gleises durch Schwankungen und Schwingungen zu antworten, hat das zweckmäßig und richtig gebaute Drehgestell diese Stelle dank seiner elastischen Quernachgiebigkeit schon hinter sich. Dabei hat es natürlich die Reibung zu überwinden gehabt, die aus der mittelst Stützpfeuern übertragenen Last der Lokomotive ihm erwächst und die möglichst klein sein sollte, wenn es sich nur darum handelte, und wenn nicht die Reibung auch zur Dämpfung der Querschwingungen gewissermaßen aktiv erforderlich wäre. Jedenfalls ist die Sachlage die, daß sich die reduzierte Masse der Lokomotive aus der reduzierten Masse des Drehgestelles und der des übrigen Teiles der Lokomotive zusammensetzt, und im allgemeinen mit guter Annäherung an die Wirklichkeit davon auszugehen sein wird, daß die reduzierte Masse des übrigen Teiles der Lokomotive erst in Wirksamkeit tritt, wenn das Drehgestell sein Möglichstes zur Ermäßigung des dynamischen Führungsdruckes geleistet hat. Deshalb war unsere Lösung: Die Drehgestelle zuerst und so vollständig als möglich! Bei Regelspurdrehgestellen bereitet der Versuch zur Ermittlung von Θ_z keine besonderen Schwierigkeiten; umständlicher und sehr viel mühevoller ist die Herrichtung zur Vornahme von Drehschwingungen um die Längsschwerachse x und Querschwerachse y , wenn es sich um baulich verwickelte Drehgestelle handelt, an die man mit dem Hebezeug schlecht herankommt. Auf Einzelheiten der Ausführung der Versuche kommen wir zurück.

Großversuche mit ganzen Fahrzeugen mußten wir auf einen BCI-Wagen und einige Güterwagen beschränken, und zwar ausschließlich auf Schwingungsversuche um die Hochachse. Das Aufhängen ganzer Fahrzeuge zum Drehschwingen um die Längsschwerachse und die Querschwerachse ist keine leichte Sache. Alles dazu Nötige stünde übrigens nur an wenigen Orten zur Verfügung. Durch Modellversuche und durch rein rechnerische Ermittlungen schlossen wir deshalb auf die Größe der Trägheitsmomente um diese beiden Hauptachsen. Großversuche mit Lokomotiven waren ganz zu Anfang unserer Arbeiten einmal erwogen worden. Die Tragvorrichtungen hätten mindestens 10 000 *R.M.* gekostet, um das

Trägheitsmoment der 01-Lokomotive um die beiden waagerechten Hauptachsen durch Pendeln zu erhalten. Wie wenig Pendelversuche an Seilen dazu geeignet gewesen wären, wußten wir damals noch nicht. Die Trägheitsmomente dieser Lokomotive gewannen wir mit Hilfe eines sehr guten Modells der Lokomotivfabrik Krupp in Essen, der auch hier für ihr freundliches Entgegenkommen gedankt sei.

Was nun dieser Abschnitt an Versuchsergebnissen bietet, zeigt er in Bildern und Zahlentafeln. Alle unsere Kleinversuche wurden in der dem Reichsbahnausbesserungswerk Offenburg unterstellten Werkstätte Durlach, unsere Großversuche mit Drehgestellen im Reichsbahnausbesserungswerk Karlsruhe und jene mit Wagen der Regelspur im Reichsbahnausbesserungswerk Schwetzingen vorgenommen. In der nachfolgenden Übersicht sind die Abbildungen zusammengestellt, die wir der Reihe nach kurz besprechen und ab O. Z. 2 durch die Angabe aller erforderlichen Einzelheiten der Rechnung mit der Angabe der Größe der reduzierten Masse vervollständigen. Wir hätten uns auf die Wiedergabe der Endergebnisse beschränken können, es wäre dann aber nicht möglich gewesen, den Einfluß der d -, w - und ρ -Größen zu verfolgen und bei ähnlichen Untersuchungen diese mit vielen Mühen ermittelten Einzelheiten für den Vergleich zu benützen.

Übersicht über die Abbildungen.

O. Z.	Abb.	
1	10	Das Gerüst für die Versuche mit Drehgestellen der Regelspur im Reichsbahnausbesserungswerk Karlsruhe
2	11	Das Laufachsgestell der 01-Lokomotive in der Θ_y -Lage
3	12	Das Modell der 01-Lokomotive
4	13	Die Tragvorrichtung mit dem Modell der 01-Lokomotive in der Θ_y -Lage
5	14	Das Wagendrehgestell Bauart „Görlitz II schwer“ in der Θ_x -Lage
6	15	Das Maschinendrehgestell des „Fliegenden Hamburgers“ in der Θ_y -Lage von vorn gesehen
7	16	Das Maschinendrehgestell des „Fliegenden Hamburgers“ in der Θ_x -Lage auf die Unterseite gesehen
8	17	Die Tragvorrichtung für die Versuche mit Wagen der Regelspur im Reichsbahnausbesserungswerk Schwetzingen
9	18	Ein Om-Wagen in der Θ_z -Stellung
10	19	Das Modell eines Om-Wagens in der Θ_x -Lage
11	20	Das Modell eines Om-Wagens in der Θ_y -Lage
12	21	Das Modell eines Om-Wagens in der Θ_z -Lage
13	22	Ein Glr-Wagen in der Θ_z -Stellung
14	23	Ein BCI-Wagen in der Θ_z -Stellung

a) Der Versuchsstand im Reichsbahnausbesserungswerk Karlsruhe für Drehgestelle der Regelspur.

Die Abb. 10 zeigt das für die Großversuche im Reichsbahnausbesserungswerk Karlsruhe benutzte Stützgerüst, das mit Rücksicht auf das große Gewicht des Maschinen-Drehgestelles des Schnelltriebwagens („Fliegender Hamburger“ s. Abb. 15 und 16) sehr kräftig auszuführen und, um eine möglichst große wirksame Seillänge zu erreichen, so hoch zu bauen war, als der Raum (Kesselschmiede) es gestattete.

Die Bauhöhe fand mit 7,50 m über dem Boden ihre Grenze durch die Höhenlage des Hallenkranes, dessen Haken noch über den höchsten Punkt des Gerüsts hinweggleiten mußte, wenn der Kran zum Heben und Senken der Drehgestelle benutzbar sein sollte. Die Höhe des Stützgerüsts und die Baulänge des längsten der untersuchten Drehgestelle (Fliegender Hamburger) ließ für die Θ_x -Lage nur eine wirksame Seillänge von 2,98 m zu. Um einheitliche Verhältnisse

bei allen Versuchen zu haben, ist diese Seillänge auch für die Θ_y - und Θ_x -Lage der Drehgestelle beibehalten worden. Die vier Seile waren B 22-Din 655-Seile mit 160 kg Festigkeit je Quadratmillimeter.

b) Das Laufachsgestell der 01-Lokomotive 2 C 1 in 1:1 und 1:5 der normalen Größe.

In der Abb. 11 ist das Laufachsdrehgestell neuester Bauart der Lokomotivbaureihe 01, das Räder von 1 m Durchmesser und Schraubenfedern zwischen den Längsausgleichfedern und Achslagergehäusen hat, in der Θ_y -Lage dargestellt. Das Ein-

richten dieses einfach und kurz gebauten Gestelles für die Θ_y - und Θ_x -Lage war gegenüber den Vorbereitungen, die die Versuche mit den Wagendrehgestellen erforderten, verhältnismäßig einfach.

Die Zahlentafel 4 enthält in der zweiten Spalte die durch die Schwingungsversuche mit diesem Drehgestell ermittelten Zahlenwerte für die Trägheitsmomente und die reduzierte Masse. In der Spalte 3 sind die Zahlenwerte für das Drehgestell unter der Lokomotive angegeben. Der gefederte Teil des Drehgestelles liegt infolge des von dem Lokomotivrahmen

Zahlentafel 4.
Trägheitsmomente und reduzierte Masse des 01-Regelspur- und Modelldrehgestelles.

	1	2	3	4	5
O. Z.					
		Drehgestell allein	Drehgestell unter der Lokomotive	Modell-Drehgestell 1:5	Regelspurdrehgestell, das dem Modelldrehgestell entspricht
1	Gewicht G in kg	6 660	6 660	53,333	6 666,625
2 ¹⁾	Masse M in $\frac{\text{cm}^{-1}\text{kgs}^2}{\text{m}^{-1}\text{kgs}^2}$	678,899 08	678,899 08	0,054 36595	679,574 41
3	Θ_x in $\frac{\text{cmkgs}^2}{\text{mkgs}^2}$	224,03 946	224,03 946	7,522 190	235,068 437
4	Θ_y in $\frac{\text{cmkgs}^2}{\text{mkgs}^2}$	609,73 153	609,73 153	19,563 578	611,361 812
5	Θ_z in $\frac{\text{cmkgs}^2}{\text{mkgs}^2}$	804,89 098	804,89 098	25,757 830	804,932 187
6	Θ_z/Θ_y	$\frac{1,320 074}{1}$	$\frac{1,320 074}{1}$	$\frac{1,316 621}{1}$	$\frac{1,316 621}{1}$
7	Θ_z/Θ_x	$\frac{3,592 630}{1}$	$\frac{3,592 630}{1}$	$\frac{3,424 246}{1}$	$\frac{3,424 246}{1}$
8	d in $\frac{\text{cm}}{\text{m}}$	1,1308	1,1308	22,435	1,12175
9	d ² in $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}$	1,278 708	1,278 708	503,329 225	1,258 323
10	w in $\frac{\text{cm}}{\text{m}}$	0,548	0,509	11,08	0,554
11	w ² in $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}$	0,300 304	0,259 081	122,766 4	0,306 916
12	$\varrho_d^2 = \frac{\Theta_z}{M}$ in $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}$	1,185 582	1,185 582	473,786	1,184 465
13	d ² / ϱ_d^2	1,078 548	1,078 548	1,062 355	1,062 355
14	$\varrho_w^2 = \frac{\Theta_x}{M}$ in $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}$	0,330 004	0,330 004	138,36 215	0,345 905
15	w ² / ϱ_w^2	0,910 001	0,785 084	0,887 284	0,887 284
16	$1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}$	2,988 549	2,863 632	2,949 639	2,949 639
17	$M_{\text{red}} = \frac{M}{1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}}$ in $\frac{\text{cm}^{-1}\text{kgs}^2}{\text{m}^{-1}\text{kgs}^2}$	227,16 678	237,07 623	0,018 43139	230,39240
18	M _{red} in % von M	33,461 052	34,92 068	33,90 245	33,90 245

¹⁾ Die Dimensionsbezeichnungen mit „cm...“ gelten hier und in den folgenden Zahlentafeln für die Modell-, diejenigen mit „m...“ für die Regelspurausführung.

herrührenden Druckes tiefer als beim leeren Gestell, so daß w etwas kleiner und M_{red} größer wird.

