



Die Ableitungen lauten

$$\left. \begin{aligned} y^I &= -2 \alpha \cdot y_0 e^{-\alpha x} \sin \alpha x \\ y^{II} &= -2 \alpha^2 \cdot y_0 e^{-\alpha x} [\cos \alpha x - \sin \alpha x] \\ y^{III} &= +4 \alpha^3 y_0 e^{-\alpha x} \cos \alpha x \\ y^{IV} &= -4 \alpha^4 y_0 e^{-\alpha x} [\cos \alpha x + \sin \alpha x] = -4 \alpha^4 y \end{aligned} \right\} \text{Gl. 2.}$$

In der zweiten Ableitung, die mit  $EJ$  multipliziert bekanntlich das Biegemoment gibt, erscheint der Festwert  $2 \alpha^2 y_0$ . In der dritten Ableitung, die ebenso multipliziert die Querkraft liefert, erscheint der Festwert  $4 \alpha^3 y_0$ . Für  $x = 0$  (Lastangriffspunkt) muß die Querkraft wegen Spiegelgleichheit der halben negativen äußeren Last gleich sein. Daraus ergibt sich

$e^{-\pi} = 0,0432$ , d. h. die Kurvenordinaten verringern sich am Ende eines jeden Intervalls  $\alpha x = \pi$  auf etwa 4% des jeweiligen Anfangswertes. Man erkennt, daß sich die Wellenlinien sehr rasch der  $x$ -Achse nähern und man darf mit Rücksicht auf sonstige Ungenauigkeiten die Betrachtungen auf einen beiderseits vom Ursprung aus ganz eng begrenzten Abschnitt, nämlich auf  $\alpha x = \pi$  oder  $x = \frac{\pi}{\alpha}$  beschränken. Beachtet man, daß

$e^{-\frac{\pi}{4}} = \sqrt[4]{0,0432}$ ,  $e^{-\frac{\pi}{2}} = \sqrt{0,0432}$  und  $e^{-\frac{3\pi}{4}} = \sqrt[4]{0,0432^3}$ , so erhält man mit den bekannten Werten der Winkelfunktionen

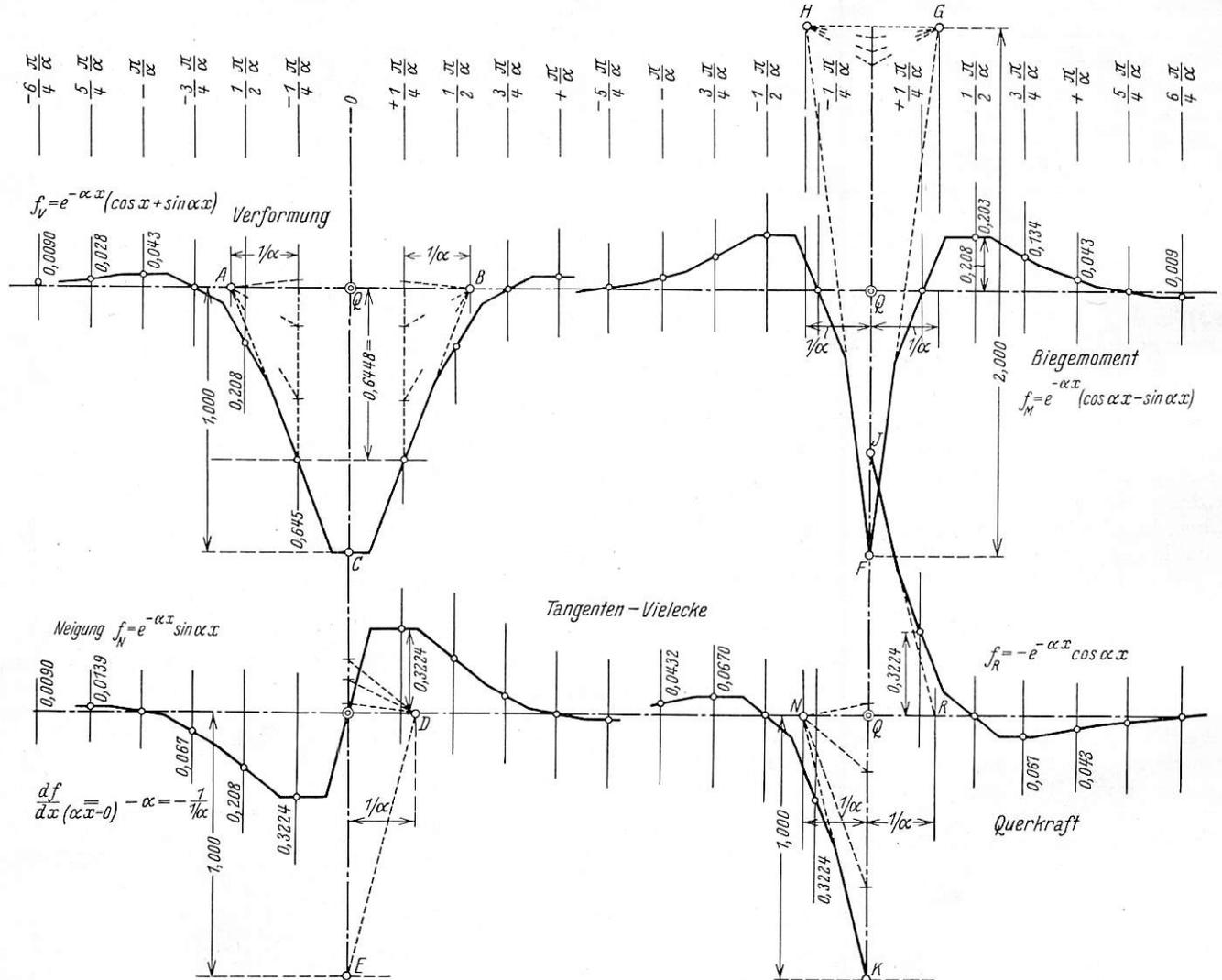


Abb. 3.

$R_{(x=0)} = R_0 = -\frac{1}{2} P$  bzw.  $\frac{1}{2} P = 4 \alpha^3 y_0 EJ$  und  $P = 8 \alpha^3 EJ \cdot y_0 = c \cdot y_0$ . Der Festwert  $c$  stellt die Federkonstante des ganzen Gleises dar, somit  $c \cdot y_0$  die Federkraft desselben und  $c \cdot y_0 \cdot \frac{1}{2} y_0 = \frac{1}{2} c y_0^2$  die von  $P$  geleistete Verformungsarbeit.

Bei allen vorgenannten Funktionen besteht der veränderliche Teil aus einer trigonometrischen Funktion mit dem Winkel  $\alpha x$  und einer Exponentialfunktion mit negativen Exponenten. Hiernach handelt es sich um Wellenlinien von gleicher Wellenlänge, nämlich  $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$ . Diese schneiden die  $x$ -Achse in immer gleichen Abständen  $\frac{1}{2} \lambda = \frac{\pi}{\alpha}$ . Die Wellenhöhen werden immer geringer, da sie von  $e^{-\alpha x}$  beherrscht sind. Bei einer halben Wellenlänge beträgt das Verhältnis der Verminderung

auf Abb. 3 ganz leicht die Ordinaten aller vier Kurven auf Abb. 3. Da diese Kurven zueinander im Verhältnis von Integral- zu Differentialkurven stehen, so lassen sich auch sehr leicht die Tangenten bestimmen; ohne jede fremde Tabelle lassen sich also alle Kurven lediglich aus der Kenntnis  $e^{-\pi} = 0,0432$  genau zeichnen. Die Nullpunkte liegen nicht übereinander, sondern sind bei jeder Differentialkurve um  $\frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\alpha}$  verschoben. Die steilste Tangente an der Verformungslinie liegt im Abstand  $\frac{\pi}{4} \cdot \frac{1}{\alpha}$  vom Ursprung entfernt, weil dort das Biegemoment null ist (Abb. 3). Die Konstruktion erfolgt mit Hilfe der Beziehung  $\frac{d}{dx} [e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x)]_{(\alpha x = \frac{\pi}{4})} = -2 \alpha e^{-\alpha x} \sin \alpha x = -\frac{0,645}{\alpha}$ . Der Achsenschnittpunkt

liegt im Abstand  $1/\alpha$  vom Fußpunkt der zugehörigen Ordinate. Die steilste Tangente an der Neigungslinie ergibt sich aus der Beziehung  $\frac{d}{dx} [-e^{-\alpha x} \sin \alpha x]_{x=0} = -\alpha = -\frac{1}{1/\alpha}$ . Bezüglich der Momentenlinie gilt die Beziehung

$$[-2\alpha e^{-\alpha x} \cos \alpha x]_{(x=0)} = -2\alpha = -2/1 : \alpha$$

und hinsichtlich der Querkraftlinie ergibt sich  $\alpha e^{-\alpha x} [\cos \alpha x + \sin \alpha x]_{x=0} = \frac{1}{1/\alpha}$ .

Die anderen Tangentenrichtungen ermäßigen ihre Steigung im Verhältnis der Ordinaten der jeweiligen Differentialkurven. Als Längeneinheit gilt  $\frac{1}{\alpha}$ , da  $\alpha$  von der Dimension  $\text{cm}^{-1}$  ist, denn als Winkel ist das Produkt  $\alpha x$  dimensionslos und  $x$  selbst ist eine Länge.

### 2. Ermittlung der Unterlagsziffer $\alpha$ .

Der Festwert läßt sich aus der Federgleichung

$$P = 8\alpha^3 \cdot EJ \cdot y_0 \text{ mit } \alpha = \sqrt[3]{\frac{P}{y_0} \cdot \frac{1}{8 EJ}}$$

berechnen, indem man die unter einer belasteten Schwelle eingetretene Senkung  $y_0$  mißt (Abb. 4). In dem angeführten

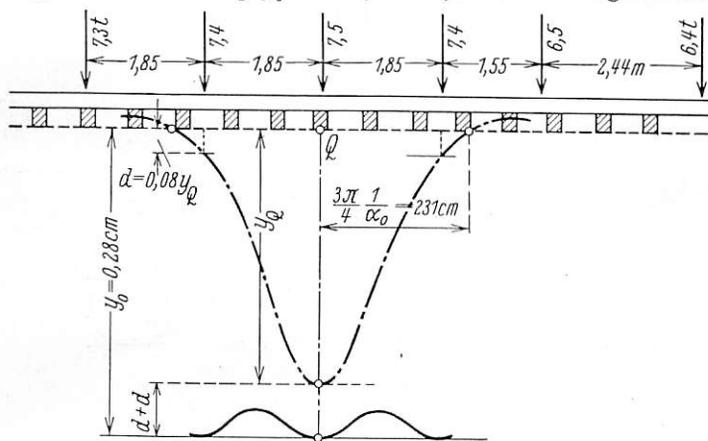


Abb. 4.

Zahlenbeispiel (Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1929, S. 89)

ergibt sich für  $\alpha_0 = \sqrt[3]{\frac{7500}{0,28} \cdot \frac{1}{8 \cdot 3,1724 \cdot 10^9}} \cong 0,0102$ , wenn nur die eine Last über  $Q$  vorhanden wäre. Mit dem angenäherten Wert von  $\alpha_0$  kann man die Einflußlinie für die Verformung schon zeichnen und den Anteil der Nachbarlasten ermitteln. Die Wirkung ist so, als ob in  $Q$  die virtuelle Last  $P \{ 1 + 0,08 + 0,08 \} = 1,16 P$  vorhanden wäre. Das richtige  $\alpha$  erhält man durch die Multiplikation  $\alpha = \alpha_0 \sqrt[3]{1,16} = 0,0105$ .

Sodann ist  $\frac{1}{\alpha} = 0,95 \text{ cm}$  und  $\frac{\pi}{4} \frac{1}{\alpha} = 75 \text{ cm}$ . Weiter berechnet sich  $k = 4\alpha^4 EJ = 156 \text{ kg/cm}^{-2}$ , für die Bettungsziffer  $C$ , die man im weiteren Verlauf zwar nicht braucht, die aber des Zusammenhangs wegen erwähnt werden soll, ergibt sich aus

$$\frac{1}{b} p = \frac{1}{b} k y = C \cdot y \quad C = \frac{k}{b} \cong \frac{156}{30} \cong 5 \text{ kg/cm}^{-3}.$$

$$A^T = \frac{1}{2} EJ \int_0^{2\pi/a} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} EJ \int_0^{2\pi/a} \left\{ \sum a_n \frac{n^2 \alpha^2}{4} \sin \frac{n \alpha}{2} x \right\}^2 dx = A_T = \frac{1}{32} EJ \alpha^3 \pi \sum_{1, 3, \dots} a_n^2 \cdot n^4,$$

$$A^B = \int_0^{2\pi/a} d A^B = \int_0^{2\pi/a} \frac{k}{2} y^2 \cdot dx = 2\alpha^4 EJ \int_0^{2\pi/a} \left\{ \sum a_n \sin \frac{n \alpha}{2} x \right\}^2 dx = A_B = \frac{64}{32} \pi EJ \alpha^3 \sum a_n^2,$$

$$A_p = A^T + A^B = \frac{\pi}{32} \alpha^3 EJ \left\{ \sum a_n^2 n^4 + 64 \sum a_n^2 \right\} \dots \dots \dots \text{Gl. 6) .}$$

### 3. Verformungsarbeit und Darstellung der Formänderungslinie durch eine trigonometrische Reihe. (Abb. 2.)

Die Gesamtverformungsarbeit (potentielle Energie des Systems) besteht aus der Arbeit des der Biegesteifigkeit unterworfenen Trägers vermehrt um die Verformungsarbeit, die die Bettung (federnde Unterlage) erfährt, also  $A_p = A^T + A^B$ . Für die rechtshälftige statische elastische Linie gilt die Gleichung  $y = y_0 e^{-\alpha x} [\cos \alpha x + \sin \alpha x]$  und für das Biegemoment  $EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = -2\alpha^2 EJ y_0 e^{-\alpha x} [\cos \alpha x - \sin \alpha x]$ .

Somit beträgt die Formarbeit des Trägers allein

$$\frac{1}{2} A^T = \frac{1}{2} EJ \int_0^{\infty} \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx,$$

wobei  $\left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 = +4\alpha^4 e^{-2\alpha x} [1 - \sin 2\alpha x] y_0^2$ .

Demnach rechnet sich

$$A^T = \alpha^3 y_0^2 EJ = \frac{8\alpha^3 EJ \alpha^3 y_0^2 EJ}{8\alpha^3 EJ} = \frac{1}{4} \cdot \frac{c y_0^2}{2} \dots \text{Gl. 3) .}$$

Bei der Berechnung der Formarbeit der Bettung ist auszugehen von der Beziehung  $p = k \cdot y$  oder  $p = 4\alpha^4 EJ \cdot y$ ,

$$d A^B = \frac{1}{2} p \cdot dx \cdot y = 2\alpha^4 EJ y^2 \cdot dx,$$

$$A^B = 4\alpha^4 y_0^2 EJ \int_0^{\infty} e^{-2\alpha x} [\cos \alpha x + \sin \alpha x]^2 dx = 4\alpha^4 y_0^2 \int_0^{\infty} e^{-2\alpha x} (1 + \sin 2\alpha x) dx,$$

$$A^B = 3\alpha^3 y_0^2 EJ = 3 A^T.$$

Die Arbeit der Bettung ist also dreimal so groß als jene des Trägers allein. Die Gesamtverformungsarbeit muß naturgemäß jener der äußeren Kräfte gleichkommen. Als äußere Kraft kommt nur  $P$  in Betracht (Abb. 9). Auf dieses rechnermäßige Ergebnis sei ganz besonders hingewiesen. Hiermit ist auch die wichtige Bedeutung der Bettung gekennzeichnet.

In dem Buche Timoshenko „Schwingungsprobleme der Technik“ Berlin, Springer 1932, erscheint die elastische Linie eines auf zwei Stützen frei aufliegenden, in der Mitte belasteten Trägers durch eine unendliche Reihe von Sinuslinien von der Form

$$y = \sum_{1, 3, \dots}^{\infty} a_n \sin \frac{n \pi x}{l} \dots \dots \dots \text{Gl. 4) }$$

dargestellt, wobei  $n = 1, 3, 5, 7 \dots$  und  $a_n$  die jeweilige Wellenhöhe bedeutet. Wenn man die Verformungslinie des unbegrenzt langen, stetig federnd unterstützten Trägers auf die Länge  $l = \frac{2\pi}{\alpha}$  einschränkt, d. h. an den Enden dieser

Länge Biegemoment und Senkung vernachlässigt, was ja näherungsweise zulässig ist, so kann man auch diese Kurve in eine Reihe von Sinuslinien auflösen. Würde man  $Q$  als Ursprung belassen, so erhielte die Reihe die Form

$\sum a_n \cos \frac{n \pi x}{l}$ . Es ist aber zweckmäßig, den linken Endpunkt als Ursprung zu wählen, dann erscheint die Kurve in der Form

$$y = \sum_{1, 3, \dots}^{\infty} a_n \sin \frac{n \pi x}{l} \dots \dots \dots \text{Gl. 5) .}$$

Es handelt sich nun darum, die Wellenhöhen  $a_n$  zu bestimmen. Wie schon erwähnt, setzt sich die innere Arbeit (Formarbeit) folgendermaßen zusammen:  $A_p = A^T + A^B$ .