Da wir von diesem Drehgestell ein sehr sorgfältig hergestelltes Modell in 1:5 der normalen Größe besaßen, haben wir auch dieses Modell zur Bestimmung der reduzierten Masse

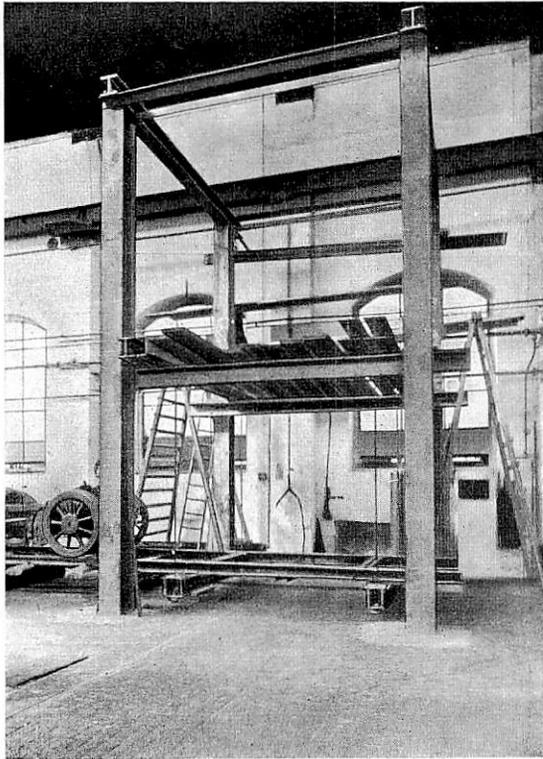


Abb. 10. Gerüst für die Versuche mit Drehgestellen der Regelspur.

Schwingungsversuchen unterzogen. Das Modell wog 53,333 kg, ihm entspräche ein Gewicht von $53,333 \cdot 5^3 = 6666,625$ kg in 1:1 der natürlichen Größe, d. h. das Modell entspricht einem Drehgestell der Regelspur, das nur $6666,625 - 6660 = 6,625$ kg

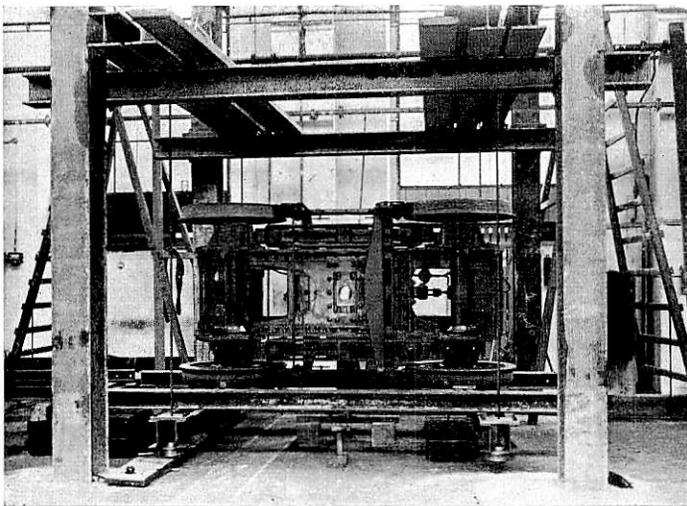


Abb. 11. 01-Drehgestell in der Θ_y -Lage.

schwerer wäre, als das von uns bei den vorstehenden Versuchen (s. Abb. 11) benützte Regelspurgestell. Die Zahlentafel 4 enthält in der vierten und fünften Spalte die Einzelheiten der Versuchsergebnisse. Der Vollständigkeit wegen haben wir auch die Größe der Massenträgheitsmomente der den Drehgestellen zugehörigen Radsätze bestimmt, die Werte sind in Spalte 2 bis 4 der Zahlentafel 7 angegeben.

c) Die 01-Lokomotive in 1:10 der natürlichen Größe und die diesem Modell entsprechende Regelspurlokomotive.

Weiter stand uns, wie schon erwähnt, ein Modell der 01-Lokomotive in 1:10 der natürlichen Größe der Lokomotiv-

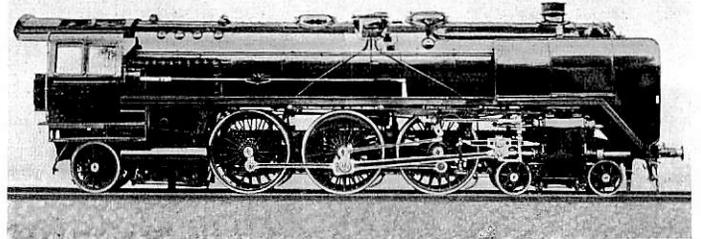


Abb. 12. Das Kruppsche Modell der 01-Lokomotive.

fabrik Krupp in Essen zur Verfügung, das die Abb. 12 offen und die Abb. 13 in ihrer kastenförmigen Tragvorrichtung zur Ermittlung des Trägheitsmomentes um die Querschwerachse darstellt.

Die nach dem Kontrollverfahren (s. Abschnitt II) ergänzten Versuchsergebnisse sind in Spalte 2 der Zahlentafel 5 angegeben, daneben sind in Spalte 3 die Zahlenwerte der Regelspurlokomotive aufgeführt, die dieser Kruppschen Modelllokomotive entspräche.

Mit 126,9 kg ist die Modelllokomotive genau um 27 kg zu schwer, sie dürfte nur 99,9 kg wiegen, wenn das Modell in

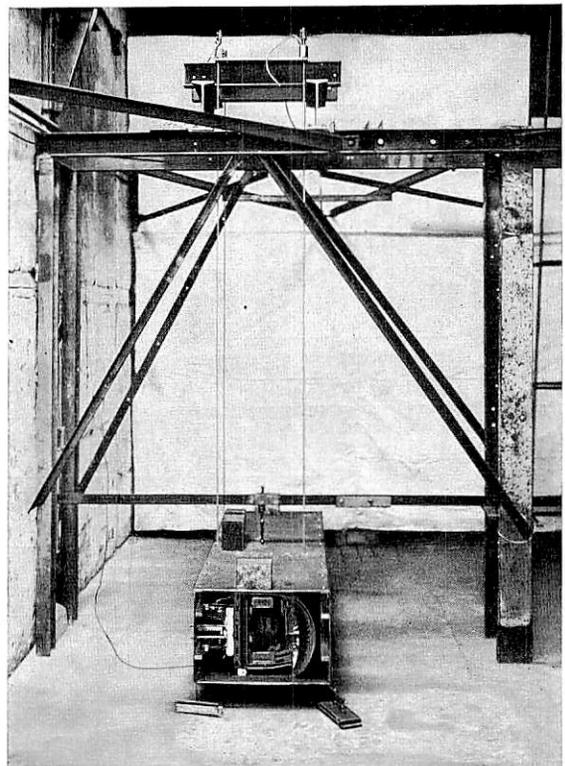


Abb. 13. Das Modell der 01-Lokomotive in der Tragvorrichtung in Θ_y -Lage.

allen Stücken entsprechend dem Übertragungsmaßstab (Längen 1:10, Gewichte 1:10³) hätte gebaut werden können. In einzelnen Teilen ist die Modelllokomotive jedoch zu schwer gebaut, so z. B. ist ihr Verkleidungsblech mit 1 mm fast so stark wie das der Regelspurlokomotive (1,5 mm); an einem 0,15 mm starken Blech hätte sich nichts anbringen lassen, ein

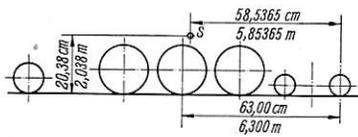
so dünnes Blech hätte auch nicht der leisesten Berührung Stand gehalten.

Das Modell ist, im ganzen genommen, mit peinlichster Sorgfalt maßgerecht hergestellt. Man kann also näherungsweise annehmen, daß sich alle gewichtsvermehrenden Teile über die ganze Baulänge der Lokomotive erstrecken, und dann die Modelllokomotive als Körper betrachten, dessen Rauminhalt statt mit dem dem Sollgewicht 99,9 kg entsprechenden Baustoff mit einem Baustoff von größerem spezifischen Ge-

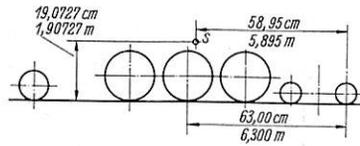
wicht ausgefüllt wurde. Für zwei Körper, die gleiche geometrische Abmessungen, aber verschiedene spezifische Gewichte haben, ist in der Formel für die Massenträgheitsmomente Θ der den Einfluß der Abmessungen wiedergebende Faktor der gleiche. Die Trägheitsmomente nehmen lediglich durch die verschieden großen spezifischen Gewichte verschiedene Größe an. Z. B. ist für zwei Rechtecke mit der Seitenlänge a, der Breite b, der Höhe c und den spezifischen Gewichten γ_1 und γ_2 das Massenträgheitsmoment um die senkrechte Hochachse z

Zahlentafel 5.

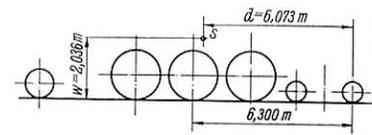
Trägheitsmomente und reduzierte Masse der 01-Modell- und Regelspurlokomotive.



Zu Spalte 2 und 3.



Zu Spalte 4 und 5.



Zu Spalte 6.

O. Z.	1	2	3	4	5	6
		Kruppsche 01-Modell-lok. 1:10	01-Regelspur-lok., die der Modell-lok. nach Sp. 2 entspricht	Um-gerechnete Modell-lok. 1:10	Regelspurlok., die der Modell-lok. nach Sp. 4 entspricht	Leergewicht der Lok. = 99,90 t Gewicht des Wassers = 11,92 t Gewicht der Kohle = 1,20 t Gewicht des Sandes = 0,33 t
1	Gewicht G in kg	126,9	126 900	99,9	99 900	113 350
2	Masse M in $\frac{\text{cm}^{-1} \text{kgs}^2}{\text{m}^{-1} \text{kgs}^2}$	0,129 3577	12 935,77	0,101 834 86	10 183,486	11 554,536
3	Θ_x in $\frac{\text{cmkgs}^2}{\text{mkgs}^2}$	25,37 141	25,371 41	19,873 23	19 873,23	22 151,014
4	Θ_y in $\frac{\text{cmkgs}^2}{\text{mkgs}^2}$	241,05 906	241 059,06	189,76 989	189 763,89	200 526,746
5	Θ_z in $\frac{\text{cmkgs}^2}{\text{mkgs}^2}$	230,24 429	230 244,29	181,25 614	181 256,14	194 843,812
6	Θ_z/Θ_y	$\frac{0,955 136}{1}$	$\frac{0,955 136}{1}$	$\frac{0,955 136}{1}$	$\frac{0,955 136}{1}$	$\frac{0,971 659}{1}$
7	Θ_z/Θ_x	$\frac{9,074 950}{1}$	$\frac{9,074 950}{1}$	$\frac{9,120 618}{1}$	$\frac{9,120 618}{1}$	$\frac{8,796 157}{1}$
8	d in $\frac{\text{cm}}{\text{m}}$	58,5365	5,85 365	58,95	5,895	6,073
9	d^2 in $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}$	3426,521 832	34,265 218 32	3 475,1025	34,751 025	36,881 329
10	w in $\frac{\text{cm}}{\text{m}}$	20,38	2,038	19,0727	1,90 727	2,036
11	w^2 in $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}$	415,344 400	4,153 444	363,7679	3,637 679	4,145 296
12	$\varrho_d^2 = \frac{\Theta_z}{M}$ in $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}$	1779,9040	17,799 040	1779,9026	17,799 026	16,862 971
13	d^2/ϱ_d^2	1,925 116	1,925 116	1,952 411	1,952 411	2,187 119
14	$\varrho_w^2 = \frac{\Theta_x}{M}$ in $\frac{\text{cm}^2}{\text{m}^2}$	196,13374	1,961 3374	195,1515	1,951 515	1,917 083
15	w^2/ϱ_w^2	2,117 659	2,117 659	1,864 028	1,864 028	2,162 293
16	$1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}$	5,042 775	5,042 775	4,816 439	4,816 439	5,349 412
17	$M_{\text{red}} = \frac{M}{1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}}$ in $\frac{\text{cm}^{-1} \text{kgs}^2}{\text{m}^{-1} \text{kgs}^2}$	0,025 652 08	2 565,208	0,021 143 184	2 114,3184	2 159,9637
18	M_{red} in % von M	19,830 346	19,830 346	20,762 226	20,762 226	18,693 642

$$\Theta_{z_1} = \frac{1}{12} \frac{abc}{g} \gamma_1 (a^2 + b^2) \quad \text{und} \quad \Theta_{z_2} = \frac{1}{12} \frac{abc}{g} \gamma_2 (a^2 + b^2).$$

Der Summenwert $(a^2 + b^2)$ ist also in beiden Fällen gleichgroß, so daß allgemein gilt

$$\Theta = \frac{1}{12} m \cdot C.$$

Der Faktor C ist also für einen Körper von bekannten Abmessungen und Trägheitsmomenten bekannt. Hat ein zweiter Körper die genau gleichen geometrischen Abmessungen, aber ein anderes Gewicht, so kann man dessen noch unbekannte Trägheitsmomente mit Hilfe der vom ersten Körper her bekannten Größe C errechnen.

Rechnet man nach diesen Überlegungen die für die 126,9 kg schwere Modelllokomotive erhaltenen Θ -Werte auf die der 99,9 t schweren Regelspur-01-Lokomotive entsprechende Modelllokomotive um, so ergeben sich die in Spalte 4 und 5

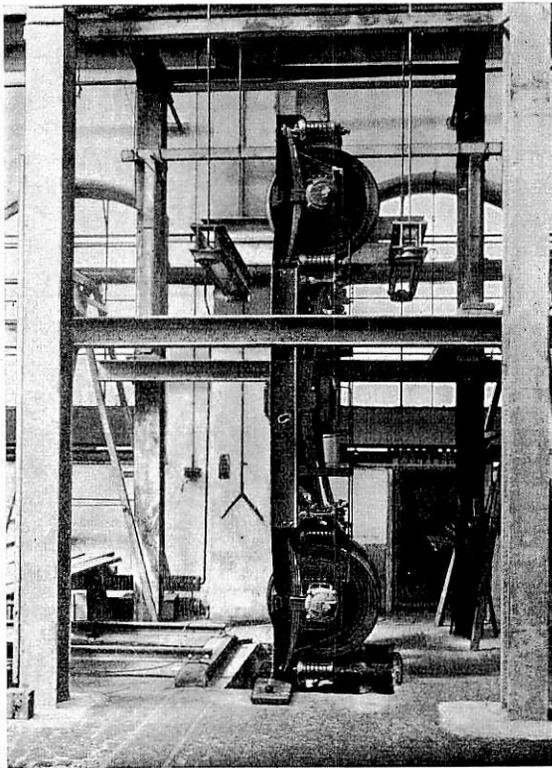


Abb. 14. Drehgestell Bauart „Görlitz II schwer“ in der Θ_x -Lage.

der Zahlentafel 5 enthaltenen Werte. Für die Schwerpunktsabstände wurden die auf Blatt A der „Beschreibung der 2 C 1 - h 2-Schnellzuglokomotive Betriebsgattung S 36.20, Reihe 01 der Deutschen Reichsbahn, 2. Ausgabe 1932“, angegebenen Werte eingesetzt.

Die bisher für die 01-Lokomotive angegebenen Zahlenwerte gelten für die leere Lokomotive, da es mit Rücksicht auf die erforderliche Unveränderlichkeit der Schwerpunktslage bei den Schwingungsversuchen nicht anging, den Kessel der Modelllokomotive mit Wasser zu füllen. Um jedoch den Einfluß der Betriebsvorräte — Wasser und Kohle — im Kessel auf die Größe der Trägheitsmomente und der reduzierten Masse der betriebsdienstfähigen Lokomotive zu erfahren, wurden deren Massenträgheitsmomente unter teilweiser Zugrundelegung der in der „Beschreibung der Reihe 01“ enthaltenen Angaben über Gewichte und Schwerpunktslagen errechnet. Als Wasservorrat im Kessel wurden entsprechend einer Wasserhöhe von 200 mm über Feuerbüchse 11,92 m³, als Kohlenmenge auf dem Rost bei durchschnittlich 35 cm Schichthöhe 1,2 t und als Sandvorrat im Sandkasten 0,33 t

angenommen. Bei der Bestimmung der Lage des Gesamtschwerpunktes der Lokomotive mit Vorräten wurde berücksichtigt, daß sich der gefederte Teil der Lokomotive durch das Hinzukommen der 13,45 t Vorräte bei einer Gesamtfederstärke der Lokomotive von 1613 kg/mm um 8,34 mm senkt. Die errechneten Trägheitsmomente von Wasser und Kohle ergaben mit den in Spalte 5 der Zahlentafel 5 aufgeführten Θ -Werten für die leere Lokomotive die in Spalte 6 der Zahlentafel 5 angegebenen Zahlenwerte für die Lokomotive mit Betriebsvorräten.

d) Das Wagendrehgestell der Bauart „Görlitz II schwer“.

Das regelspurige Wagendrehgestell der Bauart „Görlitz II schwer“ ist über 2 m länger und in seinem Aufbau nicht so einfach gestaltet wie das 01-Lokomotivdrehgestell. Seine Lagerung für die Θ_y - und die Θ_x -Versuche war deshalb

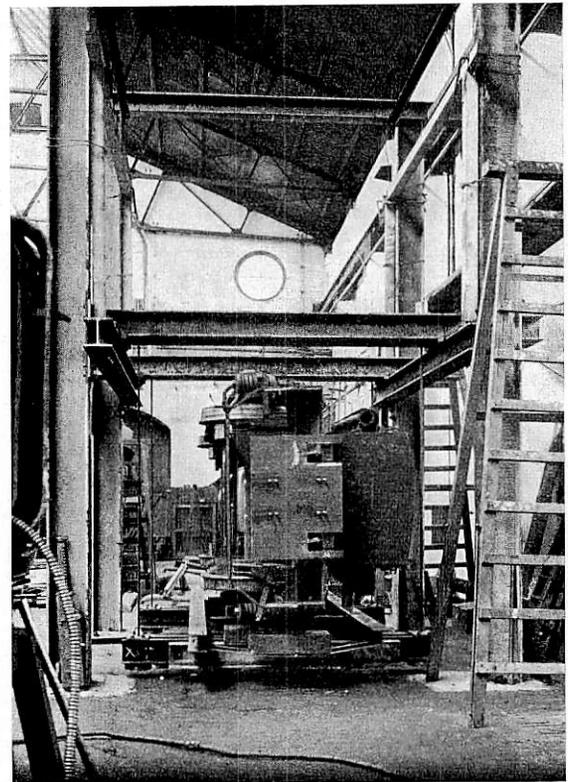


Abb. 15. Das Maschinendrehgestell des „Fliegenden Hamburgers“ in der Θ_y -Lage von vorn (Motorseite).

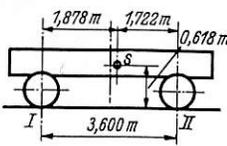
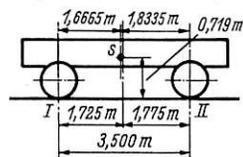
schwieriger. Die Abb. 14 zeigt das Gestell in Θ_x -Lage mit den in seiner Schwerachse aufgelegten Zusatzkörpern.

Die Versuchsergebnisse für das ganze Drehgestell sind in Spalte 2 und 3 der Zahlentafel 6, die Trägheitsmomente für einen Radsatz in Spalte 5 der Zahlentafel 7 angegeben. Die Größe von v entspricht den Verhältnissen bei betriebsmäßiger Belastung des Gestelles.

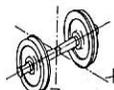
e) Das Maschinendrehgestell des „Fliegenden Hamburgers“.

Die meisten Schwierigkeiten beim Einrichten für die Θ_y - und Θ_x -Lage waren beim Maschinendrehgestell des „Fliegenden Hamburgers“ (VT 877) zu überwinden, da dieses vierteilige Gestell kaum Angriffsmöglichkeiten für die Tragvorrichtung bot. In den Abb. 15 und 16 ist das Drehgestell in Θ_y -Lage von vorn und Θ_x -Lage von unten wiedergegeben. Das auf Abb. 15 an der Stirnseite des Gestelles sichtbare Blech diente als Hilfsvorrichtung zum Schwenken des Gestelles bei der Schwerpunktermittlung und Lagerung des Drehgestelles für die Θ_y -Versuche.

Zahlentafel 6.

O.Z.	Trägheitsmomente und reduzierte Masse des				
	Wagendrehgestelles Bauart „Görlitz II schwer“		Maschinendrehgestelles des „Fliegenden Hamburgers“		
					
1	2	3	4	5	
1	Gewicht G in kg	7 680	7 680	13 430	13 430
2	Masse M in m ⁻¹ kgs ²	782,8746	782,8746	1 369,0112	1 369,0112
3	Θ_x in mkgs ²	525,268 915	525,268 915	747,32544	747,32544
4	Θ_y in mkgs ²	2 291,485 120	2 291,485 120	3 074,71346	3 074,71346
5	Θ_z in mkgs ²	2 449,843 858	2 449,843 858	3 347,10836	3 347,10836
6	Θ_z/Θ_y	$\frac{1,069 107}{1}$	$\frac{1,069 107}{1}$	$\frac{1,088 592}{1}$	$\frac{1,088 592}{1}$
7	Θ_z/Θ_x	$\frac{4,663 980}{1}$	$\frac{4,663 980}{1}$	$\frac{4,478 783}{1}$	$\frac{4,478 783}{1}$
8	d in m	1,878	1,722	1,6665	1,8335
9	d ² in m ²	3,526 884	2,965 284	2,777 222	3,361 722
10	w in m	0,618	0,618	0,719	0,719
11	w ² in m ²	0,381 924	0,381 924	0,516 961	0,516 961
12	$\varrho_d^2 = \frac{\Theta_z}{M}$ in m ²	3,129 292	3,129 292	2,444 909	2,444 909
13	d^2/ϱ_d^2	1,127 054	0,947 589	1,135 920	1,374 988
14	$\varrho_w^2 = \frac{\Theta_x}{M}$ in m ²	0,670 948	0,670 948	0,545 887	0,545 887
15	w ² / ϱ_w^2	0,569 230	0,569 230	0,947 011	0,947 011
16	$1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}$	2,696 284	2,516 819	3,082 931	3,321 999
17	$M_{red} = \frac{M}{1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}}$ in m ⁻¹ kgs ²	290,35 316	311,05 717	444,06 15	412,10 46
18	M _{red} in % von M	37,08 808	39,73 269	32,436 659	30,102 354

Zahlentafel 7.