Erfährt nun irgendein  $a_n$  einen sehr kleinen Zuwachs von  $\delta a_n$ , so leisten die inneren Kräfte eine Arbeit

$$\frac{\partial A}{\partial a_n} d a_n = \frac{\pi}{16} \alpha^3 E J a_n (n^4 + 64) d a_n.$$

Diese virtuelle Arbeit der inneren Kräfte muß im Gleichgewicht mit der der äußeren Kräfte stehen. Im Fundament (Abb. 9)  $\overline{A'B'}$  wird keine Arbeit geleistet, sondern lediglich und allein von P. Die äußere Elementararbeit beträgt

$$d A_P = P d a_n \sin \frac{n \alpha \pi}{2} = (-1)^{\frac{1}{2}(n-1)} \cdot P \cdot d a_n.$$

Daraus läßt sich die Wellenhöhe ermitteln; denn  $\frac{\partial A}{\partial a_n} \cdot d a_n =$

$$= \frac{\pi}{16} \alpha^3 E J a_n (n^4 + 64) d a_n \text{ und } a_n = \frac{(-1)^{\frac{1}{2}(n-1)} P}{\frac{\pi}{16} \alpha^3 E J (n^4 + 64)}$$

$$a_n = (-1)^{\frac{1}{2}(n-1)} \frac{128}{\pi(n^4 + 64)} \cdot y_0 \text{ weil } P = 8 \alpha^3 E J \cdot y_0 \text{ oder}$$

$$a_n = (-1)^{\frac{1}{2}(n-1)} \cdot \frac{2}{\pi} y_0 \cdot \frac{64}{n^4 + 64} \dots \text{ Gl. 7).}$$

Setzt man  $a_k = \frac{a_n}{a_1}$ , so ist  $a_1 = \frac{2}{\pi} y_0$ .

Rechnet man die einzelnen  $a_n$  aus, so ergibt sich für sie die Reihenfolge

$$\frac{2}{\pi} 0,99, \frac{-2}{\pi} 0,44, \frac{+2}{\pi} 0,094, \dots \text{ und für die Summe } \frac{2}{\pi} \cdot 1,57 = 1.$$

Angenähert dürfte die elastische Linie auch durch folgende übersichtlichere Reihe dargestellt werden

$$y \approx y_0 \sum_{1,3,\dots}^{1(n-1)} \left(\frac{2}{\pi}\right)^n \sin \frac{n \alpha}{2} x = y_0 \left\{ \left(\frac{2}{\pi}\right)^1 \sin \frac{\alpha}{2} x - \left(\frac{2}{\pi}\right)^3 \sin \frac{3 \alpha}{2} x + \dots \right\} \dots \text{ Gl. 8).$$

Dies gilt in der Voraussetzung, daß der Wirkungsbereich der angreifenden Last auf die Länge  $l = \frac{2 \pi}{\alpha}$  beschränkt ist (Abb. 10).

#### 4. Berücksichtigung des Eigengewichtes.

Das Eigengewicht betrage  $q \text{ kg/cm}^{-1}$ . Die Differentialgleichung

$$\frac{d^4 y}{d x^4} + 4 a^4 y = 0, \text{ bzw. } \frac{d^4 y}{d x^4} + \frac{k}{E J} \cdot y = 0$$

geht über in  $\frac{d^4 y}{d x^4} + \frac{k}{E J} y = \frac{q}{E J}$ . Ein partikuläres Integral lautet  $y = \frac{q}{k} = \frac{q}{4 \alpha^4 E J}$  und somit ergibt sich als Lösung der nicht homogenen Differentialgleichung

$$y = \frac{1}{4 \alpha^4 E J} \left\{ \frac{\alpha}{2} P e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) + q \right\} \dots \text{ Gl. 9).$$

Der Einfluß des Eigengewichtes allein beträgt  $y_E = \frac{q}{4 \alpha^4 E J}$ .

In dem mehrfach erwähnten Zahlenbeispiel rechnet er sich mit  $y_E = \frac{q}{4 \alpha^4 E J} = 0,008 \text{ cm}$  und  $y_E : y_0 = 0,008 : 0,3 = 2,6\%$ , also ist er vernachlässigbar.

II. Der begrenzte, beliebig belastete, jedoch stetig und federnd unterstützte Balken.

1. Der Balken ist einseitig begrenzt und am Ende mit einer Einzellast beansprucht. (Abb. 5.)

Die Gleichungen 2) gelten nicht nur für einen unbegrenzt langen, an einer einzigen Stelle von einer Einzellast beanspruchten Träger, sondern jeder beliebige im Oberbau vorkommende Belastungsfall kann aus ihnen abgeleitet werden;

die zugehörigen Kurven gelten ja als Einflußlinien. Wir müssen nur beachten, daß gewisse Randbedingungen vorliegen. Diese Erwägung gibt uns die Möglichkeit, durch Anbringung von Ersatzkräften anstatt des gegebenen Trägers einen gedachten, unbegrenzt langen Balken vorauszusetzen. So können wir mit Hilfe der Einflußlinien die statischen Größen ermitteln. Wäre der Träger (Abb. 5) unbegrenzt lang,

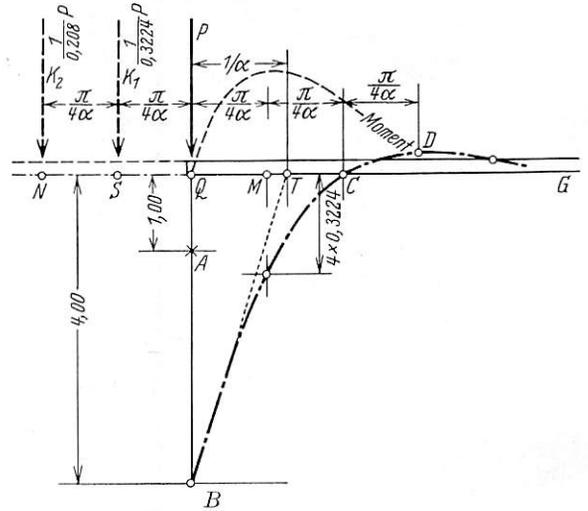


Abb. 5.

dann wäre in Q die Einsenkung  $\overline{QA} = \frac{1}{8 \alpha^3 E J} \cdot P = y_0$ .

Sollte  $\alpha$  nicht bekannt sein, dann bestimmt man es durch Belastung und Messung der Einsenkung (genügend weit vom Ende entfernt) auf die frühere Art. Weiter hätte das Biegemoment unter Q die Größe  $M = 2 \alpha^2 E J y_0 = \frac{1}{4} P$ , die

Querkraft wäre  $R = \frac{1}{2} P$  und weiter wäre  $\frac{d y}{d x} = 0$ .

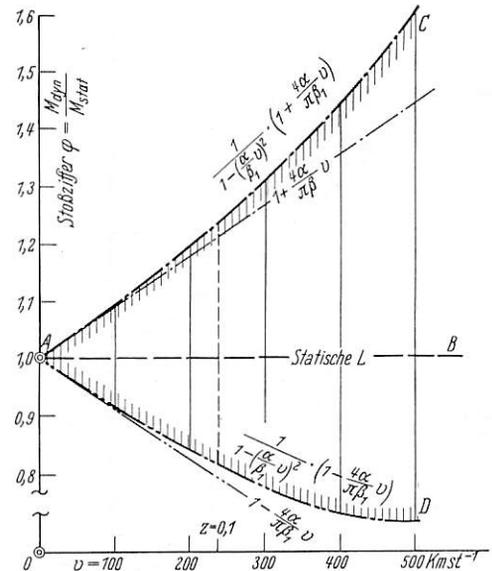


Abb. 6.

Tatsächlich bestehen aber folgende Randbedingungen

$$1. M_Q = 0. \quad 2. R_Q = 0. \quad 3. \frac{d y}{d x} < 0.$$

An dem unbegrenzt langen Träger sind solche Ersatzkräfte anzubringen, daß jenen Bedingungen entsprochen wird. Demnach ist links von Q, und zwar damit kein neuerliches

Moment hinzukomme, im Abstand  $\overline{QS} = \frac{\pi}{4 \alpha}$  (Abb. 3)

eine Ersatzkraft  $K_1$  von solcher Größe anzubringen, daß die links von  $Q$  durch die gegebene Last  $P$  bewirkte Querkraft vernichtet wird.  $K_1 = \frac{1}{0,3224} P$ . Zur Aufhebung des

Biegemomentes muß links von  $Q$  wegen  $\frac{dy}{dx} < 0$ , und zwar

im Abstand  $\overline{QN} = \frac{\pi}{2\alpha}$  (damit keine neuerliche Querkraft

dort entstehe) eine Ersatzkraft  $K_2 = \frac{1}{0,208} P$  angebracht

werden. Nun wirken drei Kräfte auf den unendlich lang gedachten Träger ein und die statischen Größen lassen sich mit Hilfe der als Einflußlinien verwendeten Kurven [Gl. 2) oder Abb. 3] leicht ermitteln. Zweckmäßig ist es, diese Einflußlinien auf durchsichtigem Papier ein für allemal genau zu zeichnen. Der gegebene Belastungsfall ist in einem solchen Maßstab zu zeichnen, daß die Längen  $\frac{1}{\alpha}$  übereinstimmen.

Nach diesem Vorgang würden sich ergeben 1. Einsenkungen:  $y_Q = \overline{QB} = y_0 \{ K_2 \cdot 0,208 + K_1 \cdot 0,6448 + P \cdot 1,00 \} = 4 y_0 P = 4 \cdot \overline{QA}$ .

2. Tangentenrichtungen:

$$\tau_Q = 2\alpha \left\{ 0 - \frac{0,3224}{0,3224} - \frac{0,208}{0,208} \right\} = -4\alpha = -\frac{4}{1:\alpha}$$

Die Multiplikation mit zwei erfolgt, weil die steilste Tangente der Einflußlinie die Richtung  $\frac{0,6448}{1:\alpha} = 2 \cdot \frac{0,3224}{1:\alpha}$  hat. Die Tangente in  $B$  schneidet demnach die Abszisse in  $T$ , das ist im Abstand  $\frac{1}{\alpha}$ . Da die Einsenkung in der Entfernung  $\frac{2\pi}{4\alpha}$  von  $Q$

beträgt:  $y_c = P \left\{ 0,208 + 0 - \frac{0,208}{0,0432} \right\} = 0$ , so hat die Verformungslinie  $\overline{BCD}$  des vorliegenden wirklichen Belastungsfalles die Gestalt einer Einflußlinie für Querkräfte. Die neue Momentenlinie muß dann der zweiten Differentialkurve der Querkraftlinie entsprechen, also die Gestalt der Einflußlinie der Neigungen besitzen. Das größte Biegemoment besteht in  $M \left( \frac{\pi}{4\alpha} \text{ von } Q \text{ entfernt} \right)$  und beträgt

$$M_M = M_0 \left( 0 - \frac{0,208}{0,3224} - \frac{0,134}{0,208} \right) = -M_0 \cdot 2 \cdot 0,6445 = -1,289 M_0$$

ist also um 30% größer als beim unbegrenzten Balken und negativ.

2. Der Balken ist beiderseits begrenzt und spiegelgleich belastet (Querschwelle).

Als Beispiel sei die Holzschwelle der Österr. B. B. gewählt, die im Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1929, S. 89 angeführt ist (Abb. 7).

Ausmaße:

16.26.260 cm,  $W = 1100 \text{ cm}^3$ ,  $E = 120000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $J \cong 8000 \text{ cm}^4$ ,  $EJ = 1.10^9 \text{ kg/cm}^2$ , Schwellenabstand  $a = 73 \text{ cm}$ . Unterlagsziffer  $\alpha$  der Schienen =  $0,0105 \text{ cm}^{-1}$ .

Laut Abb. 4 beträgt die virtuelle Last in  $Q \dots P_v = 1,16 \cdot 7500 = 8700 \text{ kg}$ .

Diese Last wird jedoch nicht nur von der unmittelbar in  $Q$  befindlichen Stelle, sondern zum Teil auch von ihren Nachbarn aufgenommen und zwar im Verhältnis der Ordinaten der Bodendruckeinflußlinie. Der Bodendruck  $p = k \cdot y = 4 \alpha^4 EJ_0 e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x)$  und  $p$  (für  $x=0$ , d. i. in  $Q$ ) =

$$= \frac{4 \alpha^4 EJ \cdot P}{8 \alpha^3 EJ} = \frac{\alpha}{2} P$$

Weil der Schwellenabstand  $a$  ist, so entfällt auf die Schwelle  $Q$  ein Bodendruck von

$$D = \frac{\alpha}{2} \cdot a \cdot P, \text{ z. B. } = \frac{1}{2} 73 \cdot 0,0105 \cdot 8700 = 3330 \text{ kg} \dots \text{ Gl. 10).$$

Auf diese Formel, die in zwangloser Weise den Schwellendruck darstellt, sei besonders hingewiesen.

Der Träger  $A_1 A_2$  ist in den Punkten  $Q_1$  und  $Q_2$  belastet. Zur Berechnung der Unterlagsziffer  $\alpha_H$  für die Holzschwelle allein rechnen wir roh angenähert

$$\alpha_H = \sqrt[3]{\frac{3330}{0,28} \cdot \frac{1}{8 \cdot 10^9}} = 0,0122 \text{ cm}^{-1}$$

Dieser Wert für  $\alpha_H$  ist etwas zu klein, oder für  $\frac{1}{\alpha_H}$  zu groß.

Da die Schwellenköpfe 55 cm vom Lastangriffspunkt entfernt sind, so stimmt dies annähernd mit dem Abstand  $\frac{\pi}{4\alpha} < 63 \text{ cm}$  überein. Man darf daher behaupten, daß auch schon im unbegrenzt gedachten Balken an den Stellen  $A_1$  und  $A_2$  kein

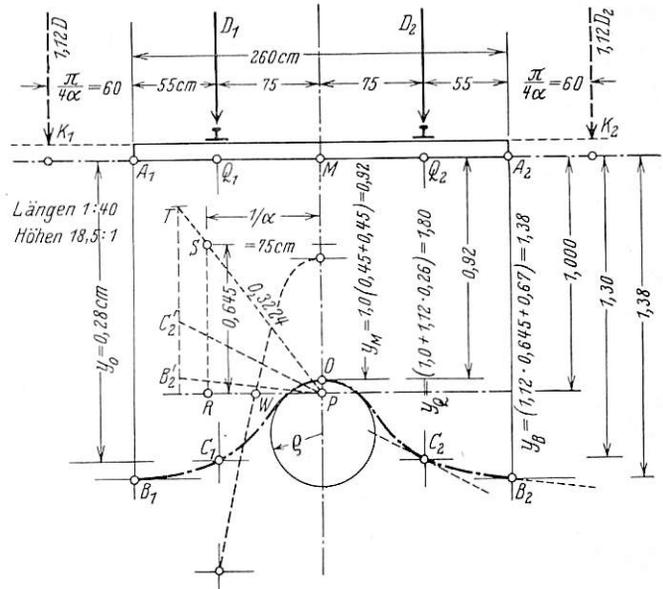


Abb. 7.

Biegemoment besteht. Es ist also nur noch eine Randbedingung, nämlich  $R_A^\infty = 0$  durch Anbringung von fiktiven Kräften zu erfüllen. Um in  $A_1$  für den gedachten Belastungsfall die Querkraft zu ermitteln, verwendet man, wie schon erwähnt, zweckmäßig die auf durchsichtigem Papier dargestellten Einflußlinien. Dabei muß der wirkliche Belastungsfall (Abb. 7) in einem solchen Maßstab gezeichnet sein, daß die Längen  $\frac{1}{\alpha}$

übereinstimmen. Durch Abgreifen erhält man für den gedachten Belastungsfall  $R_A = +0,18 D$ . Diese Querkraft wird durch eine links (Abstand  $\frac{\pi}{4\alpha} = 60 \text{ cm}$ ) wirkende Ersatzkraft

$K_1 = 2 \frac{0,18}{0,3224} D_1 = 1,12 \cdot D_1$  aufgehoben. Der Druck  $D_2$  hat sehr wenig Einfluß auf  $A_1$ . Der gedachte Träger wird von vier Lasten  $K_1, D_1, D_2$  und  $K_2$  beansprucht. Alle diese vier Lasten zusammen erzeugen die in  $Q$  gemessene Einsenkung z. B.  $y_Q = 0,28 \text{ cm}$ . Sie kommt also so zustande, als wenn folgende Einflüsse wirkten

$$D (1,00 \cdot 1,00 + 1,12 \cdot 0,26 + 1,00 \cdot 0,09 - 0,04 \cdot 1,12) = 1,30 D$$

Für die Berechnung von  $\alpha_H$  ist also mit der Last  $1,30 D = 1,30 \cdot 3330 \text{ kg}$  zu rechnen. Das richtige  $\alpha_H$  ergibt sich mit

$$\alpha_H = \sqrt[3]{1,30 \cdot 0,0122} = 0,0134 \text{ cm}^{-1} \frac{1}{\alpha} = 75 \text{ und } \frac{\pi}{4 \alpha} = 60 \text{ cm.}$$

Und nun lassen sich die statischen Größen durch Abgreifen leicht ermitteln.

Einsenkungen:

$$\begin{aligned} y_Q &= 1,12 \cdot 0,26 + 1,00 \cdot 1,00 + 1,00 \cdot 0,09 - 1,12 \cdot 0,04 = 1,30 \\ y_B &= 1,12 \cdot 0,6448 + 1,00 \cdot 0,67 = 1,38 \\ y_M &= 1,00 \cdot 0,46 + 1,00 \cdot 0,46 = 0,92 \end{aligned}$$

Tangenten:

$$\begin{aligned} \tau_Q &= -1,12 \cdot 0,210 + 1,0 \cdot 0,110 = -0,125 \\ \tau_B &= -1,12 \cdot 0,3229 + 1,0 \cdot 0,320 = -0,03 \end{aligned}$$

Biegemomente:

$$\begin{aligned} M_M &= 2 (-1,12 \cdot 0,10 - 1,0 \cdot 0,12) = -0,46 \\ M_Q &= -1,12 \cdot 0,208 + 1,00 \cdot 1,00 - 1,00 \cdot 0,16 = +0,61 \end{aligned}$$

Konstruiert man für den Abschnitt  $Q_1 Q_2$  die Momentenparabel, so erhält man die Abszisse für den Wendepunkt, d. h. die Stelle wo  $M=0$ , also wo die Tangente am steilsten ist. Für diese Richtung ergibt sich

$$\tau_{\max} = -1,12 \cdot 0,15 - 1,00 \cdot 0,210 + 1,00 \cdot 0,17 = -0,208.$$

Als Biegemoment erhält man

$$M_M = -\frac{3300}{4 \alpha_H} \cdot 0,46 = 29700 \text{ kg cm, } M_Q = 39400 \text{ kg cm.}$$

Die Spannungen sind:

$$\sigma_M = -\frac{29700}{1100} = 27 \text{ kg/cm}^2, \sigma_Q = \frac{39400}{1100} = 36 \text{ kg/cm}^2.$$

Der Krümmungsradius in 0 rechnet sich mit

$$R = \frac{E J}{M_M} = 33700 \text{ cm.}$$

Wegen des Maßstabes 1:40, 18,5:1 erscheint der Krümmungskreis als Ellipse mit den Achsen

$$a = \frac{33700}{40} \text{ und } b = 33700 \cdot 18,5 \text{ cm.}$$

Die Krümmung dieser Ellipse in der Zeichnung also in 0 beträgt  $\rho = \frac{a^2}{b} = 1,1 \text{ cm}$  und damit kann man maßstabgerecht den Krümmungskreis an die Verformungslinie des wirklichen Belastungsfalles zeichnen.