O.Z.	Massenträgheitsmomente eines Radsatzes des						
	01-Drehgestelles			Wagendrehgestelles Bauart „Görlitz II schwer“	Maschinen- drehgestelles des „Flieg. Hamburgers“		
	Regelspur- radsatz	Modellradsatz 1:5	Dem Modellradsatz entsprechender Regelspur- radsatz	Regelspur- wagenradsatz	Regelspur- radsatz		
1	2	3	4	5	6		
1	Raddurchmesser im Laufkreis in mm	1000	200	1000	1001	900	
2	Gewicht G in kg	1255	9,51	1188,75	1158,4	1175	
3	Θ_y in mkgs ² 	15,751 218	0,005 021 17	15,691 156	14,650 352	10,850 796	
4	$\Theta_z = \Theta_x$ in mkgs ² 	67,617 238	0,020 445 90	63,893 437	65,330 148	54,157 903	

Die durch die Drehschwingungen erhaltenen Zahlenwerte für Θ_x, y, z und M_{red} sind in Spalte 4 und 5 der Zahlentafel 6, die Θ -Werte für einen Radsatz des Drehgestells in Spalte 6 der Zahlentafel 7 zusammengestellt.

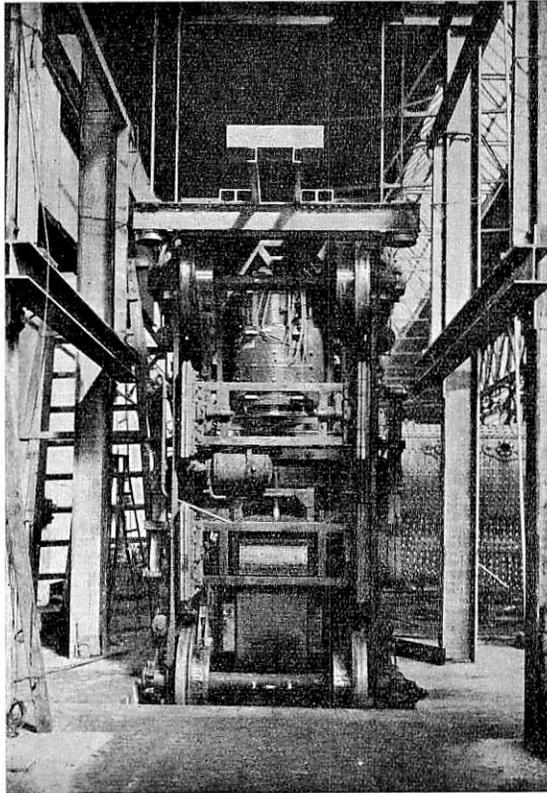


Abb. 16. Das Maschinendrehgestell des „fliegenden Hamburgers“ in der Θ_x -Lage, auf die Unterseite gesehen.

Die Zahlentafel 8 gibt eine Übersicht über die Vmhundertsätze der reduzierten Massen der drei untersuchten Drehgestelle sowie über deren Massen und Trägheitsmomente um die Hoch- und die Längsachse.

Zahlentafel 8.

		1	2	3	4
O.Z.		Laufachs- gestell der 01-Loko- motive	Wagen- drehgestell Bauart „Görlitz II schwer“	Maschinen- drehgestell des „fliegenden Hamburgers“	
1	M_{red} in % Sp 2 = 1	34,92 = 1	39,73 = 1,137	32,44 = 0,929	
2	M in $m^{-1}kgs^2$ Sp 2 = 1	678,899 = 1	782,875 = 1,153	1 369,011 = 2,017	
3	Θ_x in $mkgs^2$ Sp 2 = 1	224,039 = 1	525,269 = 2,344	747,325 = 3,335	
4	Θ_z in $mkgs^2$ Sp 2 = 1	804,891 = 1	2 449,844 = 3,043	3 347,108 = 4,158	
5	$\Theta_z : \Theta_x$	3,593	4,664	4,478	

Es überrascht, wie nahe die Vmhundertsätze der M_{red} dieser drei grundverschiedenen Drehgestelle beieinander liegen.

Rund ein Drittel der Gestellmassen wirkt als reduzierte Masse. Es hat also der Nenner der Gleichung

$$M_{red} = \frac{M}{1 + \frac{d^2}{\rho_d^2} + \frac{w^2}{\rho_w^2}}$$

in diesen drei Fällen annähernd den Wert 3. Ein Blick in die Querreihen 16 der Zahlentafeln 4 und 6 zeigt die tatsächlichen Nennerwerte und man erkennt aus der näheren Betrachtung der Zahlentafel 6, daß der verhältnismäßig hohe Betrag von 39,73% beim Görlitzer Gestell vorwiegend durch die Kleinheit des Wertes w^2/ρ_w^2 verursacht wird ($\rho_w = \sqrt{6709} = 819$ mm und $w = 618$ mm).

Letzten Endes kommt es nicht auf die kleinen Unterschiede in den Vmhundertätzen der reduzierten Massen dieser Drehgestelle an, die hier erstmals mitgeteilt werden, sondern nur auf deren absolute Größe, und da ist eben der Sachverhalt der, daß im anlaufenden Rad des 01-Lokomotivgestelles die Masse $0,349 \cdot 678,9 \cong 237 m^{-1}kgs^2$, und im anlaufenden Rad des Maschinendrehgestelles des „fliegenden Hamburgers“ die Masse $0,324 \cdot 1369 \cong 444 m^{-1}kgs^2$ wirksam ist. Die Erfahrung hat erwiesen, daß auch solche Gestelle, die das ganze Kraftwerk des Fahrzeuges tragen, bei den hohen Fahrgeschwindigkeiten von 150 bis 180 km/h noch betriebsicher laufen. Mit Bewunderung steht man vor dieser Tatsache. Wenn wir Ingenieure gleichwohl die mechanischen Vorgänge beim Lauf dieser Fahrzeuge geistig zu durchdringen versuchen, so geschieht das aus dem pflichtgemäßen Bedürfnis, zu erforschen, mit welchem Sicherheitsgrad wir diese hohen Fahrgeschwindigkeiten noch fahren. Dabei spielt eine Rolle, wie groß die reduzierten Massen sind.

Der Vergleich der für die drei Drehgestelle ermittelten Werte von M_{red} mit dem für die 01-Lokomotive gewonnenen M_{red} -Wert liegt nahe. Er beträgt hier rund nur ein Fünftel, dort rund ein Drittel der Gesamtmasse. Ohne auf die Einzelheiten einzugehen, sei nur gesagt: Hier überragen die Größen d und w die Größen ρ_d und ρ_w und bewirken, daß der Gesamtwert $1 + \frac{d^2}{\rho_d^2} + \frac{w^2}{\rho_w^2} = \sim 5$ wird. Großer Gesamtachsstand und hohe Schwerpunktslage auf der einen Seite und andererseits verhältnismäßig kleine Trägheitshalbmesser um die Hoch- und die Längsachse haben das in der Hauptsache zur Folge.

Eine weitere Bemerkung sei hier eingeschaltet. Man wird nach dem, was Abschnitt II über das Genauigkeitsverfahren gelehrt hat, hören wollen, ob die mitgeteilten Zahlenwerte nach diesem Verfahren ergänzt sind. Das ist nicht geschehen. Wir hatten ja gesehen, daß die nach der Grundformel III errechneten Werte der wahren Größe so nahe kommen, daß eine Ergänzung nach dem Genauigkeitsverfahren sich in der Größe der reduzierten Masse praktisch nicht auswirkt. Andererseits hätte die Nachprüfung der Genauigkeit weiter ausladende Traggerüste als die von uns benutzten und die Beschaffung großer Blockkörper erfordert, also letzten Endes Aufwand an Mühen und Kosten verursacht, der nicht im Einklang mit dem Erfolg gestanden wäre.

Wir fanden das durch zwei Drehschwingungsversuche bestätigt, die wir mit zwei Richtplatten von 2774 und 2756 kg Gewicht am Versuchsstand (s. Abb. 10) des Reichsbahnausbesserungswerkes Karlsruhe ausführten. Das eine Mal waren die beiden Körper mit den Trägheitsmomenten und Massen Θ_1, m_1 und Θ_2, m_2 in solchem Abstand e voneinander gelagert, daß ihr nach der Beziehung $\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 + e^2 \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ errechnetes Trägheitsmoment um die Dreh- und Schwerachse des Systems die Größe 807,522 $mkgs^2$, das andere Mal in

solchem Abstand e , daß es die Größe $1\,869,783\text{ mks}^2$ erreichte. Das kleinere Trägheitsmoment wurde versuchsmäßig bis auf $-1,9695\%$, das größere bis auf $-0,719\%$ erreicht. In beiden Fällen wurde die Tragvorrichtung mit $2,98\text{ m}$ wirksamer Seillänge verwendet, die wir für die Drehgestellversuche benutzt hatten. Längere Seile anzuwenden, war, wie schon erwähnt, nicht möglich; sie hätten geringere Abweichungen ergeben. Das erwiesen die Versuche im Reichsbahnausbesserungswerk Schwetzingen, über die im folgenden berichtet wird. Man kann aus den beiden Versuchen immerhin schließen, daß die Fehlergrößen der mitgeteilten Werte der kleineren Trägheitsmomente etwa 2% betragen und die der größeren Trägheitsmomente unter 1% liegen. In der Größe der reduzierten Masse wirken sich diese Abweichungen, wie schon gesagt, praktisch nicht aus.

f) Die Tragvorrichtung für die Versuche mit Wagen der Regelspur im Reichsbahnausbesserungswerk Schwetzingen.

Die Abb. 17 zeigt die ausschließlich für Schwingungsversuche um die Hochachse von regelspurigen Wagen mit einem Achsstand bis $7,7\text{ m}$ verwendete Tragvorrichtung. Der

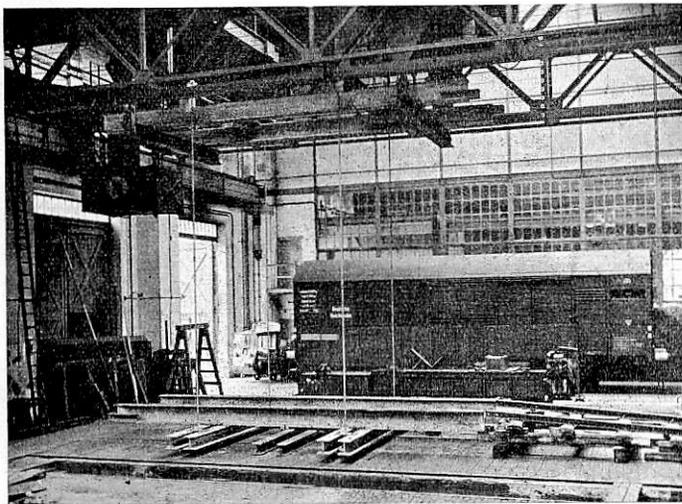


Abb. 17. Die Tragvorrichtung für die Versuche im Reichsbahnausbesserungswerk Schwetzingen.

obere Teil des Traggerüstes war starr an einem 70 t -Kran befestigt, die oberen und unteren Längsträger waren breitflanschtige **I**-Träger von 360 mm Höhe. Die 28 mm starken Seile hatten etwa $6,20\text{ m}$ wirksame Länge.

g) Om-Wagen mit $4,5\text{ m}$ Achsstand ohne Handbremse. (S. Spalte 11, S. 113 des Merkbuchs für Wagen, Ausgabe 1933.)

Die Massenträgheitsmomente dieses Wagens wurden zunächst rechnerisch ermittelt. Sie sind in Spalte 2 der Zahlentafel 9 aufgeführt.

Den 10218 kg schweren Om-Wagen, den wir Drehschwingungen unterzogen, zeigt die Abb. 18.

Sein durch den Schwingungsversuch ermitteltes Trägheitsmoment Θ_z um die senkrechte Schwerachse ist mit $7906,7728\text{ mks}^2$ um $2,492\%$ kleiner als das durch Rechnung gefundene. Die Übereinstimmung ist also eine recht befriedigende, wenn man berücksichtigt, daß der Versuchswagen um etwa $2,1\%$ leichter war als der gerechnete Wagen. Man darf also auf Grund der guten Übereinstimmung der Θ_z -Werte annehmen, daß auch die beiden anderen Trägheitsmomente mit etwa der gleichen Genauigkeit durch den Versuch gewonnen worden und auch die Verhältniswerte $\frac{\Theta_z}{\Theta_y}$ und $\frac{\Theta_z}{\Theta_x}$

etwa die gleichen geworden wären. Dem versuchsgemäß gewonnenen $\Theta_z = 7906,7728\text{ mks}^2$ dürfte also ein versuchsmäßiges $\Theta_x = 1354,0084\text{ mks}^2$ entsprechen. Errechnet man hiermit und mit den in Spalte 2 der Zahlentafel 9 angegebenen Schwerpunktabständen d und w die reduzierte Masse für den Versuchswagen von 10218 kg Gewicht, so ergibt sich $M_{\text{red}} = 407,32432\text{ m}^{-1}\text{ kgs}^2 = 39,106\%$ der Gesamtmasse des leeren Wagens. Bei dem durch Rechnung untersuchten Wagen beträgt der Vohundertteil $39,204\%$.

h) Om-Modellwagen mit Handbremse.

Die Ergebnisse der Rechnung und des Versuchs für den regelspurigen Om-Wagen ließen sich durch die Versuchsergebnisse eines vom Reichsbahn-Zentralamt für Bau- und Betriebstechnik in Berlin zur Verfügung gestellten Om-Modellwagens ergänzen, der in den Abb. 19, 20 und 21 in seinen drei verschiedenen Versuchslagen dargestellt ist.

Das Modell stellte eine Verkleinerung des Om-Wagens nach Spalte 10, S. 113 des Merkbuches für Wagen (D V 939 d) dar und sollte nach Angabe des RZB, genau im Maßstab $1:10$ ausgeführt sein. Es hätte in diesem Falle 11 kg wiegen dürfen, es wog aber in Wirklichkeit $12,7\text{ kg}$, obwohl ihm die Teile

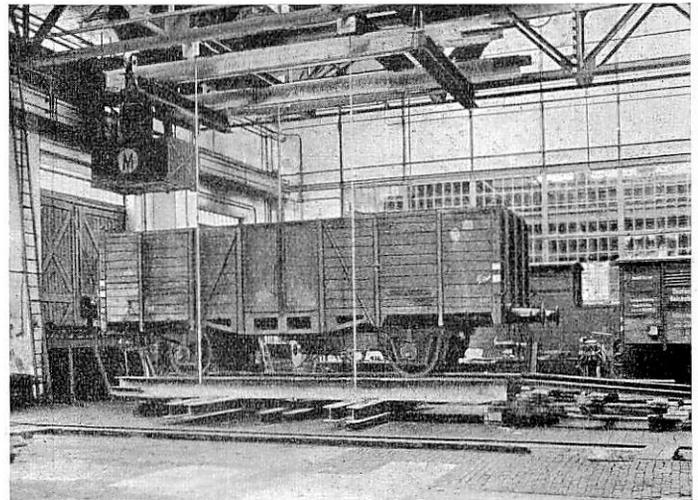


Abb. 18. Der regelspurige Om-Wagen in Θ_z -Stellung.

für die Luftbremseinrichtung und die Federn in den Hülsenpuffern fehlten.

Deshalb mußte von vornherein damit gerechnet werden, daß das Mehrgewicht von $1,7\text{ kg}$ und der etwas größere Achsstand zu etwas größeren Trägheitsmomenten führen würden, als der naturgetreuen Verkleinerung des Om-Wagens entsprechen hätte. Gleichwohl war an der Durchführung der Versuche doch sehr viel gelegen, weil wir damit in der Lage waren, aus den Modellergebnissen auf die Größe der Trägheitsmomente und der reduzierten Masse eines Regelspur-Güterwagens zu schließen.

i) O-Wagen mit 4 m Achsstand ohne Handbremse.

Als weiterer Güterwagen der offenen Bauart wurde ein O-Wagen nach Spalte 10, S. 111 des Merkbuches für Wagen, Ausgabe 1933, Drehschwingungen unterzogen. Nach den nebenher angestellten rein rechnerischen Ermittlungen der reduzierten Masse liegt die lotrechte Schwerachse, um die wir die Drehschwingungen hätten ausführen müssen, so nahe der lotrechten Symmetrieachse, daß die Größe der Trägheitsmomente um diese Achsen sich etwa nur um höchstens 1 mks^2 unterscheidet. Wir begingen also keinen nennenswerten Fehler, daß wir den Wagen um seine lotrechte Symmetrieachse drehschwingen ließen und mit den dabei gewonnenen Ergebnissen Θ_z zu $5559,040\text{ mks}^2$ ermittelten. Da die Massen-

verteilung bei den O- und Om-Wagen einander ähnlich ist, hielten wir für zulässig, die für den Om-Wagen gewonnene

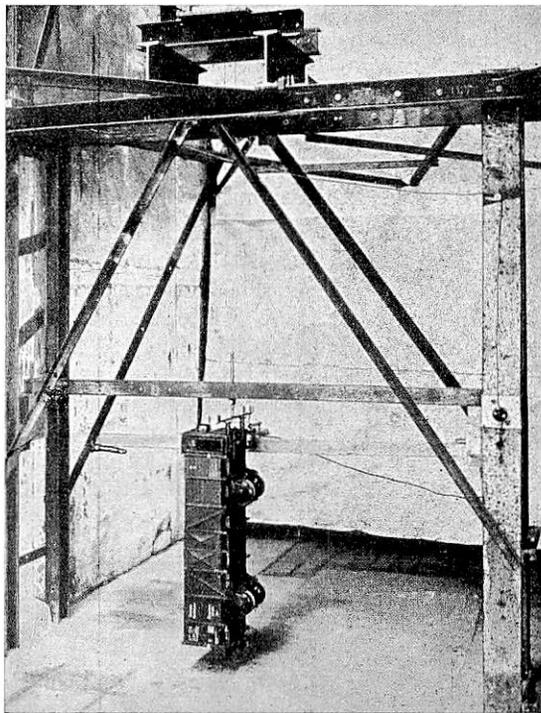


Abb. 19. Der Om-Modellwagen in Θ_x -Lage.

Verhältniszahl $\Theta_z/\Theta_x = 5,83953$ auch für den O-Wagen anzuwenden. Danach findet man das dem O-Wagen zugehörige $\Theta_x = \frac{5559,040}{5,83953} = 951,967 \text{ mkg}^2$ und mit den für den O-Wagen

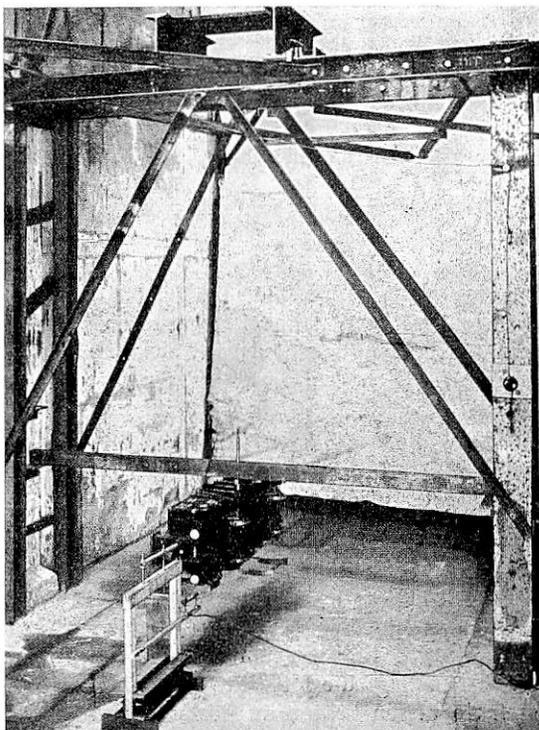


Abb. 20. Der Om-Modellwagen in Θ_y -Lage.

gültigen Schwerpunktsabständen seine reduzierte Masse zu 42,989% der Gesamtmasse des leeren Wagens. Die Einzelwerte sind in der Spalte 5 der Zahlentafel 9 angegeben.

k) Gr-Wagen mit 4,5 m Achsstand ohne Handbremse.

Für diesen Wagen wurden die Massenträgheitsmomente zunächst wie für den Om-Wagen rein rechnerisch ermittelt. Die Ergebnisse zeigt die Spalte 6 der Zahlentafel 9.