### B. Verformung und Spannungen durch bewegte Lasten. (Schwingungen im Oberbau.)

#### I. Das einfache Schwingungssystem (Abb. 8).

Lenkt man beim einfachsten Schwingungsgebilde, bestehend aus einer Masse  $m$  und einer Feder mit der Konstanten  $c$ , die Masse aus (Abb. 8), so ist dies gleichbedeutend mit Zuführung einer Energiemenge, nennen wir sie  $A_0$ . Überläßt man dann das Gebilde sich selbst, so entstehen Schwingungen, aber an der Energiemenge  $A_0$  ändert sich nichts. Sieht man vorläufig von Widerständen ab, so erscheint diese Energiemenge in zwei Formen 1. Federnenergie (Verformungsarbeit oder Potentielle Energie)  $A_p = \frac{1}{2} c \cdot y^2$  und 2. Massen- (Kinetische) Energie  $A_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{dy}{dt}\right)^2$ . Jede der Teilenergie ändert sich im Verlauf des Vorgangs, aber immer bleibt die Summe  $\frac{1}{2} m \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2} c y^2 = A_0$  konstant.

Differenziert man nach der Zeit, so erhält man

$$m \frac{dy}{dt} \frac{d^2 y}{dt^2} + c y \frac{dy}{dt} = 0 \text{ oder } m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \cdot y = 0 \dots \text{ Gl. 11).}$$

Dies ist die Kraftgleichung, welche besagt, daß sich Massenkraft und Federnkraft das Gleichgewicht halten. Für die Masse 1 gilt die Normalform dieser Kraftgleichung

$$\ddot{y} + \frac{c}{m} y = 0 \dots \dots \dots \text{ Gl. 11a).}$$

Der Beiwert  $\frac{c}{m}$  vom nullten Differentialquotient, der naturgemäß auch ein Festwert ist, soll mit  $\beta^2$  bezeichnet werden.

Aus der so umgeformten Differentialgleichung  $\frac{d^2 y}{dt^2} + \beta^2 y = 0$  folgt die Schwingungsgleichung (Integral)

$$y = A \cos \beta t + B \sin \beta t \dots \dots \text{ Gl. 12).}$$

Die Richtigkeit ist damit bestätigt, daß man nach zweimaliger Differentiation wieder zur Kraftgleichung kommt. Das Argument  $\beta t$  ist ein Winkelweg, daher stellt  $\beta$  ebenso wie  $v$  in  $s = v \cdot t$  eine Art Geschwindigkeit dar.

Dr. Lehr (Schwingungstechnik, Berlin 1929) nennt  $\beta$  die Schwingschnelle der Eigenbewegung, und zwar Eigenbewegung, weil das Gebilde nur von inneren Kräften, Federkraft und Massenkraft, beherrscht wird. Denkt man sich in St einen Stift befestigt, so beschreibt er während der Schwingung auf einem gleichmäßig vorbeierollenden Papierstreifen eine Sinuslinie. Wenn das Argument  $\beta t$  um  $2\pi$  oder ein ganzes Vielfaches davon vermehrt wird, wiederholt sich

die Auslenkung  $y$  in der gleichen Größe. Das Intervall  $t = \frac{2\pi}{\beta} = T$  heißt Periode der Schwingung. Der Kehrwert  $\frac{1}{T} = \frac{\beta}{2\pi} = \nu$

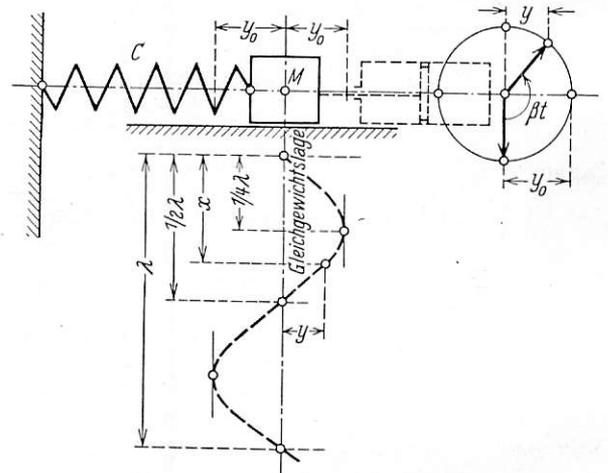


Abb. 8.

die (Sekunden-)Frequenz und wegen Vorhandenseins bloß innerer Kräfte heißt  $\nu$  auch die Eigenfrequenz. Die Eigenschnelle  $\beta$  ist das  $2\pi$ -fache derselben und heißt auch Kreisfrequenz der Eigenbewegung. Besonders festzuhalten ist

$$\nu = \frac{\beta}{2\pi} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}, \text{ und } \beta = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

Will man den Widerstand  $W$  bei der Schwingung berücksichtigen, so ist zu beachten, daß er im wesentlichen der Geschwindigkeit proportional ist, nämlich  $W = b \frac{dy}{dt}$ . Führt

man nach Dr. Lehr die Dämpfungsziffer  $D = \frac{b}{2m\beta}$  ein, so gilt  $W = 2m\beta D \frac{dy}{dt}$  und pro Masseneinheit  $\frac{W}{m} = 2\beta D \frac{dy}{dt}$ .

In die Kraftgleichung eingefügt, ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\beta D \frac{dy}{dt} + \beta^2 y = 0 \dots \dots \text{ Gl. 13)}$$

und das Integral hiervon, also die Schwingungsgleichung lautet dann

$$y = e^{-\beta D t} \{ A \cos(\beta \cdot t \sqrt{1-D^2}) + B \sin(\beta \cdot t \sqrt{1-D^2}) \} \dots \text{ Gl. 14).}$$

Wenn  $\beta t \sqrt{1-D^2} = 2\pi \cdot n$ , kehrt die trigonometrische Funktion

in gleicher Größe und mit gleichem Vorzeichen wieder. Die Periode ist  $T_D = \frac{2\pi}{\beta\sqrt{1-D^2}} = T \frac{1}{\sqrt{1-D^2}}$ . Zwei im Intervall einer Periode aufeinanderfolgende Ausschläge haben das Verhältnis

$$\frac{y_n}{y_{n+1}} = \frac{e^{-\beta D t}}{e^{-\beta D (t+T_D)}} = e^{\beta D T_D}.$$

Dieses Verhältnis ist ein Festwert und dessen natürlicher Logarithmus heißt das logarithmische Dekrement einer ganzen Schwingung.

$$\log_n e^{\beta D T_D} = \frac{\beta D \cdot 2\pi}{\beta\sqrt{1-D^2}} = \frac{2\pi D}{\sqrt{1-D^2}} = \Delta \dots \text{Gl 15)}.$$

Im Oberbau treten die Schwingungen nur gedämpft auf. Wahrscheinlich dürfte das Dämpfungsmaß etwa die Größe  $D \cong 0,5$  haben. Die Anzahl  $x$  der Schwingungen bis zum Abklingen derselben läßt sich etwa folgendermaßen berechnen. Nach je einer Periode beträgt die Abnahme  $e^{-\beta D T} = e^{-\Delta}$ ;

wenn man also das Abklingen auf  $\frac{1}{10^n}$  berechnen will, hat man die Gleichung zu lösen  $(e^{-\Delta})^x = \frac{1}{10^n}$  oder Anzahl der

Schwingungen  $x = \frac{n}{\log e} \cdot \frac{1}{\Delta}$ . Aus der nachfolgenden Tabelle 1 ist das Abklingen bei den verschiedenen Dämpfungsziffern zu entnehmen.

Man erkennt, daß beim Dämpfungsmaß  $D = 0,4$  bis  $0,5$  schon nach kaum einer einzigen Periode ein nahezu vollständiges Abklingen erfolgt. Die Eigenschwingungen des Oberbaues verschwinden, wie wir sehen werden, schon etwa  $\frac{1}{100}$  Sek. nach der Erregung.

II. Die Eigenfrequenz am Oberbau (Abb. 9).

Wie eingangs erwähnt, ist der Oberbau ein kompliziertes Schwingungssystem. Der Wirkungsbereich einer an der Stelle Q angreifenden Kraft P erstreckt sich beiderseits auf die Länge  $\frac{\pi}{\alpha}$ , also zusammen auf  $l = \frac{2\pi}{\alpha}$ . Lenkt man das System in Q

aus, so bleiben die Endpunkte A und B des Bereiches  $l = \frac{2\pi}{\alpha}$

und alles was außerhalb liegt, vollständig in Ruhe und wenn man dann das System sich selbst überläßt, schwingen nur die Massenteile innerhalb des Wirkungsbereiches. Die Stellen A und B verhalten sich so wie die Endpunkte eines frei aufliegenden Trägers. Während der ganzen Bewegung bleiben dort Biegemoment und Formänderung null. An jeder Stelle (Achsursprung in A angenommen) muß die vertikale Rückstellkraft (identisch mit der Querkraft) der Massenkraft das Gleichgewicht halten, also  $dR = dm \cdot \frac{d^2 y}{dt^2}$  oder weil  $dm = \mu \cdot dx$  ( $\mu$  Masse je Längeneinheit) und weil

$$\frac{dR}{dx} = \frac{d^2 M}{dx^2} = -EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}$$

gelangt man zur partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{M}{EJ} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \dots \dots \text{Gl. 16)}.$$

Wegen des zweiten Gliedes ergibt sich

$$y = U \cdot \{ A \cos \beta t + B \sin \beta t \}, \text{ wobei } U = f(x) \text{ anzunehmen ist.}$$

Durch die Setzung  $n^4 = \frac{\mu}{EJ} \beta^2$  kann man die Gl. 16, umformen in

$$\frac{d^4 U}{dx^4} - n^4 U = 0 \dots \dots \text{Gl. 16a)}.$$

Ihre Lösung lautet

$$U = C_1 \cos nx + C_2 \sin nx + C_3 \cos hnx + C_4 \sin hnx.$$

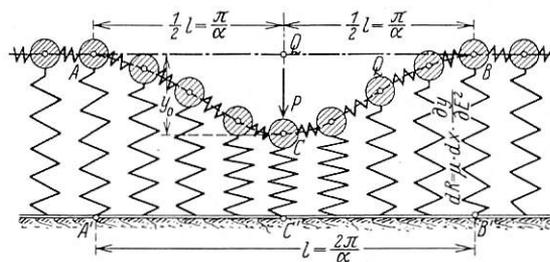


Abb. 9.

Aus den Randbedingungen

$$U_{(x=0, l=0)} = 0 \text{ und } \frac{d^2 U}{dx^2} (x=0, x=l) = 0$$

ergeben sich  $U = C \sin nx$  und  $\sin(n \cdot l) = 0$ . Diese Periodengleichung hat unendlich viele Lösungen und zwar

$$n = \frac{i\pi}{l} (i = 0, 1, 2 \dots),$$

so daß schließlich die Schwingungsgleichung erhalten wird

$$y = \sum_{i=1, \dots}^{\infty} \left\{ (A_i \cos \beta_i t + B_i \sin \beta_i t) \sin \frac{i\pi}{l} x \right\} \dots \text{Gl. 17)},$$

wobei wegen der obengenannten Setzung  $\beta_i = \frac{i^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}$ . Die

Aufgabe wäre gelöst, wenn wirklich ein frei aufliegender Träger vorläge. Das ist nicht der Fall, weil auch zwischen A und B Auflagerung besteht. Demnach ist auch die Eigenschnelle  $\beta_i$  der Schwingungsordnung  $i$  nicht richtig. Wie  $\beta_i$  in der Zeitfunktion

$$q_i = A_i \cos \beta_i t + B_i \sin \beta_i t \dots \dots \text{Gl. 18)}$$

beschaffen ist (die Zeitfunktion  $q$  repräsentiert gewissermaßen die Amplitude der Sinuslinie von der Ordnung  $i$ ) dies können wir in Anlehnung an Dr. Timoshenko (Schwingungsprobleme der Technik) wie beim einfachen Schwingungsgebilde aus der Beziehung herausfinden, daß die zugeführte Energie  $A_0$  in jedem Augenblick gleichkommen muß der Summe der potentiellen Energie  $A_p$  und der kinetischen Energie  $A_k$ . Da die Verformungsenergie  $A_p$  aber sowohl von dem biegesteifen Teil des Systems (als  $A_p^T$ ) als auch von der Bettung (als  $A_p^B$ ) aufgenommen wird, lautet die Arbeitsgleichung

$$A_p^T + A_p^B + A_k = A_0 \dots \dots \text{Gl. 19)}.$$

Die Grundlage für die Errechnung dieser mit der Zeit ver-

Tabelle 1.

	D=0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
1: $\Delta$ . . . . .	$\infty$	1,59	0,775	0,505	0,364	0,275	0,211	0,1625	0,119	0,077	0,0
$e^{-\beta D T_D} = e^{-\Delta}$ . . . . .	1,00	0,533	0,274	0,138	0,064	0,026	0,008	0,002	0,0002	0,00002	0,0
Abklingen auf $\frac{1}{10} \dots x =$ . . . . .	$\infty$	3,61	1,78	1,16	0,84	0,63	0,49	0,33	0,26	0,18	0,0
$\frac{1}{100} \dots x =$ . . . . .	$\infty$	7,32	3,56	2,33	1,68	1,26	0,97	0,66	0,52	0,36	0,0

änderlichen Teilenergien bilden die umgestaltete Gl. 17), d. i. die Gl. 17a)

$$y = \sum_1^{\infty} q_i \sin \frac{i\pi}{l} x \text{ und } p = k \cdot y = 4 \alpha^4 E J \cdot y.$$

Die Gl. 17a) gilt ja unter allen Umständen, wie auch der Träger gelagert sein möge, denn immer wird sich die augenblickliche elastische Linie durch eine Reihe von Sinuslinien ersetzen lassen, siehe Abb. 2, nur werden die Amplituden  $q_i$  der Arbeitsgleichung 19) genügen müssen. Die Teilenergien rechnen sich wie folgt:

$$A_p^T = \frac{1}{2} E J \int_0^l \left( \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 dx, \quad A_p^B = \frac{1}{2} 4 \alpha^4 E J \int_0^l y^2 dx,$$

$$A_k = \frac{1}{2} \mu \int_0^l \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx.$$

Die Ausführung der Integrale führt zur Gleichung

$$\frac{\pi^4 E J}{4 l^3} \sum_1^{\infty} i^4 q_i^2 + \alpha^4 l E J \sum_1^{\infty} q_i^2 + \frac{\mu l}{2} \sum_1^{\infty} \dot{q}_i^2 = A_0 \dots \text{Gl. 19a)}$$

Diese gilt aber auch für jede einzelne der unendlich vielen voneinander unabhängigen Schwingungsordnungen, daher besteht auch die Gleichung

$$\frac{\mu l}{4} \dot{q}_i^2 + \left\{ \frac{\pi^4 i^4 E J}{4 l^3} + \alpha^4 l E J \right\} q_i^2 = A_0^i \dots \text{Gl. 19b)}$$

Differenziert man diesen Ausdruck nach der Zeit, kürzt durch die Geschwindigkeit, so erhält man analog wie beim einfachen Schwingungsgebilde die Kraftgleichung

$$\frac{\mu l}{2} \ddot{q}_i + \frac{E J}{\mu} \cdot \left\{ \frac{\pi^4 i^4}{l^4} + 4 \alpha^4 \right\} q_i = 0 \dots \text{Gl. 20)}$$

bzw. die Normalform derselben

$$\ddot{q}_i + \frac{E J}{\mu} \left( \frac{\pi^4 i^4}{l^4} + 4 \alpha^4 \right) q_i = 0 \dots \text{Gl. 20a)}$$

Der Beiwert beim nullten Differentialquotienten muß das Quadrat der Eigenschnelle sein, also

$$\beta_i^2 = \left( \frac{\pi^4 i^4}{l^4} + 4 \alpha^4 \right) \frac{E J}{\mu} \dots \text{Gl. 21)}$$

Für  $i=1$  und  $l=\infty$  erhält man die Kreisfrequenz für die Grundschiwingung der Eigenbewegung, nämlich

$$\beta_{1(i=\infty)} = 2 \alpha^2 \sqrt{\frac{E J}{\mu}} \dots \text{Gl. 22)}$$

Unter Annahme des beschränkten Geltungsbereiches rechnet sich

$$\beta_i^2 \left( i = \frac{2\pi}{a} \right) = \frac{i^4 + 64}{16} \alpha^4 \frac{E J}{\mu} \dots \text{Gl. 21a)}$$

und  $\beta_1 \left( i = \frac{2\pi}{a} \right) = 2,016 \alpha^2 \sqrt{\frac{E J}{\mu}}$ . Dies ist nur wenig abweichend vom genauen Wert. Um die höheren Ordnungen zu erhalten, hat man das Verhältnis auszurechnen

$$\beta_k^2 (k=1,3,\dots) = \frac{\beta_1^2}{\beta_1^2} = \frac{i^4 + 64}{65} \text{ für } i=1,3 \dots \text{Gl. 23)}$$

(die geraden Ordnungsnummern fallen aus der Rechnung aus).