Die aus dieser Rechnung gefundene Verhältniszahl $\Theta_z/\Theta_x = 3,77$ der Querreihe 7 wurde danach, ähnlich wie das bei dem Om- und O-Wagen geschehen ist, dazu benützt, das Θ_x des Gr-Versuchswagens aus dem durch Drehschwingungen gefundenen Θ_z -Wert abzuleiten, der für den bei den Dreh-

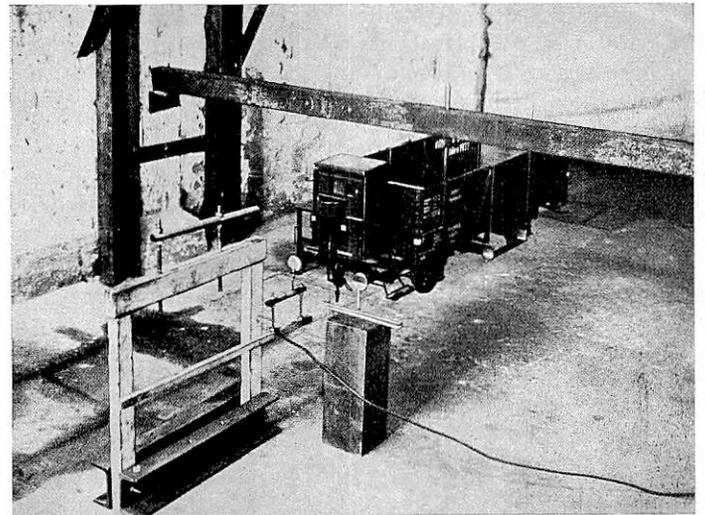


Abb. 21. Der Om-Modellwagen in Θ_z -Lage.

schwingungsversuchen verwendeten 11246 kg schweren Gr-Wagen zu 8578,2133 mkg² ermittelt wurde. Der versuchsmäßig gefundene Wert ist um 1,12% größer als der durch reine Rechnung gefundene. Für die reduzierte Masse ergab sich die Größe 427,4893 m⁻¹ kgs² = 37,290% der Gesamtmasse. Der Unterschied zwischen diesem und dem in der Zahlentafel 9 angegebenen Betrag ist unwesentlich.

l) Gl- und Glr-Wagen mit 7 m Achsstand ohne Handbremse.

Miteinander vergleichbar sind auch die Ergebnisse für einen Gl-Wagen von 7 m Achsstand, der rein rechnerisch

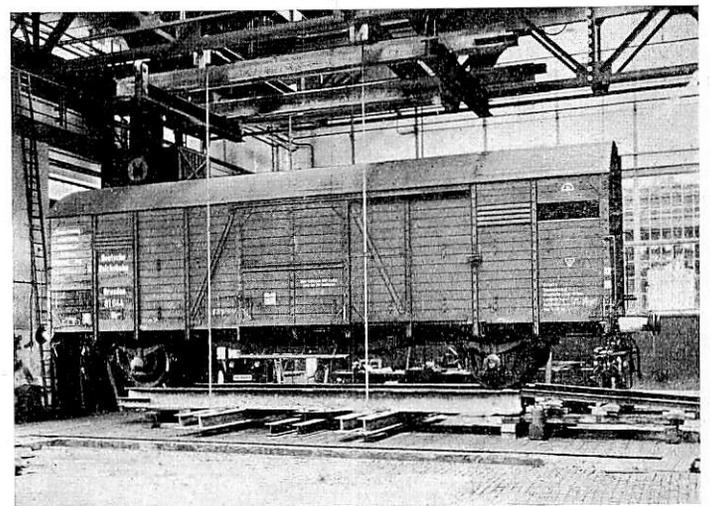


Abb. 22. Ein Glr-Wagen in Θ_z -Stellung.

untersucht wurde, und einen Glr-Wagen, dessen Trägheitsmoment Θ_z durch Schwingungen ermittelt wurde. Der bauliche Unterschied zwischen beiden Wagen liegt lediglich darin,

daß der Gl-Wagen 12,8 m über die Puffer mißt, der Glr-Wagen dagegen nur 12,1 m. Die Rechnungsergebnisse für den Gl-Wagen enthält die Spalte 7 der Zahlentafel 9.

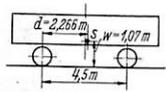
Das Trägheitsmoment Θ_z des Glr-Wagens (s. Abb. 22), dessen Leergewicht mit 12726 kg um 4,25% geringer ist als dasjenige des Gl-Wagens, wurde durch den Schwingungsversuch zu 17734,419 mkgs² ermittelt, es ist also um 3,083% kleiner als das Θ_z des Gl-Wagens. Nimmt man auf Grund der baulichen Ähnlichkeit die Verhältniszahl $\frac{\Theta_z}{\Theta_x}$ des Gl-

Wagens auch für den Glr-Wagen als gültig an, so ergibt sich dessen Θ_x zu 2659,6831 mkgs² und M_{red} zu 444,1641 m⁻¹ kgs² = 34,239% der Gesamtmasse des leeren Wagens.

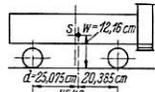
m) Glhs-Wagen mit 7 m und 7,7 m Achsstand und mit Handbremse.

Von den bei der Deutschen Reichsbahn für schnellfahrende Reisezüge bis 90 km Stundengeschwindigkeit vorgesehenen Glhs-Wagen wurde für je einen Wagen mit 7 m (10,8 m über die Puffer) und 7,7 m (12,8 m über die Puffer) Achsstand Θ_z durch Schwingungsversuche ermittelt. Die genaue Schwer-

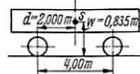
Zahlentafel 9.
Massenträgheitsmomente und reduzierte Masse von Modell- und Regelspurgüterwagen.



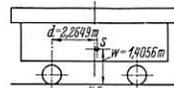
Zu Spalte 2.



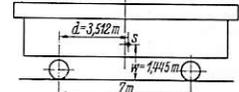
Zu Spalte 3 und 4.



Zu Spalte 5.



Zu Spalte 6.



Zu Spalte 7.

O.Z.	1	2	3	4	5	6	7
		Om-Wagen Sp. 11 S 113 DV 939 d	Om- Modell- wagen	Regelspur- wagen, der dem Modellwagen nach Sp. 3 entspricht	O-Wagen Sp. 10 S 111 DV 939 d	Gr-Wagen Sp. 5 S 96 DV 939 d	Gl-Wagen Sp. 4 S 98 DV 939 d
1	Gewicht G in kg	10 436	12,7	12700	8960	11 437	13 291
2	Masse M in $\frac{cm^{-1} kgs^2}{m^{-1} kgs^2}$	1063,8124	0,012 94	1 294	913,35 372	1165,8511	1354,8419
3	Θ_x in $\frac{cmkgs^2}{mkgs^2}$	1388,604	1,743 568	1743,568	951,9670	2248,540	2744,31
4	Θ_y in $\frac{cmkgs^2}{mkgs^2}$	7256,380	11,100 183	11 100,183	4974,6659	8833,710	18 933,00
5	Θ_z in $\frac{cmkgs^2}{mkgs^2}$	8108,798	11,506 086	11 506,086	5559,040 (Bezogen auf Mitte Achsstand)	8483,170	18 298,70
6	Θ_z/Θ_y	$\frac{1,11 747}{1}$	$\frac{1,036 567}{1}$	$\frac{1,036 567}{1}$	$\frac{1,11 747}{1}$	$\frac{0,960 318}{1}$	$\frac{0,966 497}{1}$
7	Θ_z/Θ_x	$\frac{5,83 953}{1}$	$\frac{6,599 161}{1}$	$\frac{6,599 161}{1}$	$\frac{5,83 953}{1}$	$\frac{3,772 745}{1}$	$\frac{6,667 869}{1}$
8	d in $\frac{cm}{m}$	2,266	25,075	2,507 5	2,000	2,2649	3,512
9	d ² in $\frac{cm^2}{m^2}$	5,134 756	628,755 6	6,287 556	4,000	5,129 772	12,334 144
10	w in $\frac{cm}{m}$	1,07	12,16	1,216	0,835	1,4056	1,445
11	w ² in $\frac{cm^2}{m^2}$	1,1449	147,865 6	1,478 656	0,697 225	1,975 711	2,088 025
12	$\varrho_d^2 = \frac{\Theta_z}{M}$ in $\frac{cm^2}{m^2}$	7,622 394	889,187 4	8,891 874	6,086 404	7,276 375	13,506 15
13	d ² / ϱ_d^2	0,673 640	0,707 112 5	0,707 112 5	0,657 202	0,704 990	0,913 224
14	$\varrho_w^2 = \frac{\Theta_x}{M}$ in $\frac{cm^2}{m^2}$	1,305 309	134,742 5	1,347 425	1,042 276	1,928 668	2,025 557
15	w ² / ϱ_w^2	0,877 110	1,097 393 9	1,097 393 9	0,668 944	1,024 391	1,030 839
16	$1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}$	2,550 750	2,804 506 4	2,804 506 4	2,326 146	2,729 381	2,944 063
17	$M_{red} = \frac{M}{1 + \frac{d^2}{\varrho_d^2} + \frac{w^2}{\varrho_w^2}}$ in $\frac{cm^{-1} kgs^2}{m^{-1} kgs^2}$	417,05 866	0,004 614 002	461,400 2	392,64 778	427,148 5	460,19 460
18	M _{red} in % von M	39,20 415	35,656 893	35,656 893	42,98 967	36,638 340	33,966 66

punktlage war auch für diese Wagen unbekannt. Es wurde deshalb angenommen, der Schwerpunkt liege in der Mitte des Achsstandes. Die ermittelten Θ_z -Werte waren für den kürzeren Wagen mit 12720 kg Gewicht 15590,061 mkgs² und den Wagen mit 7,7 m Achsstand, der 14620 kg wog, 23098,614 mkgs². Für die reduzierte Masse wurden 31,479% und 34,143% der zugehörigen Gesamtmasse errechnet.

n) BCI-Wagen mit 6,5 m Achsstand.

Die Drehschwingungsversuche wurden auch auf einen BCI-Wagen neuester Bauart mit 6,5 m Achsstand, 13,92 m Länge über die Puffer und 15000 kg Gewicht ausgedehnt (s. Abb. 23). Das auf Mitte Achsstand bezogene Trägheitsmoment Θ_z wurde zu 21877,761 mkgs² ermittelt. Die Errechnung der reduzierten Masse war für diesen Wagen nicht möglich, da Erfahrungszahlen für das Verhältnis der Massenträgheitsmomente zueinander und über die Höhenlage des Wagenschwerpunktes nicht vorlagen.

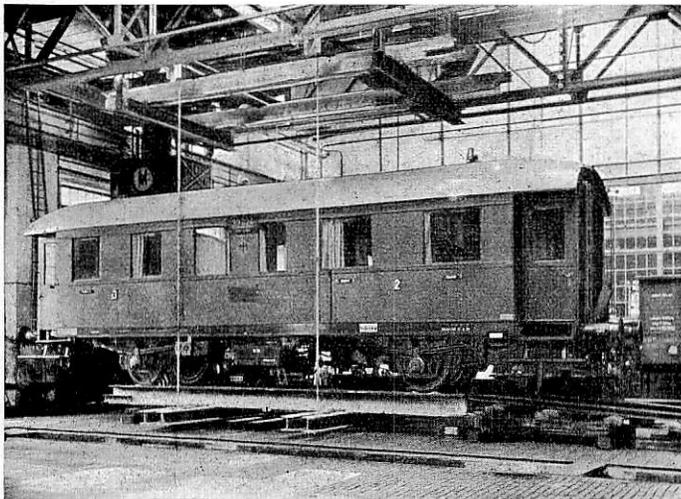


Abb. 23. Ein BCI-Wagen in Θ_z -Stellung.

Die Vergleichsversuche zu den Schwingungsversuchen mit ganzen Wagen wurden auf einen einzigen Versuch beschränkt. Der hierbei mit den beiden zur Verfügung gestandenen Richtplatten von 2774 kg und 2756 kg erreichbare Größtwert des Trägheitsmomentes war 7014,939 mkgs², was nicht ganz der Größe von Θ_z für den Om-Wagen entspricht. Als Versuchswert ergab sich mit dem größtmöglichen Abstand der Zusatzkörper von der Drehachse $\Theta = 7012,986$ mkgs², das nur 0,0279% kleiner ist als der errechnete Θ -Wert, ein Ergebnis, das zeigt, daß die durch die Drehschwingungsversuche erhaltenen Θ_z -Werte der verschiedenen Regelspurwagen mit sehr weitgehender Genauigkeit bestimmt wurden. Daß die Genauigkeit so hoch getrieben werden konnte, lag in der Hauptsache an den großen Seillängen, die bei den Schwetzingen Versuchen möglich waren.

Zusammenfassend läßt sich über die Ergebnisse der in dem Teil III behandelten Versuche aussprechen:

Die auf rein versuchsmäßiger Grundlage und die rein rechnerisch ermittelten M_{red} -Werte der untersuchten zweiachsigen Drehgestelle und zweiachsigen Wagen betragen im Mittel rund ein Drittel der Fahrzeugmasse. Die Verschiedenheiten in der Massenverteilung wirkten sich in den M_{red} -Werten also nur sehr wenig aus. Die reduzierte Masse regelspuriger zweiachsiger Drehgestelle und regelspuriger zweiachsiger Wagen kann mithin zu einem Drittel der Gesamtmasse angenommen werden. Man kann sich mit dieser summarischen Festlegung um so leichter abfinden, als der Massenführungsdruck $P_m =$

$$= v \sin \alpha \sqrt{\frac{M_{red}}{c}} \text{ ja auch noch von der Größe } c \text{ abhängig ist,}$$

also von der elastischen Quernachgiebigkeit des Fahrzeuges und des Gleises, die man doch stets auf Grund von Erfahrungswerten einschätzen müssen.

Die auf eine einzige Lokomotive, die 01-Lokomotive der Deutschen Reichsbahn, beschränkte Untersuchung berechtigt nicht in gleicher Weise zu allgemeinen Schlüssen. Nur das kann ausgesprochen werden, daß bei ähnlich gebauten Lokomotiven, also lang gebauten Maschinen ohne wuchtende Überhänge, die auf die vorlaufende Achse des Drehgestelles bezogene reduzierte Masse etwa zu einem Fünftel der Gesamtmasse angenommen werden kann.

Anhang (zu Zahlentafel 2).

I.

$$\Theta_x = 74,936\ 187 \text{ emkgs}^2 = \text{Urwert.}$$

$$m r^2 = 36,563\ 756 \text{ emkgs}^2; r = 59,825 \text{ cm.}$$

a) Block G = 84,85 kg, $\Theta_x = 3,4667$ emkgs² (errechnet).

Es verhalten sich die Trägheitsmomente der Körper:

$$\frac{\Theta_x W(\text{agen}) + \Theta T(\text{ragvorrichtung})}{\Theta_x B(\text{lock}) + \Theta T(\text{ragvorrichtung})} = \frac{74,936\ 187 + 12,403\ 554}{3,4667 + 0,56\ 841} = \frac{87,339\ 741}{4,035\ 11} = \frac{21,6449}{1}$$

Im gleichen Verhältnis müssen die Trägheitsmomente Θ_{zus} der Zusatzkörper zueinander stehen:

$$\frac{\Theta_{zus} W}{\Theta_{zus} B} = \frac{21,6449}{1};$$

Θ_{zus} ist bei Rechnung nach Formel III = $m r^2$;

$$\Theta_{zus} B = \frac{\Theta_{zus} W}{1} = \frac{36,563\ 756}{21,6449} = 1,68\ 925 \text{ emkgs}^2;$$

$$\Theta_{zus} B = m r^2 = \frac{3,116}{981} r^2 = 1,68\ 925;$$

damit wird

$$r^2 = 981 \frac{1,68\ 925}{3,116} = 531,821 \text{ cm}^2;$$

$$r = 23,06\ 132 \text{ cm.}$$

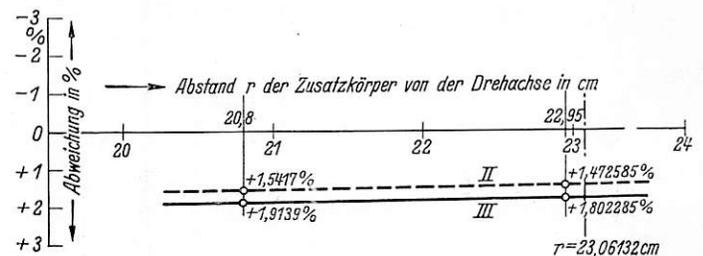


Abb. 24. Fehlerkurve für Θ_x .

--- Mit Grundformel II. — Mit Grundformel III.

Aus der Fehlerkurve für Θ_x in Abb. 24 ergibt sich für ein $r = 23,06\ 132$ cm ein Fehler von +1,80%, Der versuchsmäßig ermittelte Wert für Θ_x -Wagen muß um diesen Betrag verkleinert werden. Der berichtigte Wert wird

$$\Theta_x = (1,000 - 0,018) \cdot 74,936\ 187 = 73,58\ 733 \text{ emkgs}^2.$$

b) Block G = 265,15 kg, $\Theta_x = 25,965\ 6$ emkgs² (errechnet).

Es verhalten sich die Trägheitsmomente der Körper:

$$\frac{\Theta_x W + \Theta T}{\Theta_x B + \Theta T} = \frac{74,936\ 187 + 12,403\ 554}{25,965\ 6 + 4,304\ 87} = \frac{87,339\ 741}{30,270\ 47} = \frac{2,885\ 3}{1};$$

damit wird

$$\frac{\Theta_{zus} W}{\Theta_{zus} B} = \frac{2,885\ 3}{1}; \Theta_{zus} B = m r^2 = \frac{\Theta_{zus} W}{2,885\ 3} = \frac{36,563\ 756}{2,885\ 3} = 12,672\ 4 \text{ emkgs}^2;$$

$$\Theta_{\text{zus B}} = m r^2 = \frac{10,022}{981} r^2 = 12,6724;$$

$$r^2 = 981 \frac{12,6724}{10,022} = 1240,43 \text{ cm}^2;$$

$$r = 35,22 \text{ cm.}$$

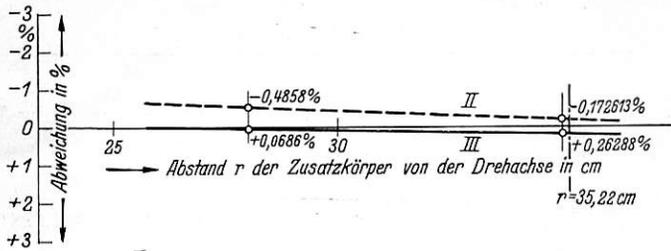


Abb. 25. Fehlerkurve für Θ_x .

--- Mit Grundformel II. — Mit Grundformel III.

Aus der Fehlerkurve für Θ_x in Abb. 25 ergibt sich für $r = 35,22 \text{ cm}$ ein Fehler von $+0,275\%$; also ist der ermittelte Wert $\Theta_x = 74,936187$ um diesen Betrag zu verkleinern. Der berichtigte Wert wird

$$\Theta_x = (1 - 0,00275) \cdot 74,936187$$

$$\Theta_x = 74,73011 \text{ cmkgs}^2.$$

Der unter b) ermittelte Θ_x -Wert ist um $\left(\frac{74,73011}{73,58733} - 1\right) \cdot 100 = (1,01553 - 1) \cdot 100 = 1,553\%$ größer als der zugehörige Wert unter a).

2.

$$\Theta_y = 345,8497 \text{ cmkgs}^2 = \text{Urwert.}$$

$$m r^2 = 24,3789 \text{ cmkgs}^2; r = 48,85 \text{ cm.}$$

a) Block G = 84,85 kg; $\Theta_y = 26,5297 \text{ cmkgs}^2$ (errechnet)

$$\frac{\Theta_y W + \Theta T}{\Theta_y B + \Theta T} = \frac{345,8497 + 1,5804}{26,5297 + 1,5708} = \frac{347,4301}{28,1005} = \frac{12,3638}{1}$$

Damit muß sein:

$$\frac{\Theta_{\text{zus W}}}{\Theta_{\text{zus B}}} = \frac{12,3638}{1}; \Theta_{\text{zus B}} = \frac{\Theta_{\text{zus W}}}{12,3638} = \frac{24,3789}{12,3638} =$$

$$= 1,97179 = m r^2 = \frac{3,116}{981} r^2;$$

$$r^2 = 981 \frac{1,97179}{3,116} = 620,772 \text{ cm}^2;$$

$$r = 24,9152 \text{ cm.}$$

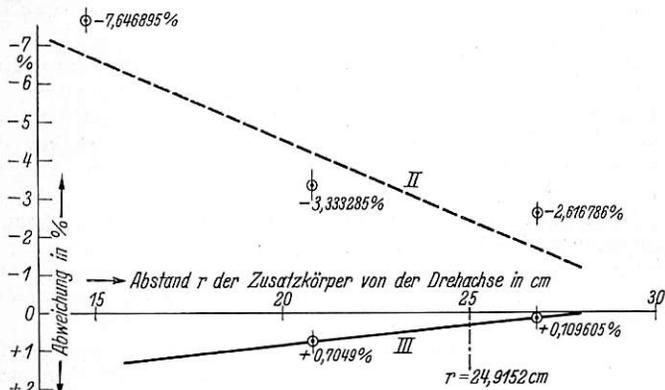


Abb. 26. Fehlerkurve für Θ_y .

--- Mit Grundformel II. — Mit Grundformel III.

Aus der Fehlerkurve in Abb. 26 ergibt sich für $r = 24,9152 \text{ cm}$ ein Fehler von $+0,3\%$. Zur Berichtigung muß Θ_y um diesen Betrag verkleinert werden. Der berichtigte Wert wird

$$\Theta_y = (1 - 0,003) \cdot 345,8497 = 344,8121 \text{ cmkgs}^2.$$

b) Block G = 265,15 kg; $\Theta_y = 118,6776 \text{ cmkgs}^2$

$$\frac{\Theta_y W + \Theta T}{\Theta_y B + \Theta T} = \frac{345,8497 + 1,5804}{118,6776 + 1,5708} = \frac{347,4301}{120,2484} = \frac{2,8892}{1};$$

damit wird

$$\frac{\Theta_{\text{zus W}}}{\Theta_{\text{zus B}}} = \frac{2,8892}{1};$$

$$\Theta_{\text{zus B}} = \frac{24,3789}{2,8892} = 8,437 \text{ cmkgs}^2 = m r^2 = \frac{10,022}{981} r^2 = 8,437;$$

$$r^2 = 981 \frac{8,437}{10,022} = 825,852 \text{ cm}^2;$$

$$r = 28,7376 \text{ cm.}$$

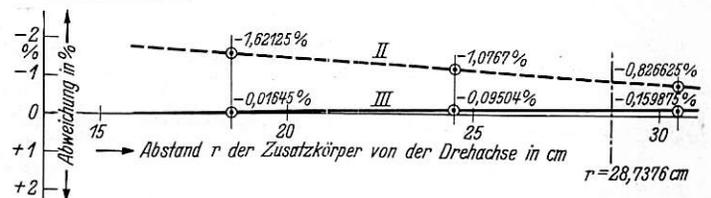


Abb. 27. Fehlerkurve für Θ_y .