Vergleicht man mit Gl. 7), ist zu erkennen, daß  $\beta_k^2$  übereinstimmt mit  $\frac{1}{a_k}$ , also  $a_k = \frac{1}{\beta_k^2}$ .

Aus der Verhältniszahl  $\beta_k$  kann man erkennen, daß die aufeinanderfolgenden Ordnungen der Eigenfrequenzen ansteigen wie folgt:  $\beta_1:\beta_3:\beta_5:\dots = 1:1,50:3,26:6,12:10,1:\dots$ . In dem wiederholt angeführten Zahlenbeispiel (Org. Fortsch. Eisenbahnwes. 1929) kann man errechnen für

$$\beta_1 = 2 \alpha^2 \sqrt{\frac{E J}{\mu}} \cong 400$$

und demgemäß für  $\nu_1 = \frac{400}{2\pi} = 64$  bzw. für  $T_1 = \frac{2\pi}{400} = 0,16$  Sek.

Die aufeinanderfolgenden Ordnungen haben folgende Werte

i =	1	3	5	7	9	11	13	15
Frequenz $\nu$ . .	64	100	217	408	670	1000	Hertz	
Periode T . .	0,016	0,01	0,005	0,0025	0,0015	0,001	Sekunden	

Maßgebend ist die Ordnung  $i=3$  und es sei auf die große Häufigkeit der Oberbau-Eigenschwingungen schon jetzt hingewiesen ( $\nu_3 = 100$ ).

### III. Die Ausschläge der Eigenschwingungen (Abb. 10).

Mit den Frequenzen, die dargestellt sind durch die Beziehungen  $\beta_i = \beta_k \cdot \beta_1 = \beta_k \cdot 2 \alpha^2 \sqrt{\frac{E J}{\mu}}$  und welche Festwerte des Schwingungssystems bilden, ist der Vorgang noch nicht beschrieben. Es sind noch die Ausschläge zu bestimmen.

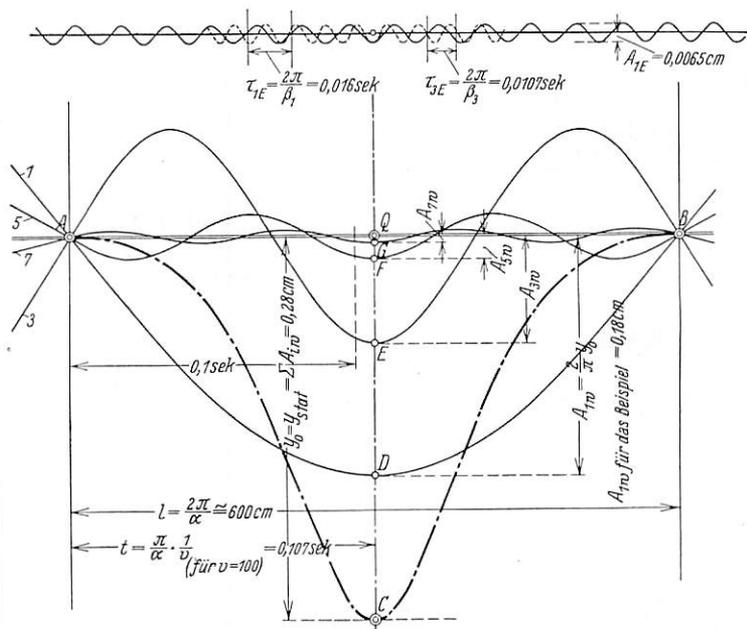


Abb. 10.

Diese stehen aber im Gegensatz zu den Frequenzen in Abhängigkeit von der Belastungsgröße und von der Belastungsgeschwindigkeit. Eine an den beliebig herausgefaßten Querschnitt Q (Abb. 10) heranrollende Einzellast P wirkt irgendwie im Sinne der Q zugehörigen Einflußlinie für die Verformung ACB.

Der Einfluß der heranrollenden Last auf Q schwillt also an und klingt ab während des Intervalles  $T_w = \frac{l}{v}$ , das

die Last zum Durchlaufen des Geltungsbereiches  $l = \frac{2\pi}{\alpha}$

braucht. Anstatt der mit der Fahrgeschwindigkeit V rollenden konstanten Last P kann man sich während der Durchlaufzeit  $T_w$  eine ihre Intensität im Sinne der elastischen Linie sich ändernde also pulsierende ortsfeste Last denken. Nun läßt sich die Verformungslinie im Sinne der Gl. 5) in Sinuslinien zerlegen und die ortsfest gedachte Last schwankt also gleichzeitig im Sinne aller unendlich vielen Sinuslinien. Jede von ihnen hat nach Gl. 7) die Form

$$(-1)^{\frac{1}{2}(i-1)} \cdot \frac{2}{\pi} \frac{64}{i^4 + 65} \cdot \sin \frac{i\alpha}{2} x$$

oder unter Beachtung der Gl. 23) und der Beziehung  $x = v \cdot t$  die Form

$$(-1)^{\frac{1}{2}(i-1)} \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{\beta_k^2} \sin \frac{i \alpha v}{2} \cdot t = a_i \sin \frac{i \alpha v}{2} \cdot t.$$

Die Faktorengruppe  $\frac{i \alpha v}{2} = \underline{w}_i$  bedeutet im Winkel  $w_i t$  nichts anderes als eine Kreisfrequenz, ähnlich wie es bei  $\beta_i$  im Winkel  $\beta_i t$  der Fall ist. Sie ist die Kreisfrequenz der erzwungenen Bewegung.

Die gedachte ortsfeste Last P und damit auch die Stelle Q schwanken also gleichzeitig wie die Sinuslinien  $\sin w_i t$ . Demnach handelt es sich um die von der wirklichen, konstanten rollenden Last P oder von der gedachten ortsfesten Last aufgezogene Bewegung des Querschnittes Q. Für die freien Eigenschwingungen des Oberbaues, also jene, wo keine äußere Last die Bewegung dauernd stört, wurde die Kraftgleichung 20)

$$\text{aufgestellt, nämlich } \frac{\mu \pi}{\alpha} \ddot{q}_i + \frac{\mu \pi}{\alpha} \beta_i^2 q_i = 0. \text{ Der Einfluß der}$$

rollenden Last drückt sich durch den Entfall der Homogenität der Differentialgleichung aus, oder dadurch, daß anstatt der Null rechts die Größe der pulsierenden Kraft zu setzen ist. Demnach geht 20a) über in

$$\ddot{q}_i + \beta_i^2 q_i = \frac{\alpha}{\pi \mu} \cdot P \cdot \sin w_i t \dots \dots \text{ Gl. 24),}$$

welche Gleichung auf die Masseneinheit bezogen ist und für den Typus i gilt. Durch Integration erhält man die Amplitude  $q_i$  der Schwingungsgleichung 17a)

$$q_i = \frac{\alpha \cdot P}{\pi \mu \beta_i} \frac{\beta_i \sin w_i t - w_i \sin \beta_i t}{\beta_i^2 - w_i^2} = q_i^w - q_i^E.$$

Der eine Teil  $q_i^E$  der Amplitude rührt von der freien, der andere  $q_i^w$  von der erzwungenen Bewegung her. Ihr Verhältnis  $\frac{q_i^E}{q_i^w} = z_i = \frac{w_i}{\beta_i}$  ist also verkehrt proportional den bezüglichen Frequenzen. Beachtet man, daß

$$z_i^2 = \frac{w_i^2}{\beta_i^2} = \frac{i^2 \alpha^2 v^2}{4 \beta_k^2 \beta_i^2} = \frac{i^2}{\beta_k^2} z_1^2 = z_k^2 z_1^2, \text{ ferner daß } 1 = \frac{2 \pi}{\alpha}$$

$P = 8 \alpha^3 E J \cdot y_0$ , so erhält man aus 17a) die Schwingungsgleichung für den Oberbau

$$y_{dyn} = \frac{2}{\pi} \cdot y_0 \sum_{1,3,\dots} \left\{ \frac{1}{\beta_k^2} \frac{1}{1 - z_1^2 z_k^2} \sin \frac{i \alpha}{2} x \cdot [\sin w_i t - \sin \beta_i t] \right\} \dots \text{ Gl. 25)}$$

$$\text{Aus } z_k^2 = \frac{i^2}{\beta_k^2} \text{ folgt } z_{k(i=1,3,\dots)} = 1, 2,02, 1,53, 1,14, 0,90 \dots$$

Am größten ist  $z_k$  für den Schwingungstypus  $i=3$ . Der Nenner  $1 - z_1^2 z_k^2$  weicht auch bei den üblichen Höchstgeschwindigkeiten nicht viel von Eins ab und beträgt z. B. auf der wiederholt erwähnten Versuchsstrecke (Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1929, S. 89) bei  $v = 100 \text{ kmst}^{-1} = 2780 \text{ cm sec}^{-1}$  wegen

$$z_i = z_k z_1 = z_k \frac{\alpha}{2 \beta_1} v = 2,02 \frac{0,0105 \cdot x \cdot 2780}{2 \cdot 400} = 2,02 \cdot 0,037 \dots \dots \frac{1}{1 - z_1^2 z_k^2} = 1,0064.$$

Größtwerte für  $y_{dyn}$  ergeben sich bei  $x = \frac{\pi}{\alpha}$  und  $t = \frac{1}{2v} = \frac{\pi}{\alpha v}$  ferner für  $\sin \beta t = \pm 1$ . Die Gl. 25) geht über in

$$\max y_{dyn} = \frac{2}{\pi} y_0 \sum_{1,3,\dots} \frac{1}{\beta_k^2} (1 \pm z_k z_1) = \frac{2}{\pi} y_{stat} \sum_{1,3,\dots} a_i (1 \pm z_k z_1).$$

Wenn  $v=0$  ist, dann wird auch  $z_1 = \frac{\alpha}{2 \beta_1} v = 0$  und man erhält die bloß statische Veränderung

$$y_{stat} = \frac{2}{\pi} y_{stat} \sum \frac{1}{\beta_k^2} \dots \dots \left[ \text{d. h. } \frac{2}{\pi} \sum \frac{1}{\beta_k^2} = 1 \right].$$

Offensichtlich ist die dynamische Veränderung gleich der

statischen vermehrt um die durch die Eigenschwingung erzeugte, also

$$\max y_{dyn} = \frac{2}{\pi} y_0 \sum \frac{1}{\beta_k^2} \pm z_1 \frac{2}{\pi} y_0 \sum \frac{z_k}{\beta_k^2} \dots \text{ Gl. 25b).}$$

Das Sinusprodukt im ersten Glied der Gl. 25) muß positiv sein, denn

$$\sin \frac{i \alpha \pi}{2} \cdot \sin \frac{i \alpha v}{2} \cdot \frac{\pi}{\alpha v} = \left( \sin \frac{i \pi}{2} \right)^2 = +1.$$

Genau genommen sollte jedes Glied der Summen mit dem Vergrößerungsfaktor  $\frac{1}{1 - z_k^2 z_1^2}$  multipliziert werden. Legt

man ihm den größten Wert  $\frac{1}{1 - 4 z_1^2}$  zugrunde, so darf man ihn herausheben. Seine Bedeutung kommt allerdings erst bei sehr hohen Geschwindigkeiten ein wenig zur Auswirkung (Abb. 6). Man darf also, weil  $z_i \ll 1$ , im Oberbau die statische Bewegung der erzwungenen gleichsetzen. Die einzelnen Glieder der ersten Teilsumme von 25 b) werden von  $\frac{1}{\beta_k^2}$  beherrscht und demnach verhalten sie sich wie 1:0,448:0,094:0,027:0,01... und die Grundschiwingung der erzwungenen Bewegung hat die Amplitude

$$A_{1w} = \frac{2}{\pi} y_0 = \frac{1}{4 \pi \alpha^3 E J} \cdot P.$$

Sie ist also von der Lastgröße P abhängig. Die Amplitude der freien Grundschiwingung

$$A_{1E} = z_1 A_{1w} = \frac{1}{8 \pi \alpha^2 \beta_1 E J} \cdot P \cdot v \dots \text{ Gl. 26).}$$

Diese ist also von Lastgröße und Lastgeschwindigkeit abhängig. Die höheren Ordnungen werden beherrscht von  $\frac{z_k}{\beta_k^2} = \sqrt{\frac{65^3 i^2}{(i^4 + 64)^3}}$ , wobei  $i = 1, 3, \dots$  also von 1; 0,950; 0,144; 0,030; 0,009... Für die Versuchsstrecke (Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1929) rechnet sich bei  $v = 100 \text{ km/h}^{-1}$  die Amplitude der freien Grundschiwingung mit

$$A_{1E} = 0,037 \cdot \frac{2}{\pi} \cdot 0,28 = 0,007 \text{ cm,}$$

fast ebenso groß ist auch die Amplitude von der Schwingungsordnung  $i=3$ , d. h. daß bei  $v = 100$  der Oberbau außer der statischen Vertikalbewegung noch etwa hundertmal je Sekunde um annähernd  $\frac{1}{10}$  mm in bezug auf die statische Lage vibriert. Durch Interferenz der ersten und dritten Ordnung kann überdies aber mit einer längeren Periode eine Verdoppelung, nämlich 0,013 cm eintreten. Die bisherigen Formeln gelten eigentlich nur für eine einzelne allein rollende Last, also für einen unmöglichen Fall, d. h. für den Lastabstand  $a = \infty$ . Da die Eigenschwingungen schon nach annähernd  $\frac{1}{100}$  Sek. abklingen, d. h. z. B. nach einem Rollweg von  $s = v \cdot t = 2780 \cdot \frac{1}{100} = 28 \text{ cm}$ , darf der Lastabstand bis auf

die Größe des Wirkungsbereiches  $a = l = \frac{2 \pi}{\alpha}$  eingeschränkt werden. Wenn sich aber mehrere Lasten in diesem Bereich befinden, d. h. wenn  $a < \frac{2 \pi}{\alpha}$  (das Minimum ist ja etwa

$$\frac{\pi}{2 \alpha} = 1500 \text{ cm}) \text{ wird das Verhältnis } \frac{q_E}{q_w} = \frac{A_{1E}}{A_{1w}} \text{ wohl auch sein}$$

$z_i = \frac{w_i}{\beta_i}$  weil dieser Quotient nur von der Geschwindigkeit und nicht von der Lastverteilung abhängig ist.

Die Größen der Amplituden werden vom früheren Fall abweichen, weil sich im anderen die Vertikalbewegungen gegen-

seitig behindern. Die Schwingungen einzelner Ordnungen aber können sich unter Umständen verstärken, so daß die Amplituden dieser Ordnungen etwa das Zweifache der früher genannten Größe, also etwa 0,013 cm erreichen können. Jedenfalls bleibt die Behauptung, daß die Eigenschwingungen höchstens kaum mehr als  $\frac{1}{10}$  mm erreichen, aufrecht.

$$M_{dyn} = \frac{2 \alpha^2 y_0 E J}{4 \pi} \sum_{1,3} \left\{ \frac{i^2}{\beta_k^2} \frac{1}{1 - z_k^2 z_1^2} \sin \frac{i \alpha}{2} x \cdot [\sin w_1 t - z_1 z_k \sin \beta_1 t] \right\} \dots \dots \dots \text{Gl. 27)}$$

Beachtet man, daß [laut Gl. 2)] im Lastangriffspunkt Q das statische Moment  $M_{st} = + 2 \alpha^2 y_0 E J = \frac{1}{4 \alpha} P$  weiter  $\frac{i^2}{\beta_k^2} = a_1 i^2 = z_k^2 = \frac{65 i^2}{i^4 + 64}$  und macht man dieselben Erwägungen wie bei den Formänderungen, so ergibt sich, daß das dynamische Biegemoment gleichkommt dem Moment für statische Belastung vermehrt um das, das durch die Eigenschwingungen hervorgerufen wird.

$$M_{dyn} = \frac{M_{st}}{4 \pi} \sum_{1,3} z_k^2 \pm z_1 \frac{M_{st}}{4 \pi} \sum_{1,3} z_k^3 = M_{st} \left( 1 \pm \frac{z_1}{4 \pi} \sum z_k^3 \right) \dots \dots \dots \text{27a)}$$

Die Glieder der ersten Teilsumme werden beherrscht von  $z_k^2 (1, 3, \dots) = 1; 4,040; 2,350; 1,290; 0,800 \dots$  die Glieder der zweiten, die sich auf die Eigenschwingung beziehen, verändern sich mit dem Faktor  $z_k^3 = 1; 8,015; 3,590; 1,470; 0,720 \dots$  Hierbei ist  $\sum_{1,3} z_k^2 = 12,50; \max \sum_{1,3} z_k^3 \cong 17$ . Sowohl bei den erzwungen als auch bei den freien Schwingungen zeigt sich, daß die Grundschwingung nur eine untergeordnete Rolle spielt und daß die maßgebende und überwiegende Bedeutung der Ordnung  $i = 3$  zufällt. In der Abb. 11 ist zu erkennen, wie sich die Einflußlinie der Biegemomente analog der Formveränderungen in Sinuslinien zerlegen läßt. Ihre Amplituden sind durch die Formel

$$M_{iw} = \frac{z_k^2}{4 \pi} M_{stat} = \frac{z_k^2}{16 \pi \alpha} \cdot P \dots \dots \dots \text{Gl. 28)}$$

dargestellt. Die durch Eigenschwingungen hervorgerufenen Biegemomente erhält man durch Multiplikation mit  $z_1 = z_k z_1$  als

$$M_{iE} = \frac{z_k^3 z_1}{4 \pi} M_{st} = \frac{z_k^3}{32 \pi \beta_1} \cdot P v = \frac{P \cdot v}{32 \pi \beta_1} \sqrt{\left( \frac{65 i^2}{i^4 + 64} \right)^3} \dots \dots \dots \text{29)}$$

In der Abb. 11 sind die Schwankungen für die maßgebende Ordnung  $i = 3$  eingezeichnet. Sie rechnen sich für  $v = 100 \text{ kmst}^{-1}$  und  $P = 8000 \text{ kg}$ , bzw.  $M_{st} = \frac{P}{4 \alpha} = 192000 \text{ kg cm}$  mit

$$M_{3E} \cong \frac{1}{4 \pi \beta_1} P v = 4500 \text{ kg cm} = 0,024 M_{st}. \text{ Richtigerweise sollten analog wie bei den Formveränderungen die Amplituden noch mit dem Vergrößerungsfaktor } \frac{1}{1 - z_k^2 z_1^2} \cong \frac{1}{1 - 4 z_1^2} = \frac{1}{1 - \left( \frac{\alpha}{\beta_1} \right)^2 v^2} \text{ multipliziert werden, also in unserem Beispiel mit } \frac{1}{1 - \left( \frac{0,0105}{400} 2780 \right)^2} = 1,08.$$

Die Spannungen sind den Biegemomenten proportional, für sie gilt gleichfalls Abb. 11.

Aus der Abb. 12, auf der die Frequenzen der aufeinanderfolgenden Ordnungen der Eigenschwingungen dargestellt sind, ist zu entnehmen, daß bei der dritten Ordnung die Amplituden mit denen der anderen interferieren. Da die Summe aller Amplituden etwa zweimal so groß ist als die Ordnung  $i = 3$  allein, so ist diese Frequenz, wie schon früher angekündigt, die maßgebende. Infolge der Interferenz ist

IV. Die durch Schwingungen hervorgerufenen Biegemomente und Spannungen im Oberbau. Stoßziffer  $\varphi$ . (Abb. 11.)

Der zweite Differentialquotient der Formänderung nach  $x$  [Gl. 25)], multipliziert mit der Biegesteifigkeit  $E J$ , liefert das Biegemoment

$\max M_E \cong 2 M_{3E} = \frac{1}{2 \pi \beta_1} P v$ . Dies alles gilt streng genommen für den Lastabstand  $a = \infty$ , bzw.  $a \geq \frac{2 \pi}{\alpha}$ . Wenn aber der Lastabstand geringer ist, etwa  $a = \frac{\pi}{3 \alpha}$  ( $\cong 400 \text{ cm}$ ), dann summieren sich die Ausschläge in der Ordnung  $i = 3$ , dann kann

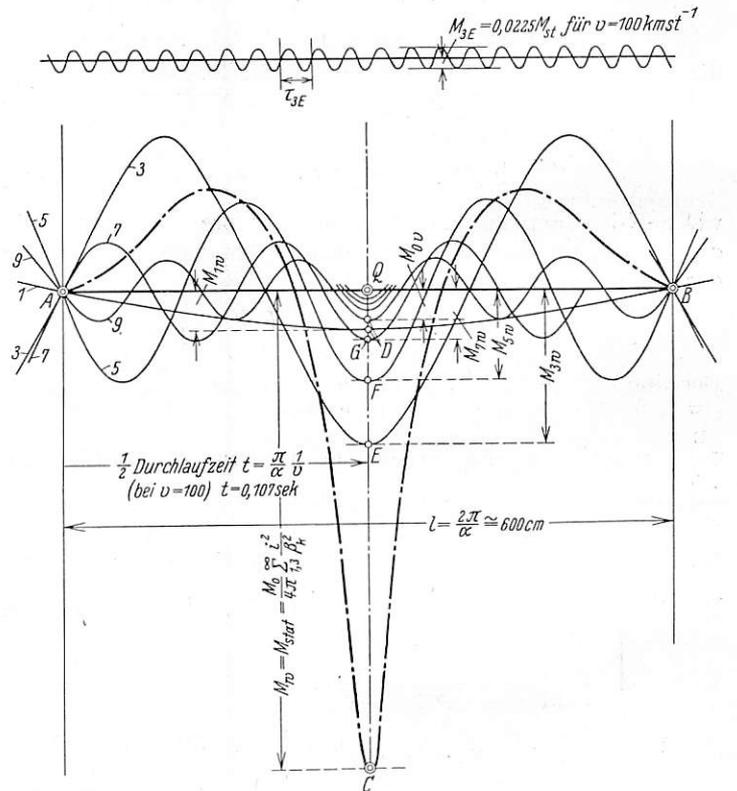


Abb. 11.

eine weitere Verdoppelung eintreten, also  $\max M_E \cong \frac{1}{\pi \beta_1} P v$ . In unserem Beispiel rechnet sich dann die Wechselspannung der Eigenschwingung mit

$$\sigma_E = \frac{1}{W} \cdot \frac{1}{\pi \beta_1} P v = 96 \text{ kg/cm}^2 \dots \dots \dots \text{Gl. 30)}$$

d. h. daß außer der statischen Spannung noch zweihundertmal je Sekunde eine Zusatzbeanspruchung (bei  $v = 100 \text{ km/h}^{-1}$ ) von rund  $100 \text{ kg cm}^{-2}$  durch die Eigenschwingungen auftritt.

Die Stoßziffer ist durch folgendes Verhältnis gegeben:

$$\varphi = \frac{M_{dyn}}{M_{stat}} = \varphi = \frac{M_{st} \pm \frac{1}{\pi \beta_1} P v}{M_{st}} = \frac{1}{4 \alpha} P \pm \frac{1}{\pi \beta_1} P v = 1 \pm \frac{4 \alpha}{\pi \beta_1} v;$$

genauer

$$\frac{1 \pm \frac{4 \alpha}{\pi \beta_1} v}{1 - \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^2 v^2} \dots \dots \dots \text{31)}$$

Es sei bemerkt, daß durch die Eigenschwingungen nicht nur eine Vermehrung, sondern auch eine Verminderung gegenüber der statischen Beanspruchung auftreten kann. Demgemäß erscheinen in der Abb. 6 für die Stoßziffer zwei Kurven, und es können alle Werte, die sich in der von ihnen begrenzten Fläche befinden, zur Auswirkung kommen. Maßgebend ist naturgemäß der obere Grenzwert.

V. Die Beschleunigungen der Eigenschwingungen (Abb. 12).

Neben den Senkrechtbewegungen und den Biegemomenten (Spannungen) ist es wertvoll, auch die Beschleunigungen kennenzulernen, weil sie uns rückschauend ein klareres Bild von den Eigenschwingungen liefern als jene. Die Beschleunigungen werden als zweite Ableitung der Schwingungsgleichung (25) nach der Zeit gerechnet, also

$$b = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\alpha z_1 P}{\pi \mu_{1,3..}} \sum \left\{ \frac{\sin \frac{1}{2} i \alpha x}{1 - z_k^2 z_1^2} [z_k \sin \beta_1 t - z_k^2 z_1 \sin w_1 t] \right\} \dots \dots \dots \text{Gl. 32}$$

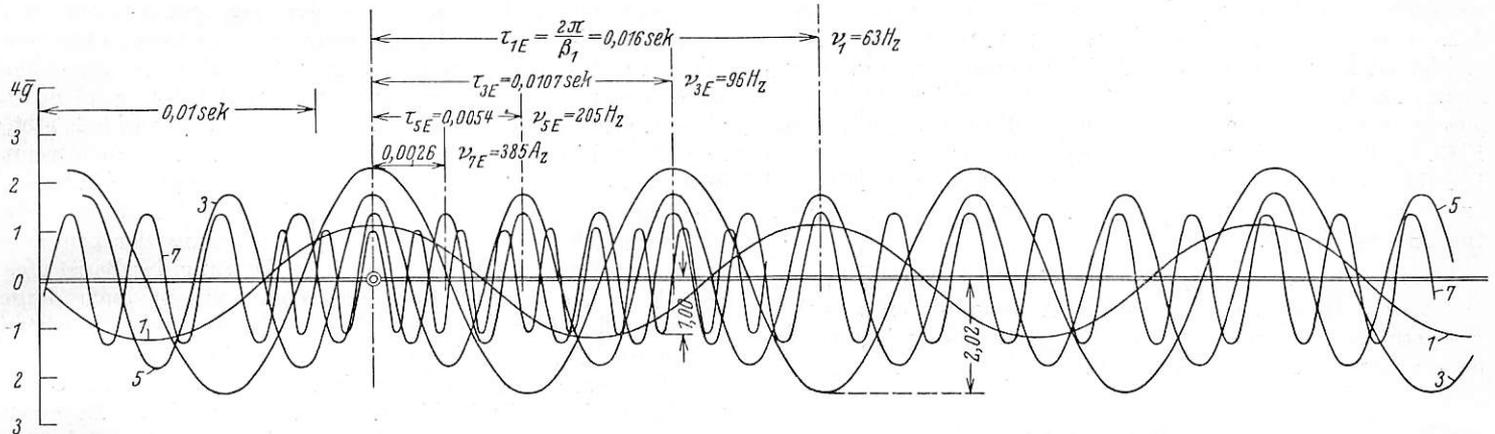


Abb. 12.

Beachtet man, daß  $z_k z_1 \ll 1 \mu$ , daß  $\max \sin \frac{1}{2} i \alpha x \cdot \sin \beta_1 t = 1$ , so fallen sowohl der Nenner weg als auch das Glied mit  $\sin w_1 t$  gegen jenes mit  $\sin \beta_1 t$ ; d. h. wir erhalten fast lediglich die Einflüsse der Eigenschwingungen, also

$$\begin{aligned} \max b &= \frac{\alpha z_1 P}{\pi \cdot \mu} \sum z_k = \\ &= \frac{\alpha^2}{2 \pi \mu \beta_1} P \cdot v \cdot \sum z_k \approx \frac{3 \alpha^2}{2 \cdot \mu \beta_1} P v \dots \dots \dots \text{32 a)} \end{aligned}$$

In unserem Beispiel ergibt sich bei  $v = 100 \text{ kmst}^{-1} \dots b \approx 8300 \text{ cm sec}^{-2}$ .

Die Beschleunigung der Eigenschwingungen ist also sehr groß, etwa achtmal so hoch als die Erdbeschleunigung (bei  $v = 100 \text{ kmst}^{-1}$ ). Den Beschleunigungsschwankungen liegt die Frequenz der Ordnung  $i=3$  zugrunde, weil bei der Periode  $T_{3E} = 0,01 \text{ sec}$  bzw.  $\nu_{3E} = 100 \text{ Hz}$  nahezu alle Amplituden zusammenfallen (Abb. 12). Die große Beschleunigung hat ihre Ursache in der hohen Frequenz der Eigenschwingungen. Mißt man mit einem Gerät (etwa mit dem Erschütterungsmesser laut Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1932, Seite 389, wofür übrigens oben die mathematische Formel hergestellt ist), so kann unter Bedacht auf die Formeln

$$y = A \sin \beta t \text{ und } \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -A \beta^2 \sin \beta t = -b$$

der Schwingungsausschlag gerechnet werden mit  $A = \frac{\max b}{\beta^2}$

und wenn dies an einigen Stellen synchron geschieht, (was ja die Einrichtung ermöglicht), so lassen sich auch Momente und Spannungen der Eigenschwingung unabhängig von der der erzwingenen bestimmen.

VI. Geräte zum Messen von Oberbauschwingungen (Abb. 13).

Die Eigenfrequenz spielt bei den Anzeigen desselben eine bedeutende Rolle. Trägt man auf der Abszissenachse das Frequenzverhältnis  $z = \frac{w}{\beta}$  auf, nämlich Kreisfrequenz  $w$  der zu untersuchenden, das ist die Erregerschwingung zu jener der Eigenschwingung  $\beta$  des Gerätes, so erhält man in der

Ordinate das Verhältnis der Ausschläge, nämlich den Ausschlag, welchen das Gerät anzeigt, zu dem, welchen das zu messende Schwingungsgebilde der Erreger, durchführt. Der Idealfall  $V=1$  (das Gerät zeigt wahr) ist nur dann möglich, wenn die Eigenfrequenz des Gerätes gegen die ihm aufgedruckte, sehr groß ist; praktisch gilt er auch dann, wenn  $\beta > 4 w$ .

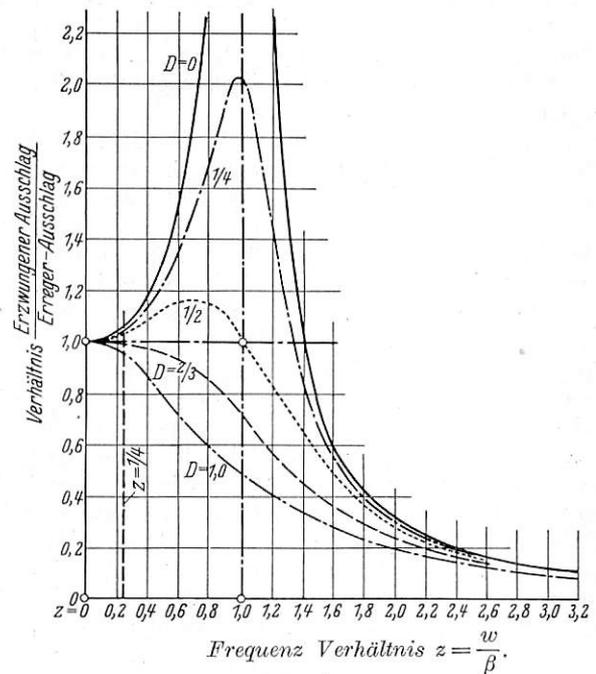


Abb. 13.

Wenn sich aber  $\beta$  dem  $w$  nähert, so tritt beträchtliche Verzerrung in der Anzeige ein. Fällt die Eigenfrequenz weiter, so wird die Verzerrung wohl geringer, aber sehr bald, schon bei  $\beta < \frac{1}{3} w$  reagiert das Gerät fast überhaupt nicht mehr, es schweigt. Nun ist  $\beta = \sqrt{\frac{c}{m}}$  nur dann sehr groß, wenn ent-

weder  $c$  (Starrheit) groß ist, was der Empfindlichkeit widerspricht, oder, wenn die schwingende Masse  $m$  des Anzeigeteils vom Gerät fast verschwindet. Diese Umstände sind bei der Beurteilung maßgebend. Aus der einschlägigen Literatur seien folgende Meßgeräte angeführt: **A. Bewegungsmessungen:** 1. Spaltmeßverfahren nach Dr. Bloss, Dresden, Bautechn. 1930, Seite 566 und Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1931. 2. Bewegungsmessung nach Oberb.-Ing. Wettl, Wien, Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1929, Seite 430 und 457. **B. Biegemomente bzw. Spannungen:** 1. Extensograph nach Dr. Ing. Geiger, Augsburg, Bautechn. 1929, Seite 840; 2. Dehnungsmesser von Okhuizen, VDI 1928, Seite 1323; 3. Glasritzdehnungsmesser von Dr. Ing. Seewaldt, VDI 1929, Seite 1629; 4. Kohledehnungsmesser von Reichsbahnrat Dr. Ing. Bernhard, Bautechn. 1928, Seite 147; 5. Kapazitiver Dehnungsmesser von Dr. Thoma, Karlsruhe, VDI 1933, Seite 639 und 1383. **C. Beschleunigungen, Erschütterungsmesser** nach Dr. Richard Armbronn, Göttingen, ZdVB 1930, Seite 754 und Org. Fortschr. Eisenbahnwes. 1932, Seite 389 (Dipl.-Ing. Hans Koch).

Die mit den angeführten Geräten durchgeführten Messungen stimmen mit den in der Abhandlung entwickelten Formeln gut überein, so daß die zugrunde gelegten Annäherungen berechtigt erscheinen.

#### Schlußbetrachtung.

Mit Hilfe der verhältnismäßig leicht bestimmbaren Unterlagsziffer  $\alpha$  lassen sich statische Verformung und statische

Beanspruchung auch in verwickelten Fällen zwanglos berechnen. Aus jener Ziffer kann man rein mathematisch auch die Eigenschwingungsfestwerte des Oberbaues ableiten. Diese geben ein wertvolles Hilfsmittel, den Zeitablauf der Lastwirkung, die Belastungsgeschwindigkeit, zu berücksichtigen. Ihr Einfluß auf die Beanspruchung, der durch die Eigenschwingungen zum Ausdruck kommt, erreicht wohl keine besondere Höhe (z. B. bei  $V = 100$  nur  $100 \text{ kg/cm}^{-2}$ ), sondern er liegt in der großen Häufigkeit des Spannungswechsels. Zweihundertmal je Sekunde wechselt die maßgebende Eigenschwingungsspannung (Zuschlag zur statischen Beanspruchung), viele tausendmal bei einem einzigen Zug und millionenmal in wenigen Monaten. Dieses, wenn auch geringe, aber mit hoher Geschwindigkeit vor sich gehende, oftmalige Hin- und Herbiegen des Oberbaues dürfte auf den Baustoff wohl nicht ohne Einfluß sein. Ob es eine Dauerfestigkeit wirklich gibt, scheint noch nicht genügend geklärt zu sein. Aber auch wenn dies der Fall wäre, so dürfte sie mit dem üblichen  $10^7$ -Wechsel vielleicht nicht ausreichend gekennzeichnet sein. Dann aber ist es fraglich, ob nicht eine geringe Steigerung der heutigen Höchstgeschwindigkeit eine vorzeitige Alterung des Baustoffes bewirkt. Der Einfluß der Geschwindigkeit ist auch dann beträchtlich, wenn stoßlückenfreier Oberbau ohne Unebenheiten und ohne sonstige Unregelmäßigkeiten vorläge.

Im vorliegenden Aufsatz sind lediglich der heile Oberbau und einwandfreie Fahrzeuge vorausgesetzt. In einer späteren Abhandlung sollen Einflüsse der Unregelmäßigkeiten (Lückenstoß, Flachstellen der Räder u. dergl.) behandelt werden.

## Neuer Oberbau der Sowjetbahnen.

Von Dr. H. Saller, München.