--- Mit Grundformel II. — Mit Grundformel III.

In der Fehlerkurve in Abb. 27 ergibt sich für $r = 28,7376 \text{ cm}$ ein Fehler von $-0,135\%$; um diesen Betrag ist Θ_y zu vergrößern.

$$\Theta_y = 1,00135 \cdot 345,8497 = 346,31659 \text{ cmkgs}^2.$$

Dieser mit Hilfe des 265 kg-Blockes ermittelte Wert ist gegenüber dem mit dem kleinen Block erhaltenen Wert unter a) um

$$\left(\frac{346,31659}{344,8121} - 1\right) \cdot 100 = (1,0043632 - 1) \cdot 100 = 0,43632\%$$

größer.

3.

$$\Theta_z = 384,0980 \text{ cmkgs}^2 = \text{Urwert.}$$

$$m r^2 = 29,646935 \text{ cmkgs}^2; r = 53,87 \text{ cm;}$$

a) Block G = 84,85 kg; $\Theta_z = 28,829 \text{ cmkgs}^2$ (errechnet)

$$\frac{\Theta_z W + \Theta T}{\Theta_z B + \Theta T} = \frac{384,098 + 0,11}{28,829 + 0,11} = \frac{384,208}{30,3994} = \frac{12,6386}{1};$$

danach wird

$$\frac{\Theta_{\text{zus W}}}{\Theta_{\text{zus B}}} = \frac{12,6386}{1}; \Theta_{\text{zus B}} = \frac{\Theta_{\text{zus W}}}{12,6386} = \frac{29,646935}{12,6386};$$

$$\Theta_{\text{zus B}} = 2,34574 \text{ cmkgs}^2 = m r^2 = \frac{3,166}{981} r^2;$$

$$r^2 = 981 \frac{2,34574}{3,166} = 738,501;$$

$$r = 27,175 \text{ cm.}$$

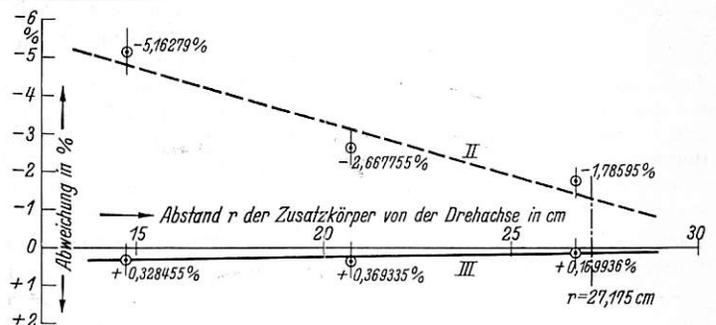


Abb. 28. Fehlerkurve für Θ_z .

--- Mit Grundformel II. — Mit Grundformel III.

Für dieses r ergibt sich aus der Fehlerkurve in Abb. 28 ein Fehler von $+0,15\%$. Der berichtigte Wert wird:

$$\Theta_z = (1 - 0,0015) \cdot 384,098 = 383,52185 \text{ cmkgs}^2.$$

b) Block G = 265,15 kg; $\Theta_z = 133,2548 \text{ cmkgs}^2$ (errechnet)

$$\frac{\Theta_z W + \Theta T}{\Theta_z B + \Theta T} = \frac{384,098 + 0,11}{133,2548 + 0,11} = \frac{384,2080}{133,3648} = \frac{2,88088}{1};$$

$$\frac{\Theta_{zus} W}{\Theta_{zus} B} = \frac{2,88088}{1}; \quad \Theta_{zus} B = \frac{\Theta_{zus} W}{2,88088} = \frac{29,646935}{2,88088};$$

$$\Theta_{zus} B = 10,29093 = m r^2 = \frac{10,022}{981} r^2;$$

$$r^2 = 981 \frac{10,29093}{10,022} = 1007,3241 \text{ cm}^2;$$

$$r = 31,7383 \text{ cm.}$$

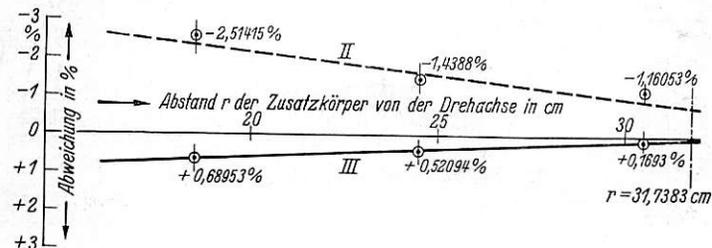


Abb. 29. Fehlerkurve für Θ_z .

--- Mit Grundformel II. — Mit Grundformel III.

Hierfür ergibt sich aus der Fehlerkurve in Abb. 29 ein Fehler von + 0,125%; der berichtigte Wert wird

$$\Theta_z = (1 - 0,00125) \cdot 384,098 = 383,61787 \text{ cmkgs}^2.$$

Dieser Wert ist gegenüber dem entsprechenden Wert unter a) um

$\left(\frac{383,61787}{383,52185} - 1 \right) \cdot 100 = (1,0002503 - 1) \cdot 100 = 0,02503\%$
größer.

Die berichtigten Versuchsergebnisse für die Massenträgheitsmomente des holländischen Modellwagens sind in der Zahlentafel 10 zusammengestellt.

Zahlentafel 10.

O. Z.		Θ_x	Θ_y	Θ_z
		cmkgs ² nach Grundformel III		
1	Unberichtigtes Versuchsergebnis = Urwert	74,936187	345,8497	384,0980
2	Mit Hilfe des Blocks G = 84,85 kg	73,58733	344,8121	383,52185
3	Mit Hilfe des Blocks G = 265,15 kg			
4	Mehr des Wertes in O. Z. 3 gegenüber O. Z. 2 in %	+ 1,553	+ 0,43632	+ 0,02503
5	Abstand r der Zusatzkörper des Wagens von der Drehachse in cm (Größtmöglicher Wert)	59,825	48,85	53,87

Bücherschau.

Handbuch für Eisenbetonbau. Herausgegeben von Oberbaurat Dr. Emperger, Wien. Zwölfter Band, Straßen-, Eisenbahn-, Berg- und Tunnelbau. Vierte Auflage, Berlin 1935, Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn. Der Band soll fünf Lieferungen von je sechs Druckbogen umfassen. Preis jeder Lieferung 6,60 R.M.

Der zwölfte Band des rühmlich bekannten Handbuches wendet sich an Fachleute verschiedenster Prägung. Am stärksten ist jedoch der Eisenbahn-Bauingenieur beteiligt. Für die deutsche Reichsbahn gilt das in besonderem Maße, wenn man an die enge Bindung zwischen Reichsbahn und Reichsautobahnen denkt und wenn man die großen Bauausführungen berücksichtigt, die die Reichsbahn zur Zeit in Gestalt der Berliner Nord-Süd-Bahn durchführt. Insofern entbehrt also der Gesamtplan des angekündigten Bandes, der auf den ersten Blick als eine Art Nachlese erscheint, nicht der Einheitlichkeit.

Die vorliegende erste Lieferung behandelt die Anwendung des Betons und des Eisenbetons im Straßenbau vollständig. Sie ist von Dr. Ing. E. Neumann, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart, bearbeitet. Der Inhalt ist besonders zeitgemäß, da die Betonstraßendecken augenblicklich ein weites Feld haben. Die Abschnitte über Querschnittsbemessung, Baustoffe und Bauausführung dürfen demnach rege Beachtung bei den Straßenbau-Fachleuten fordern. Daneben sind auch wichtige Nebenfragen wie Fahrradwege, Bordschwellen und Gehbahnen ausreichend berücksichtigt. Bei der Behandlung des Stoffes stehen rechnerische Untersuchungen, Baustoffprüfungen, handwerkliche Ausführungsregeln und Verwendung maschineller Hilfsmittel in wohlthuendem Gleichgewicht, das durchaus auf die Anwendung ausgerichtet ist.

Da bei der Art des Erscheinens Ankündigung und Besprechung Hand in Hand gehen müssen, sei noch erwähnt, daß der Schluß

der ersten Lieferung auf die Städtischen Bahnen (Straßen- und Untergrundbahnen) überleitet
Dr. Bloss.

VDI-Jahrbuch 1936. Die Chronik der Technik. Format DIN A 5, XII/192 Seiten. Berlin 1936, VDI-Verlag GmbH. Broschiert R.M. 3,50 (VDI-Mitglieder R.M. 3,15).

Das nun in dritter Folge erschienene VDI-Jahrbuch bietet die verschiedensten Anwendungsmöglichkeiten.

Das Buch soll vor allem einen Jahresüberblick über die Entwicklung auf allen Gebieten der Technik geben. Hierzu dient der Text der von 85 Fachleuten verfaßten Einzelbeiträge. Das technische Geschehen vollzieht sich heute so rasch, daß der Ingenieur, dessen Aufgaben vielfach auf einem eng umgrenzten Gebiet liegen, darüber meist den Blick für das Ganze verliert. Es wird aber immer für die eigene Arbeit förderlich sein, zu wissen, was auf benachbarten und auch fernerliegenden Gebieten vor sich geht.

Neben dem Überblick weist das Buch den Weg zum Einarbeiten in Einzelfragen. Hierzu sind neben dem Text 2500 Randnoten mit etwa 6000 Schrifttumshinweisen übersichtlich angeordnet. So ist das Jahrbuch zugleich als Sammelbecken des Wissens anzusehen, von dem aus leicht und schnell der Weg zu den Einzelveröffentlichungen führt.

Schließlich ist dem Jahrbuch zum lexikonartigen Gebrauch ein umfangreiches Sachverzeichnis mit 2300 Wortstellen beigegeben, das beispielsweise Fragen beantwortet, was Cibanit, Citomat, Derivograf, Furfurol, Isteg-Eisen ist und wo sie angewendet werden.

Das VDI-Jahrbuch 1936 ist wie seine beiden Vorgänger für jeden Ingenieur ein wertvolles Hilfsmittel; darüber hinaus wird jeder, der nur mittelbar mit der Technik in Verbindung kommt, für eine schnelle Unterrichtung großen Nutzen aus dem Gebrauch ziehen.

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder angezeigten Bücher sind durch alle deutschen Buchhandlungen zu beziehen.

Der Wiederabdruck der in dem „Organ“ enthaltenen Originalaufsätze oder des Berichtes, mit oder ohne Quellenangabe, ist ohne Genehmigung des Verfassers, des Verlages und Herausgebers nicht erlaubt und wird als Nachdruck verfolgt.