Die mit der Industrialisierung des russischen Bodens zusammenhängende Verkehrsentwicklung verlangt nicht nur nach neuen Verkehrsanlagen, sondern auch nach durchgreifender Umstellung der bestehenden. Die Verhältnisse russischen Eisenbahnoberbaues in ihrer nach allen Richtungen betrüblichen Lage sind aus dem Schrifttum zur Genüge bekannt (vergl. z. B. Verkehrstechn. Woche 1932, Heft 50/51). Der Oberbau ist in jeder Beziehung verbesserungs- und verstärkungsbedürftig. Man schätzt, daß 20% der Strecken sich in ganz unbefriedigendem Zustande befinden. Am 1. Januar 1934 bestand die sich auf etwa 100 000 km belaufende Gleislänge nur zu 2% aus Schienen zu 43,7 kg/m, 16% zu 38,4 kg/m, 54% zu 33,5 kg/m und 28% zu 30,9 kg/m und darunter, während z. B. auf der Deutschen Reichsbahn mit ihrer 8,9 cm schmäleren Spurweite und ihrem ungleich kleineren Lichtraum je etwa ein Drittel mit Schienen über 45 kg/m, zwischen 35 und 40 kg/m und darunter verlegt sind. Die Bauart des Oberbaues ist so, wie sie bei uns vielleicht vor 40 Jahren war. Fortschrittliche Gesichtspunkte sind erst in der Theorie durchgedrungen. Der Stoß ist freischwebend, zu schwach, meist mit sechsbolzigen Winkellaschen, die zugleich gegen die Wanderung wirken sollen. Die Anzahl der Querschwellen ist viel zu gering, 1440 auf den Kilometer gegen 1600 in Deutschland und 2000 in den Vereinigten Staaten. Die Schwellen liegen auf den Sowjetbahnen fast durchwegs noch in Sandbettung und zwar größtenteils sehr schlechter Beschaffenheit, wo man auf außer-russischen Bahnen längst Schotter oder wenigstens Kies verwendet. Freilich liegen die Verhältnisse der Bettungsbeschaffung im Zusammenhang mit der Flachlandeigenschaft Rußlands im allgemeinen nicht günstig. Geeignete Steinbrüche sind selten und große Transportentfernungen verteuern den Kubikmeter Schotter bis zu 12 Rbl. (26 *R.M.*) und mehr. Bei der allgemeinen früheren Rückständigkeit der Erforschung der Naturschätze des Landes, bestehen hier allerdings noch manche

Entdeckungsmöglichkeiten. Das Bettungsprofil ist zu knapp und nicht einheitlich. Da das politische Ziel der Industrialisierung des Landes vorgeht und der Verkehr, mehr als Mittel zum Zweck, in zweiter Linie steht, fällt es dem Verkehr schwer, die zu seiner Erhaltung, Erneuerung und Erweiterung nötigen Industrierzeugnisse zu erhalten. Die Industrie, von Parteileuten angetrieben und vor allem bestrebt, die ihr gestellten, hochgegriffenen Maßzahlen zu erfüllen, arbeitet mehr auf Menge als auf Güte. Das herrschende System, das das Individuum im „Kollektiv“ aufgehen zu lassen bestrebt ist, wirkt sich dahin aus, alles auszugleichen und den einzelnen Überragenden nicht aufkommen zu lassen. Alles redet mit, von Volksversammlungen gemischtester Zusammensetzung bis zu den Lehrstühlen der Hochschulen und der Akademie der Wissenschaften. Jetzt, wo man endlich zu einem Schienenstandard sich entschlossen zu haben scheint, läßt sich feststellen, daß mindestens 218 verschiedene Vorschläge der Beurteilung im Gleisinstitut des Verkehrskommissariats unterlagen, darunter 173 mit lotrechten Schienenkopfseiten und 45 mit nach unten sich verengendem Schienenkopf. Rechnet man dazu die nicht angegebene Zahl der Vorschläge mit nach unten sich verbreiterndem Schienenkopf, so kann man ungefähr ermessen, welche Schwierigkeiten im System der Sowjets einem einfachen Entschluß gegenüberstehen.

Jetzt endlich scheint im Zusammenarbeiten mit der Industrie und unter der Billigung der hohen Akademie der Wissenschaften eine Festlegung zustande gekommen zu sein und zwar auf zwei Schienenformen von 40 kg/m und 44 kg/m, wobei aber der ersteren Schienenform eine ähnliche Rolle zugeacht scheint wie unserer S 45 neben S 49. Sie steht vorderhand auf dem Papier. Die 44 kg/m-Schiene soll für die Sowjetbahnen zunächst die einzige Normalschiene werden. Sie macht auch in ihren sonstigen Einrichtungen den Eindruck einer nicht gerne eingestandenen

Nachahmung unseres deutschen Reichsoberbaues. Amtlich wird freilich überall lieber das amerikanische Muster vornhin gestellt.

Auch bei den Sowjets ist der wirtschaftliche Gesichtspunkt durchgedrungen, daß die Unterhaltung des Oberbaues in gutem Zustand, die Verlängerung der Lebensdauer aller Teile des Oberbaues auf die Einführung schwerer Schienen hinweisen. Bei der anzunehmenden starken Verkehrssteigerung sind die Schienenformen besonders darauf berechnet, auch in abgenutztem Zustand noch vorteilhaft zu arbeiten. Man hat sich auch in Rußland bemüht, die Schiene nicht nur vom technischen Standpunkt, sondern auch von dem der Abhängigkeit von dem zu bewältigenden Verkehr zu berechnen. Ins-

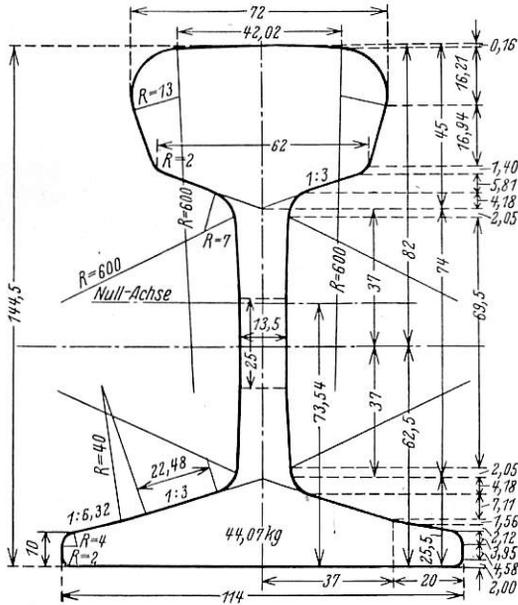


Abb. 1.

besondere hat sich Ing. Schachujanz nach dieser Richtung bemüht. Er rechnet die Schiene nach zwei zusammengesetzten Gesichtspunkten, dem der Haltbarkeit und dem der Abnutzungsmöglichkeit in Abhängigkeit vom Verkehr, der sogenannten Metallreserve. Es ist nicht ohne Interesse, daß er auf ein Schienengewicht von etwa 48 kg/m, also ziemlich in Übereinstimmung mit unserer S 49 kommt. Vielleicht wären für die Sowjetbahnen etwas schwerere Schienen vorteilhafter, aber politische Gesichtspunkte, Ersparnis an Metall, das die Industrie braucht, mögen den Ausschlag gegeben haben.

Die Querschnitte beider Normalschienen 44 kg/m und 40 kg/m sind in Abb. 1 und 2 dargestellt. Die betreffenden Vergleichszahlen unseres Reichsoberbaues S 49 sind im folgenden in Klammern den Angaben für die russische 44 kg/m-Schiene beigefügt. Die Schienenhöhe ist 144,5 mm (148) bzw. 137,5, die Kopfbreite 72 (67) bzw. 68, die Fußbreite 114 (125). Der Schienenkopf ist oben mit 600 mm (200) Halbmesser abgerundet. Mit gleichem Halbmesser ist auch der Schienesteg ausgebildet, der an schwächster Stelle 13,5 mm (14) bzw. 13 mm stark ist. Diese Rundung des Schienesteges trägt der bekannten Beobachtung Rechnung, daß die größte Stegbeanspruchung am Übergang des Steges in den Kopf auftritt (Timoschenko, Langer). Die seitliche Abrundung des Kopfes beträgt in Übereinstimmung mit der Form des russischen Radkranzes 13 mm (14). Die Abrundung des Schienenkopfes nach unten ist mit 2 mm (2) ausgeführt. Der Schienenkopf verengt sich im Gegensatz zu unserer S 49 nach unten. Nach russischer Ansicht kommt dieser Kopfform auch eine besonders günstige Verarbeitung im Walzvorgang zu. Die Laschenanlagflächen sind 1:3 (1:3), das Fußende 1:7,5 (1:7,8)

bzw. 1:6,32 geneigt. Die Schienenfußfläche ist nach oben gebrochen wie bei der deutschen Form. Die Steghöhe ist 74 mm (70) bzw. 71 mm. Als ein großer theoretischer Vorteil dieser Form wird der Umstand bezeichnet, daß die Nullachse etwas, 1,29 bzw. 0,66 mm über der Mitte der Schienenhöhe liegt, weil dann mit fortschreitender Abnutzung des Schienenkopfes (bei 5 bzw. 1,5 mm Abnutzung) die Nullachse mit der Höhenmitte zusammenfällt und damit die Schienenform die Biegungsbeanspruchung am günstigsten aufnimmt. Bei unserer S 49 liegt die Nullachse von vornherein 2 mm unter Höhenmitte. Ob diese Feinheit in der Ausübung sich tatsächlich bemerkbar macht, steht ja wohl nicht sicher. Jedenfalls ist der theoretische Gesichtspunkt nicht von der Hand zu weisen.

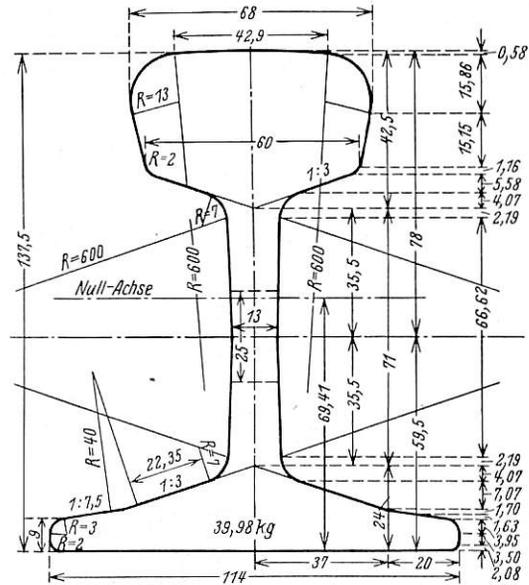


Abb. 2.

Die auf die beiden russischen Normalformen bezüglichen Hauptwertziffern sind wie folgt mit unserer S 49 zusammengestellt:

	russische		deutsche	
	40 kg/m	44 kg/m	S 49	
Schienenhöhe . . . . .	cm	13,75	14,45	14,8
Fläche . . . . .	cm <sup>2</sup>	51,1	56,3	62,28
J für waagerechte Achse . . . . .	cm <sup>4</sup>	1306	1579	1781
J für lotrechte Achse . . . . .	cm <sup>4</sup>	216	249	319
W für Fuß . . . . .	cm <sup>3</sup>	188	215	—
W für Kopf . . . . .	cm <sup>3</sup>	192	222,5	—
W <sub>min</sub> . . . . .	cm <sup>3</sup>	—	215	234
W für lotrechte Achse . . . . .	cm <sup>3</sup>	37,9	43,7	51
Abstand der Schwerpunktachse vom Fuß . . . . .	cm	6,941	7,354	7,2
Abstand der Schwerpunktachse vom Kopf . . . . .	cm	6,809	7,096	7,6
Stoffverteilung in % . . . . .	{ Kopf { Steg { Fuß	46,1	46,7	—
		20,1	19,8	—
		33,8	33,5	—
Wertziffer $\frac{W}{\sqrt{F^3}}$ der technischen Bedingungen . . . . .		0,516	0,509	0,476
Dynamische Wertziffer $\frac{Fe^*}{W}$ . . . . .		1,89	1,92	2,02

\*) Die dynamische Wertziffer, eine tatsächlich abstrakte Zahl, da die Dimension im Zähler und Nenner gleich ist, ist um so günstiger, je kleiner sie ist und je mehr sie sich dem kleinstmöglichen Wert 1 nähert.

Die Stoßanordnung gleicht dem unseres Reichsoberbaues auf Holzschwellen mit gekuppelter Holzschwelle, von der man sich nach Versuchen der russischen Westbahn 60 bis 65% Ersparnis in den Stoßunterhaltungskosten verspricht, mit durchgehender (Brücken-) Unterlagplatte, die am Schienenstoß

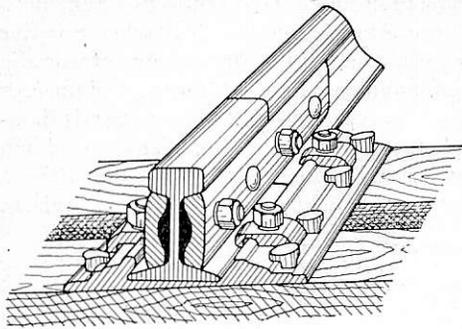


Abb. 3.

auf ein kurzes Stück, 100 x 117,8 mm (bei uns 100 x 127) durchbrochen ist (halb-fester Stoß) und vierbolzige Flachlasche (Abb. 3 und 4). Die Laschenfrage hat bei den besonderen russischen Verhältnissen noch zu Erörterungen geführt, die sich, wie alles bei den Sowjets, auch von der Politik

nicht freihielten. In Rußland hat man bisher meist sechs-bolzige Winkelaschen mit tiefgehendem senkrechtem Schenkel, die zugleich gegen die Wanderung wirken sollten und zu diesem Zweck die Unterlagplatten der Stoßschwellen umfaßten. Die bekantn Nachteile dieser langen Winkel-laschen (gebrochene, mit der der Schiene nicht übereinstimmende Nulllinie, scharf abgesetzte Querschnitte, die Winkel

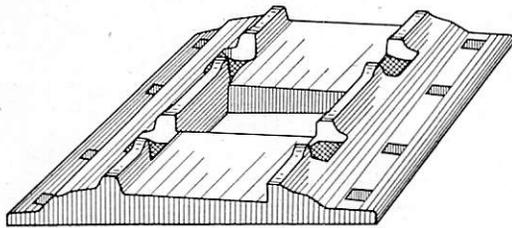


Abb. 4.

arbeiten auf lotrechten Druck fast nicht mit) führten zu den Erscheinungen, die wir ja auch kennen, vor allem zu massenhaften Laschenbrüchen. Man rechnet z. Z. auf den Sowjetbahnen mit zwei Millionen gebrochen im Gleis liegenden Laschen. Unüberlegt wollte man diesen Mangel dadurch

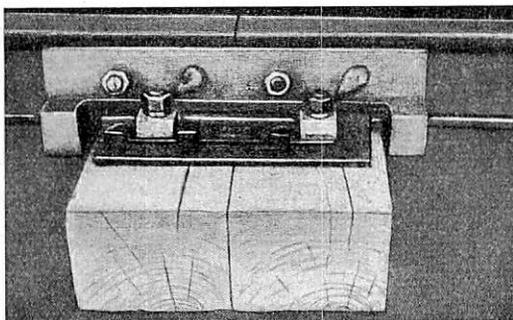


Abb. 5.

beseitigen, daß man die Laschen einfach beiderseits kürzte und zu vierbolzigen machte. Man übersah, für die Wandschutzwirkung Ersatz zu schaffen und so geriet das ganze Gleis, das am Stoß an sich schon zu schwach ist, außer Form. Bei Anwendung vierbolziger Laschen im neuen Normoberbau will man durch Wandergegenmittel das Fehlende ersetzen. Bei Strecken zweiter und dritter Klasse will man auf die Mitwirkung der Laschen gegen Wanderung doch nicht ganz verzichten. Man sieht hier bei der gekuppelten Doppelschwelle sogenannte „zweischwänzige“ Laschen (Abb. 5) vor (kombinierter Stoß). Doch soll dabei die Hauptaufgabe dieser

Winkelansätze nicht die der Wandergegenwirkung sein, sondern den Schienenstoß in der richtigen Mittenlage zur (Brücken-) Unterlagplatte zu halten.

Ebenso wie das Gleis selbst ist auch die Bettung der Sowjetbahnen in einem höchst unerfreulichen Zustande. Etwa 2% der Strecke hat Schotterbettung, 20% Kiesbettung, wenig über 1% Muschelschalenbettung und alle übrigen 77% Sandbettung zweifelhaftester Güte. Sand ist an sich ein mangelhafter Bettungsstoff. Etwa 19% dieses Sandes sind mit Beimengungen bis zu 10% verschmutzt, 45% mit solchen bis zu 20% und die übrigen 36% haben über 20%, auf manchen Hauptstrecken 45 bis 62% Verschmutzung. Dabei ist das Bettungsprofil nur mangelhaft aufgefüllt, im allgemeinen nur zu 75%. In einzelnen Strecken fehlen zur Auffüllung 37%. Man rechnet, daß im ganzen 25 Millionen Kubikmeter fehlen. Aber auch, wenn man diese ergänzen würde, ist die planmäßige Bettung mit ihren 30 cm Stärke zwischen Schwellenunter- und Planumoberkante auf Hauptstrecken und 20 cm auf Nebenstrecken weitaus nicht genügend. Die Folge dieser Unzulänglichkeit ist Eindrückung des Planums unter den belasteten, an Zahl an sich nicht genügenden Schwellen, Trogbildung und davon ausgehend Auftreten von Wassersäcken, Spritzstößen,

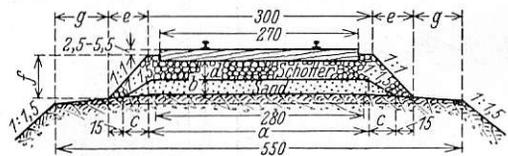


Abb. 6.

Eingleisige gerade Strecke

Art des Untergrundes	Sandschichte			Bettungsschichte			Berme		
	a	b	c	a + 2c	d	e		f	300 + 2c
I	316	25	45	406	25	68	68	436	57
II	322	20	36	394	25	62	62	424	63
III	—	—	—	—	30	46	46	392	79

Frosthügeln und Durchweichung des Unterbaues. Die Sandbettung ist um 50 bis 100% überbeansprucht. Der Sand wird vom Wind verweht. Auf manchen Strecken folgt dem Zug eine Staubwolke, die die Aussicht vom letzten Wagen völlig benimmt. Man hat sich auf manchen Strecken dagegen in der gleichen Weise beholfen, wie dies früher auch bei uns erfolgte, indem man die Sandbettung oben mit einem etwa 6 cm starken Schotterüberzug abdeckte, der im Laufe der Gleisunterhaltung sich freilich mit der Sandbettung vermischte. Im Sand läßt sich auch der Unkrautanwuchs schwer abwehren.

Man ist also bestrebt, die Sandbettung allmählich durchgehend mit Schotter oder wenigstens mit Kies, Muscheln, Schlacken usw. zu ersetzen. Freilich die Stoffbeschaffung liegt ungünstig. Man ist genötigt, an gutem Bettungsstoff zu sparen, diesen nur auf die oberste Schichte, in der die Schwellen liegen, zu beschränken und darunter Sand anzuwenden bzw. zu belassen. Man erzielt damit auch etwas, was wir in unseren Bettungsprofilen noch nicht eingeführt haben, wiewohl das Bedürfnis längst erkannt ist, nämlich die Einlegung einer sogenannten Isolierschichte.

Alles erfordert für die Sowjetbahnen gebieterisch die Aufstellung neuer Normen der Bettungsprofile. Es liegt außer in besonderen russischen Verhältnissen wohl mit im Volkscharakter, daß der Russe in seiner Neigung zu theoretisieren, auch hier verwickelter vorgeht, als wir im allgemeinen gewohnt sind. So sieht die russische Bettungs-

normung von vornherein schon drei Typen vor, I für Schotter auf Sandunterlage, II für Kies auf Sandunterlage, III für Sand. I und II sind bestimmt für elektrifizierte Strecken, Strecken erster Klasse und auch solche zweiter Klasse, wenn sie sehr starken Güterverkehr 18 bis 20 t Achsdruck) haben. III ist bestimmt für weniger beanspruchte Strecken. Jeder Typ teilt sich wieder in vier Profile (ein- und doppelgleisig, gerade und gekrümmt), so daß sich allein an Normalzeichnungen für die Bettung  $3 \times 4 = 12$  Formen ergeben. Da aber auch innerhalb dieser Vielseitigkeit noch in weiteren je drei Klassen auf den Untergrund (Mergel usw., fette Tone usw., Felsen usw.) Rücksicht genommen wird, so ergeben sich  $3 \times 12 = 36$  verschiedene Bettungsformen.

In Krümmungen wird die Überhöhung des äußeren Schienenstranges nach  $h = \frac{12,5 v^2}{R}$  (also über die theoretische

Formel  $h = \frac{11,8 v^2}{R}$  noch etwas hinausgehend) in der Bettung

zum Ausdruck gebracht. Die Breite der Krone des Bettungskörpers ist für Typ I und II der eingleisigen Strecke zu 3 m, für Typ III zu 3,10 angenommen. Wir haben bei unseren 8,9 cm schmäleren Gleisen 3,2 m Kronenbreite. Doppelgleise haben bei den Russen in der Geraden 4,10 m gegenseitigen Abstand, der sich in Krümmungen nach der Tabelle auf Seite 56 um A vergrößert.

Die Berme soll dabei in Krümmungen mindestens 20 cm breit sein. Wo nicht so viel bleibt, soll das schmalere Schotter-

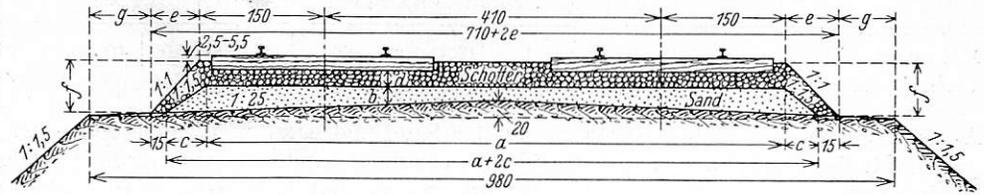


Abb. 7.

Doppelgleisige gerade Strecke

Art des Untergrundes	Sandschichte				Bettungsschichte				Berme
	a	b	c	a+2c	d	e	f	710+2c	
I	723	25	53	829	25	75	75	860	60
II	728	25	53	834	25	75	75	860	60
III	—	—	—	—	30	55	55	820	80

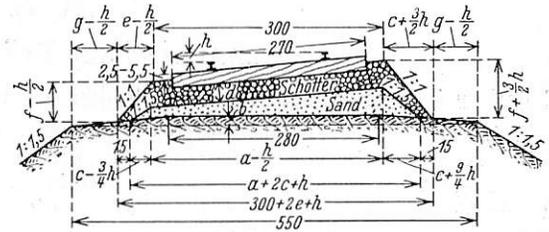


Abb. 8.

Eingleisige, gekrümmte Strecke.

Art des Untergrundes	Sandschichte					Schotterschichte						Berme
	$a + \frac{h}{2}$	b	$c - \frac{3}{4}h$	$c + \frac{9}{4}h$	$a + 2c + h$	d	$e - \frac{h}{2}$	$f - \frac{h}{2}$	$e + \frac{3}{2}h$	$f + \frac{3}{2}h$	$300 + 2e + h$	
I	$316 - \frac{h}{2}$	25	$45 - \frac{3}{4}h$	$45 + \frac{9}{4}h$	$406 + h$	25	$68 - \frac{h}{2}$	$68 - \frac{h}{2}$	$68 + \frac{3}{2}h$	$68 + \frac{3}{2}h$	$436 + h$	$57 - \frac{h}{2}$
II	$322 - \frac{h}{2}$	20	$36 - \frac{3}{4}h$	$36 + \frac{9}{4}h$	$394 + h$	25	$62 - \frac{h}{2}$	$62 - \frac{h}{2}$	$62 + \frac{3}{2}h$	$62 + \frac{3}{2}h$	$424 + h$	$63 - \frac{h}{2}$
III	—	—	—	—	—	30	$46 - \frac{h}{2}$	$46 - \frac{h}{2}$	$46 + \frac{3}{2}h$	$46 + \frac{3}{2}h$	$392 + h$	$79 - \frac{h}{2}$

profil mit Übergang auf Schotter angewendet oder das Planum verbreitert werden. Die Neigung der Böschung der Bettung ist bei Schotter 1:1, bei Kies und Sand 1:1,5 vorgeschrieben. Die Bettung wird wohl zur Ersparung von Bettungsstoff nicht bis Schwellenunterkante heraufgeführt, sondern bleibt 2,5 bis 5,5 cm tiefer. Auf Sandprofile findet diese Bestimmung keine

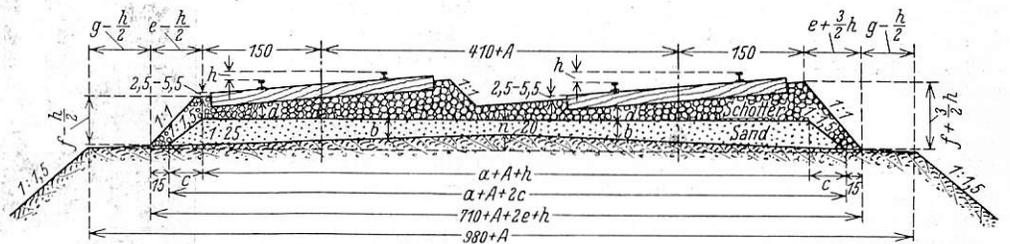


Abb. 9.

Zweigleisige, gekrümmte Strecke.

Art des Untergrundes	Sandschichte					Schotterschichte						Berme
	a+A	b	c	a+A+2c	n	d	$e - \frac{h}{2}$	$f - \frac{h}{2}$	$e + \frac{3}{2}h$	$f + \frac{3}{2}h$	$710 + A + 2e + h$	
I	$723 + A$	25	53	$829 + A$	20	25	$75 - \frac{h}{2}$	$75 - \frac{h}{2}$	$75 + \frac{3}{2}h$	$75 + \frac{3}{2}h$	$860 + A + h$	$60 - \frac{h}{2}$
II	$728 + A$	25	53	$834 + A$	20	25	$75 - \frac{h}{2}$	$75 - \frac{h}{2}$	$75 + \frac{3}{2}h$	$75 + \frac{3}{2}h$	$860 + A + h$	$60 - \frac{h}{2}$
III	—	—	—	—	—	30	$55 - \frac{h}{2}$	$55 - \frac{h}{2}$	$55 + \frac{3}{2}h$	$55 + \frac{3}{2}h$	$820 + A + h$	$80 - \frac{h}{2}$

## Zuschlag A zum Abstand der Doppelgleise in Krümmungen.

Halbmesser in m . . . .	3500	3000	2000	1500	1200	1000	800	700	600	500	400	300	250	200	150	125	120	100	80	60	40
Verbreiterung in mm .	95	115	170	220	230	240	260	275	290	315	350	410	460	530	650	745	770	890	1070	1870	1970

Anwendung. In sehr heißen Klimaten darf bei Sand und Kies, um das Reißen der Schwellen zu vermeiden, sogar die Schwelle 3 bis 5 cm überfüllt werden. Mit Rücksicht auf die Begehungsmöglichkeit läßt man ja auch bei uns in Gleismitte die Bettung etwas tiefer. Der Grad der zulässigen Verschmutzung der Sandbettung wird auf 15%, in besonderen, von Genehmigung abhängigen Fällen auf 20% beschränkt. In Stationsgleisen, wo die Züge mit geminderter Geschwindigkeit fahren, darf die vorgeschriebene Bettungsstärke um 5 cm unterschritten werden. Voraussetzung der Durchführung der neuen Bettungsprofile ist eine gründliche Ausbesserung des Planums (Wasserabführung, Beseitigung der Tröge, Spritzstöße, Frosthügel usw.).

Von den zwölf Normalzeichnungen und zugehörigen

Tabellen geben wir vier, das Normalprofil für Schotterbettung für Gerade und Krümmungen, eingleisig und Doppelbahn, wieder (Abb. 6 bis 9).

Für eingleisige Strecken ist das Planum im Querschnitt allgemein auf 2,8 m waagrecht, wo wir auf eine entsprechende Seitenneigung 1:25 Gewicht legen. Eine Schwäche der russischen Normalprofile scheint für gewisse Fälle in zu geringer Planumbreite zu liegen, so daß oft nicht genügend Berme bleibt und vom Normalplan abgewichen werden muß.

Die russischen Normen sind aus gründlicher Bearbeitung allen im Ausland vorliegenden Materials hervorgegangen. Es ist nicht ohne Interesse zu beobachten, zu welchen Ergebnissen diese Arbeiten der russischen Eisenbahntechniker geführt haben.

## Rundschau.

### Bahnunterbau, Brücken und Tunnel; Bahnoberbau.

#### Wiederherstellung eingeschlagener Schienenenden.

Die Wiederherstellung eingeschlagener Schienenenden hat jetzt in U. S. A. eine solche Verbreitung gefunden, daß die Hauptvertreterin dieses Verfahrens, die Chesapeake & Ohio R. R. jetzt mehr als 800000 Stöße aufgerichtet hat und ständig an einer Sicherung und Auswertung der Ergebnisse arbeitet. Das letzte Jahresprogramm sah 168000 Stöße und die Verwendung von 55 Schweißern vor. In der Huntingtonabteilung ist ein ganzer Schweißzug mit einer Reihe von Wagen, darunter Küchen-, Speise-, Kommissions-, Oxygen-, Acetylen-, Werkzeug-, Gasolin- und Wasserwagen u. a. für sechs Schweißer, sechs Helfer, einen Schweißaufseher mit Vertreter und einen Koch zusammengestellt in Tätigkeit und arbeitet auf Anruf über die ganze Strecke hin. Als Tiefengrenze der eingeschlagenen Schienenenden wird  $\frac{3}{64}$  Zoll (12 mm) angesehen. Bevor die Aufschweißung eingreift, muß der Stoß in möglichst guten Zustand gebracht werden. In einer einigermaßen guten Strecke sind viele Stöße nicht abgenutzt sondern nur eingefahren. In solchen Fällen kann das Wiederaufschmieden der Schienenenden die richtige Höhenlage wieder herbeiführen ohne Aufschweißung. Mit dem Brenner werden die Schienenenden auf die Schmiedehitze gebracht und dann in normalem Schmiedeverfahren in die richtige Form gebracht. Wenn zur Erreichung der richtigen Höhe ein Aufschweißen erforderlich ist, so wird das Schienenende erst bis auf ganz gesundes Metall hinunter rein gemacht. Nach Aufbringung des Schweißmetalls wird es mit dem Handhammer wiederholt bearbeitet, so daß sich die Eindrückung gut ausfüllt. Man hat gefunden, daß dieser Schmiedevorgang für die Eigenschaften des Metalls sehr wichtig ist. Auch ein Abschleifen der Schweißstelle hat sich als nötig herausgestellt. Wenn das Einschlagen der Schiene über vier Zoll (~ 12 cm) Länge vom Ende hinausgeht, so wird jedes Schienenende für sich behandelt. Bei geringerer Länge und besonders wenn die zwei Schienenenden in Berührung sind, erfolgt die Bearbeitung in einem Arbeitsgang.

Den Endvorgang bei beiderseits geschmiedeten und geschweißten Enden bildet das Abkühlen zum Zweck der Härtung. Man macht das, solange die Schiene von ihrer Vorbehandlung noch heiß ist. Die Schienenenden werden erst auf eine Hitze von etwa 1500° C gebracht und dann mittels einer Kanne mit durchlöchertem Boden abgekühlt. Sobald das Wasser an der heißen Schiene zu sieden aufhört, hört man mit dem Ablöschen auf mit der Regelwirkung, daß die Schiene sich wieder auf 600 bis 650° C erhitzt. Dann läßt man sie von selbst abkühlen, womit der gewünschte Härtegrad erreicht wird. Die Hitzegrade werden von Zeit zu Zeit vom Aufseher mit einem Kontaktpyrometer geprüft. Mit Hilfe eines Brinellmikroskops hat man gefunden, daß man von den heiß behandelten Schienenenden eine Brinellzahl von 340 bis 350 erwarten kann, was man auch mit großer Gleichmäßigkeit

erreicht. Ein geübter Mann kann im Achtstundentag 20 bis 40 Schienenstöße schweißen und härten. Jedes wiederhergestellte Schienenende wird gestempelt, um die Person des Schweißers und die Art der Behandlung festzuhalten. Vor der Einführung der Behandlung der Schienenenden mit Ablöschen wurde eine Verlängerung der Lebensdauer der Schienen auf drei bis sieben Jahre je nach der Verlegungsstelle festgestellt und man erwartet jetzt eine bedeutende Verlängerung. Mit zunehmender Erfahrung haben Leistung und Gleichmäßigkeit zugenommen, die Kosten dagegen abgenommen.

Dr. S.

(Rly. Engr. and Maintenance. Juni 1934.)

#### Hemmschuhe für Schienenfahrzeuge mit Bahnräumern.

Die bisherigen Fahrbegrenzer vor den Fensterwänden der Lokomotivschuppen, die mit den Schienenenden fest verbunden sind, bieten keinen ausreichenden Schutz gegen das Vorfahren der Lokomotiven auf die Schuppenwände. Schon bei geringen Anstößen werden sie entweder überfahren oder von den Schienen

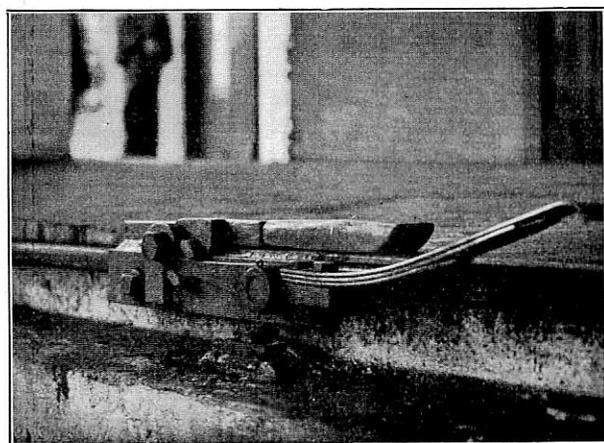


Abb. 1. Hemmschuh in Ruhestellung.

abgerissen. Eine volle, für das Fahrzeug unschädliche Bremswirkung kann nur durch einen Hemmschuh erzeugt werden, der die lebendige Kraft durch Reibungsarbeit nach und nach verzehrt. Diese Hemmschuhe für Lokomotiven müssen aber besonders ausgebildet sein wegen der vor den Rädern sitzenden Bahnräumer\*).

Abb. 1 zeigt den Hemmschuh in Ruhestellung, bei der er

\*) In der „Reichsbahn“ ist eine Anordnung bekanntgegeben, die dieser Forderung entspricht.

nur eine geringe Höhe über Schienenoberkante einnimmt. Die in der Abb. 1 erkennbare Blattfeder ragt in der Ruhestellung seitlich der Schienen hervor und wird durch den Spurkranz der anfahrenden Lokomotive erfaßt und hinuntergedrückt. Abb. 2 zeigt den Hemmschuh in der Bremsstellung, die Blattfeder ist heruntergedrückt. Die Bremsbacken sind durch einfache Hebelübertragung hochgeklappt.

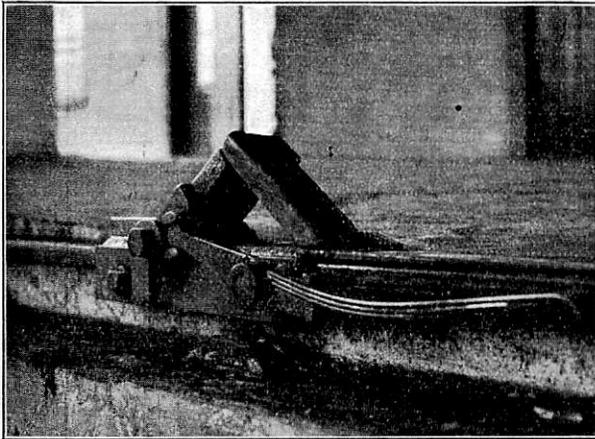


Abb. 2. Hemmschuh in Bremsstellung.

An jedem Lokomotivstand sind zwei Hemmschuhe nötig. Sie liegen verschiebbar auf dem Gleis. Damit die Führungsleisten des Hemmschuhunterteils beim Vorlaufen an der Schiene entlanggleiten, muß neben der Schiene ein Schlitz angeordnet werden. Als Bremsweg soll 1 m zur Verfügung stehen. Beim Zurückfahren der Lokomotive gehen die Bremsbacken des Hemmschuhes wieder in ihre alte Lage zurück, entweder durch ihr Eigengewicht oder durch den Anschlag des Bahnräumers. Außerdem sind noch Federn in geschützter Lage hinter den Schienen angeordnet, die den Hemmschuh wieder zurückholen für den nächsten Bremsfall.

Der Hemmschuh wird im Bezirk der RBD Kassel seit über einem Jahr mit Erfolg im Betrieb verwendet. Lehner.

### Warum gewisse Bettungskörper die Feuchtigkeit festhalten und wie dieser Übelstand beseitigt werden kann.

Der Streckenausschuß der Amerikanischen Eisenbahn- und Ingenieur-Vereinigung (Committee on Roadway of the American Railway Engineering Association) hat sich von einem Unterausschuß über obigen Gegenstand etwa folgendes berichten lassen:

Die Feuchtigkeit im Boden hat ihre Ursache in der Schwerkraft des Wassers und in der Kapillarität des Bodens. Schwerkraftwasser kann durch geeignete Entwässerungsanlagen abgeleitet werden, Kapillarwasser durch die gleichen Maßnahmen in seinem Bestande nur abgemindert, niemals aber gänzlich entfernt werden. Letzteres ist nur durch Verdunstung möglich.

Man hat gefunden, daß je größer das Verhältnis der Bodenpartikeloberfläche zur gesamten Bodenmasse und der Prozentsatz des Gehaltes an Tonerde ist, um so größer auch der Bestand an der wenig wünschenswerten kapillarisch wirkenden Feuchtigkeit ist. In welchem Verhältnis die einzelnen Bodenarten in dieser Beziehung zueinander stehen, hat das amerikanische „Bureau of Soils“, wie aus nachstehenden Tabellen ersichtlich ist, festgestellt.

Die verschiedenen Merkmale eines Bettungsbodens sind abhängig von:

1. seinem infolge von Änderungen des Feuchtigkeitsgehaltes oder von Frosteinwirkungen wechselnden Rauminhalt,
2. seiner Nachgiebigkeit, d. i. sein Bestreben unter Belastung zu gleiten, wodurch seine Tragfähigkeit beeinflusst wird,
3. von seinem Bestreben infolge seines Gehaltes an Schlamm und rundem Sand zu fließen.

Unter dem Einfluß eines dieser Umstände kann sich die Fahrbahn verschieben. Die porzellanerdige Gruppe und andere glimmerartigen Minerale, die wichtige Bestandteile der Tonerden bilden, beeinflussen den Feuchtigkeitsgehalt und die plastischen Eigenschaften einer Bodenmasse im Verhältnis zu der Ausdehnung, die sie in den dünnen Schichten an den Bruchebenen des Erdbodens entlang eingenommen haben. Das nachteilige Verhalten einer Bodenart, das durch die Gegenwart von Wasser verursacht

wird und durch Anwellen in senkrechter Richtung zum Ausdruck kommt, nimmt mit dem Gehalt an Tonerde zu.

#### Eingruppierung von Bodenarten:

Bodenart:	% Sand	% Mergel	% Ton
Sand . . . . .	80 bis 100	0 bis 20	0 bis 20
Sandiger Lehm . . . . .	50 bis 80	0 bis 50	0 bis 20
Lehm . . . . .	30 bis 50	30 bis 50	0 bis 20
Mergellehm . . . . .	0 bis 50	50 bis 100	0 bis 20
Sandiger Tonlehm . . . . .	50 bis 80	0 bis 30	20 bis 30
Tonlehm . . . . .	20 bis 50	20 bis 50	20 bis 30
Mergeltonlehm . . . . .	0 bis 30	50 bis 80	20 bis 30
Sandiger Ton . . . . .	55 bis 70	0 bis 15	30 bis 45
Mergelton . . . . .	0 bis 15	55 bis 70	30 bis 45
Ton . . . . .	0 bis 55	0 bis 55	30 bis 100

#### Größe der Bodenteilchen:

Art:	Millimeter
Grobkörnige Stoffe . . . . .	mehr als 2
Feiner Kies . . . . .	2 bis 1
Grober Sand . . . . .	1 bis 0,5
Mittlerer Sand . . . . .	0,5 bis 0,25
Feiner Sand . . . . .	0,25 bis 0,1
Sehr feiner Sand . . . . .	0,1 bis 0,05
Mergel . . . . .	0,05 bis 0,005
Ton . . . . .	0,005 bis 0,0

Nun haben Bodenuntersuchungen (mechanische Analysen) ergeben, daß einerseits der Tongehalt einer großen Anzahl von Bodenarten innerhalb der praktisch interessierenden Grenzen zahlenmäßig gleich der Feuchtigkeitsziffer gesetzt werden kann und andererseits, daß ein guter Baugrund dann vorliegt, wenn diese Feuchtigkeitsziffer unter 20 bleibt. Da die Feuchtigkeitsziffer =  $\frac{\text{Gewicht des aufnehmbaren Kapillarwassers}}{\text{Gewicht des pulverisierten trockenen Versuchsbodens}} \times 100$  leicht bestimmt werden kann, hat man einen guten Anhalt über die Eignung einer Bodenart als Baugrund.

Ungünstige Verhältnisse für einen Baugrund liegen dann vor, wenn der wirkliche Feuchtigkeitsgehalt eines Bodens seine Feuchtigkeitsziffer übersteigt. Er ist dann, wie schon erwähnt, zu entwässern oder der Wasserspiegel ist möglichst abzusenken, um die Kapillarwirkung abzuschwächen.

Kapillarwasser von unten kann abgehalten werden durch eine 200 bis 250 mm starke Sand- oder Bruchsteinschichte, sonst durch Entfernung ungeeigneter Massen am Fuße von Dämmen oder durch Abtrag solcher in Einschnitten, um die Bedrohung durch Überschüttung von oben her hintanzuhalten. In jedem Falle kann es notwendig sein, die Oberflächen solcher Stellen durch Öltränkung vor dem Aufsaugen des Regenwassers zu bewahren.

Außer bei undurchlässigen Bodenarten kann die Abführung des Wassers in Gräben und durch Hauptrohrleitungen von 150 mm Innenmaß aufwärts in einer Entfernung von 2,75 m von Gleisachse in Einschnitten und in einer Entfernung von 3 m vom Fuße der Dämme durchgeführt werden. Neigungen von mindestens 2% sind nötig. Tiefen der Leitungsführung unter Grabenunterkante je nach Wasserquelle, oder mindestens 0,90 oder 1,80 m unter Unterseite in Einschnitten und 1,80 m unter gewachsenem Boden bei Dämmen sind zweckmäßig.

Als Rohrmaterial dienen entweder glasierte Tonrohre mit Muffen gegen den Wasserablauf oder nach unten offene Wellblechrohre mit Seitenschlitzen. Die Rohrgräben werden mit durchlässigem Material ausgefüllt.

Bemerkung: Die amerikanischen Verhältnisse sind mit denen in Deutschland wenig vergleichbar; der in Amerika als Bettungskörper untersuchte Boden hat in Deutschland fast ausschließlich nur als Bettungsunterlage Interesse. Lr.

Rly. Engr. and Mainten. Engng.

### Anwendbarkeit zerstörungsfreier Prüfverfahren im Brückenbau.

Zur Auffindung äußerlich nicht mehr erkennbarer Schäden in Brückenbaustoffen sind in letzter Zeit verschiedene Verfahren entwickelt worden. Da für die wenigsten Ingenieure Gelegenheit besteht, aus der Praxis heraus Vergleiche zu ziehen, sei das Wesentlichste über die wichtigsten Verfahren mitgeteilt. Bemerkung sei, daß dem Verfahren der Vorzug zu geben ist, das sich nicht nur in der Werkstatt bewährt, sondern an Ort und Stelle rasch die Prüfung der Bewährung eines Werkstoffes im Dauerbetrieb, d. h. die Verlässlichkeit eines Werkstoffes zu untersuchen, zuläßt.

Das wichtigste Verfahren zur Fehlererkennung ist das der Bilderzeugung durch Röntgenstrahlen; alle anderen zerstörungsfreien Prüfverfahren arbeiten nicht einwandfrei oder lassen eine ausreichende Ausbeute nicht zu.

Schon die Benutzung des Leuchtschirmes führt zu rein subjektiven Eindrücken. Die Leuchtschirmmethode ist im Brückenbau zwar noch wenig entwickelt, aber es steht fest, daß das Auge hinsichtlich des Erkennens feiner Helligkeitsunterschiede wenig leistungsfähig ist. Wo also Zweifel auftauchen, ist der Leuchtschirmbefund doch durch das Bild, allenfalls sogar durch Stereoaufnahmen festzuhalten. Die Leuchtschirmmethode wurde bisher verwendet und arbeitete einwandfrei bis zu 30 mm Werkstoffdicken. Bei den im Brückenbau vorkommenden größeren Dicken wären daher höhere Röhrenspannungen und auch empfindlichere Leuchtmassen notwendig. Ob mit diesen Abänderungen aber der Erfolg verbürgt ist und ob die Methode für den Prüfenden überhaupt genügend gefahrlos gestaltet werden kann, steht durchaus nicht fest. Sicher sind beträchtliche Arbeiterschwernisse damit verbunden.

Das Feilspäneverfahren kann nur bei magnetisierbaren Baustoffen angewendet werden. Dies ist schon ein Nachteil. Ferner ist das Aufbringen der Späne an liegenden oder schrägen Flächen von unten her sowie bei Wind und Regen sehr erswert, wie überhaupt noch die Ungewißheit bestehen bleibt, ob das erzeugte Kraftstreubild allein auf innere Fehler und nicht auch auf äußere Einflüsse zurückzuführen ist. Man ist in neuerer Zeit dazu übergegangen, das Feilspänebild durch die Erzeugung einer Hörwirkung zu ersetzen — vorerst im Laboratorium. Neben der allgemeinen Schwierigkeit, Hörschaukurven wegen des Fehlens von Bezugslinien auswertbar zu gestalten, bleibt aber die Frage der erreichbaren magnetischen Tiefenwirkung praktisch ungeklärt. Die Lage einer Fehlstelle im Innern eines Baustückes kann nicht festgestellt werden.

Seit einiger Zeit hat man im Laboratorium und in Werkstättenversuchen bei Durchstrahlung von Baustoffen Gammastrahlen aus Radium, Radiothor, Mesothorium und Emanation verwendet. Das Verfahren ist an sich einfach. Die

Fehlererkennbarkeit ist aber geringer, als beim Röntgenverfahren. Die Meinungen über den Wert des Verfahrens sind im übrigen zur Zeit noch sehr geteilt. Da Gammastrahlen außerordentlich lange Belichtungszeiten erfordern, ist es wenig wahrscheinlich, daß das Verfahren sich zu einem, für den Bautechniker im Prüfverfahren an Ort und Stelle brauchbaren Hilfsmittel ausgestalten läßt.

Wie schon erwähnt, ist die röntgenphotographische Messung allen oben erwähnten Prüfverfahren weit überlegen. Die Methode ist nicht nur frei von den verschiedenen angeführten Mängeln der übrigen Verfahren, sondern sie bedarf auch einer umfangreichen weiteren Erprobung nicht, mehr, weil sie bereits zu hoher Vollendung entwickelt ist. Das Reichsbahnzentralamt für Bau und Betriebstechnik in Berlin besitzt einen Röntgenmeßwagen mit verlässlichen, betriebssicheren und für verschiedene Möglichkeiten zusammenstellbaren Einrichtungen, welche weitgehendste Anpassung an die rauhe Praxis und insbesondere an die Eigenarten des Eisenbahnbetriebes gestatten. Es können Bauteile der vorkommenden Dicken (meist über 100 mm) ohne weiteres bewältigt und Untersuchungen auch auf größere Entfernung als sonst üblich durchgeführt werden. Ebenso bietet die Durchstrahlung von Bauteilen, denen andere (Schotter, Schutzdecken usw.) vorgelagert sind, keine Schwierigkeit. Wo für die sichere Feststellung eines Befundes nötig, können genügend große Flächen und auch verschiedene Stellen gleichzeitig für Aufnahmen vorgesehen werden. Von besonderer Wichtigkeit ist es, daß gezielte Aufnahmen möglich sind, wenn eine Regelaufstellung der Apparatur nicht möglich ist und daß der ganze Arbeitsvorgang der verfügbaren Zeiten (z. B. den kurzen Zugpausen) durch entsprechende Belichtungszeiten angepaßt werden kann. Schließlich bietet die ganze Einrichtung dem Personal zweifelsfreien Schutz und dem prüfenden Ingenieur ein Handwerkszeug, das auch bei raschen Entschlüssen an Ort und Stelle nicht versagt. Der Meßwagen kann im übrigen ohne weiteres in Schnellzügen mitgeführt werden. Er wird dank seiner zweckmäßigen Konstruktion auch in Zukunft allen anfallenden Untersuchungen und zwar auch unvorhergesehenen gerecht werden können. Lr.

## Zuschrift.

In einer Zuschrift an die Schriftleitung des Org. Fortsch. Eisenbahnwes. (1934, Seite 138) weisen Dr. W. Koch und Dr. Ing.

W. Zeller auch auf den mechanisch zeichnenden Dehnungsmesser von Meyer hin. Gegenüber diesem schweizerischen Instrument

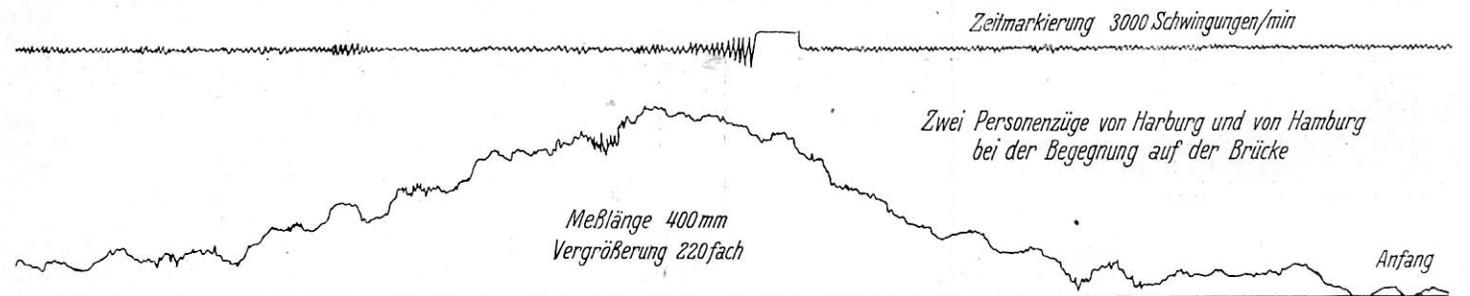


Abb. 1. Spannungsdiagramm, aufgenommen am 12. Mai 1928 an der neuen Norderelbbrücke (dreiteilige Bogenbrücke) zwischen Hamburg und Harburg. Bei der Messung war der Apparat in lotrechter Lage an einer senkrechten Strebe in der Mitte des ersten Bogens, von Hamburg aus auf der linken Seite (Gleis von Harburg) angebracht.

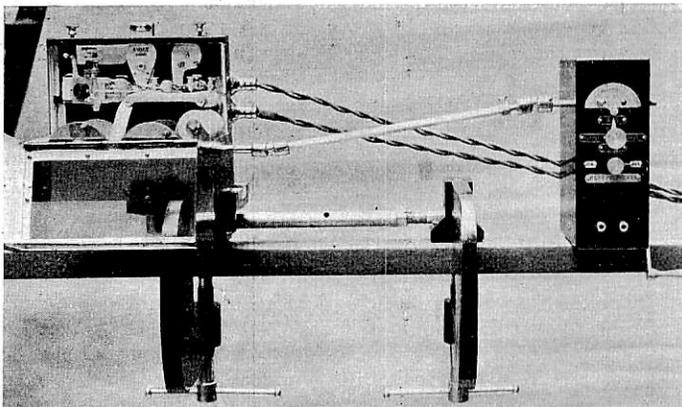


Abb. 2. Dehnungsmesser nach Dr. Geiger.

erlaube ich mir auf den schon vorher entstandenen, gleichfalls mechanisch zeichnenden Geigerschen Dehnungsmesser von Lehmann & Michels, Altona/Elbe, Gefionstraße 1/3 aufmerksam zu machen, der eine Eigenfrequenz von 300 Hertz besitzt und bei einer Reihe von Eisenbahnbehörden, besonders in Rußland, verwendet wird. Der beistehende Ausschnitt aus einem Spannungsdiagramm wie auch das Lichtbild des Apparates sprechen für sich selbst.

Allgemein ist dieser Dehnungsmesser überall dort anwendbar, wo es sich nicht um ganz kleine Beanspruchungen oder um hochfrequente Schwingungen über 300 Hertz handelt. Da, wie die bisherigen, mit elektrischen Kohlendehnmessern durchgeführten Versuche zeigten, hochfrequente Schwingungen, soweit sie überhaupt vorkommen, immer nur recht geringe Zusatzspannungen ergeben, so kann man den obengenannten Dehnungsmesser für alle Untersuchungen empfehlen, bei denen es lediglich auf rein praktische Auswertungen ankommt. Dr. Geiger.