

Richard von Helmholtz

einer unserer hervorragendsten deutschen Eisenbahntechniker und Lokomotiv-Konstrukteure, feierte am 28. September 1927 seinen 75. Geburtstag.

Jedem fachtechnischen Leser des »Organs« ist sein Name wohl vertraut; ein Rückblick auf seinen Lebensgang und seine Leistungen als Konstrukteur dürfte daher allgemeinerem Interesse begegnen.

Geboren am 28. September 1852 zu Königsberg in Preußen als Sohn des später zu großer Berühmtheit gelangten Professors der Physik Hermann von Helmholtz verlebte der junge Richard seine Kinderjahre in Bonn.

Die Wohnung seiner Eltern befand sich in unmittelbarer Nähe der Rheinischen Eisenbahn, die eine ihrer Hauptlinien Bonn—Remagen, später verlängert bis Koblenz—Bingerbrück, soeben eröffnet hatte. Mächtig fühlte sich der Knabe zu dem sich damals langsam entfaltenden Eisenbahnwesen hingezogen, fällt doch in jene Zeit in Deutschland die Einführung ausgesprochener Schnellzüge, welche seit 1849 gefahren wurden¹⁾).

1858 wurde der Vater an die Universität Heidelberg berufen: das folgende Jahr brachte einen schweren Verlust, der siebenjährige Knabe verlor seine Mutter. Seine erste Schulbildung erhielt er in privatem Unterricht, dann am humanistischen Gymnasium zu Heidelberg, das er bis zur heutigen 7. Klasse besuchte. Seiner ausgesprochenen Neigung zur Mathematik und Technik wurde dadurch Rechnung getragen, daß er — sechzehnjährig — an die damals mit Schulzwang betriebene mathematische Vorschule des Stuttgarter Polytechnikums übersiedeln durfte, welche in vier Semestern eine gehörige Vorbildung für technische Studien vermittelte. Bei Ausbruch des deutsch-französischen Krieges trat der junge Helmholtz als Kriegsfreiwilliger bei dem in Karlsruhe liegenden badischen Feldartillerieregiment ein und machte den unter General Werders Leitung gegen Bourbaki durchgeführten Winterfeldzug als Kanonier mit. Im März 1871 kehrte er — glücklicher Weise nur leicht verwundet gewesen — mit der Truppe in die Heimat zurück, vervollkommnete seine mathematische Vorschulung und arbeitete u. a. in der altberühmten Borsigschen Lokomotivfabrik in Berlin am Oranienburger Tor. Im Oktober 1873 siedelte er an die mit großen Mitteln neu errichtete Technische Hochschule München über und studierte bis zum Sommer 1876 Maschinenbau unter Bauschinger, von Linde, Ludwig und Hoyer. Während der Ferien arbeitete er regelmäßig als Praktikant in den beiden Werken der Lokomotivfabrik Kraufs in München, zuerst in der im Jahre 1872

errichteten Filialwerkstätte am Südbahnhof, welche unter Karl Finckhs Leitung als erste ihrer Art ausschließlich der Erbauung von Kleinlokomotiven diente. Nach Beendigung des Hochschulstudiums trat er als Arbeiter in diese Fabrik ein, konnte aber nach etwa $\frac{3}{4}$ Jahren auf eine zufällig im Konstruktionsbüro frei werdende Ingenieurstelle übertreten. Rasch arbeitete sich Helmholtz voran und zeigte solche Begabung und derartiges Können, daß er nach $3\frac{1}{2}$ jähriger Tätigkeit — 29jährig — als Leiter des Konstruktionsbüros in das Stammwerk der Kraufsschen Fabrik am Marsfeld berufen wurde.

Von 1881 bis zu seinem Eintritt in den Ruhestand am 1. Januar 1918 ist von Helmholtz diesem Werk, das von 1872 bis 1917 unter Anton Hurlers trefflicher Leitung stand, treu geblieben, fast 40 Jahre leitete er die Lokomotivkonstruktion, vielfach neue erfolgreiche Wege beschreitend.

Von seinen technischen Leistungen seien — in zeitlicher Folge geordnet — nachstehende genannt:

1884 Die Schaffung einer kinematischen Abart der Walschaerts-Heusinger-Steuerung, gekennzeichnet durch eine werkstattentechnisch einfachere, *gerade Kulis*²⁾. Diese Steuerungsbauart, welche bemerkenswerterweise keine höhere Zahl von Gelenken und Prismenführungen enthält, als die gewöhnliche Heusinger-Steuerung, wurde erstmals bei einer D-Berg-Tenderlokomotive ausgeführt, mit welcher sich die Kraufssche Lokomotivfabrik an der Arlberg-Konkurrenz von 1884 beteiligte. Die Helmholtz-Kulis ist seither an mehreren tausend Lokomotiven zur Anwendung gekommen.

1885 Die innerhalb eines festen Radstandes angeordnete, seitlich frei verschiebbare Kuppelachse, erstmals ausgeführt an einer C-Tenderlokomotive für die Eisenbahn der Carrara-Marmorbrüche³⁾, in der ausgesprochenen Absicht, den Seitenschub der Mittelachse unmittelbar an die Schiene statt — wie bisher an den Rahmen — abzugeben und hiermit die Abnutzungsverhältnisse an den Spurkränzen der anderen Achsen und am Geleise zu verbessern. Die Betriebserfahrungen mit dieser und ähnlichen Lokomotiven führten zur Erkenntnis der Zweckmäßigkeit der Verteilung des Führungsdruckes auf mehrere Spurkränze und damit zu einer der wichtigsten fahrzeugtechnischen Erkenntnisse der Neuzeit.

1885 erfolgte die bauliche Durchbildung der von Adolf Klose entworfenen Kurvenlokomotive¹⁾ mit radial einstellbaren Kuppelachsen. Helmholtz erkannte die Notwendigkeit der Einbeziehung des Differentialkopfes in die Zwangläufigkeit des Triebwerks und bestand auf Hinzufügung eines diesem Zwecke dienenden, bis dahin noch nicht vorgesehenen Mechanismus. Die für die Bosnabahn mit 25 m kleinstem Krümmungshalb-



¹⁾ Die Ziffern beziehen sich auf die auf Seite 349 des Heftes angefügte Literaturzusammenstellung.

messer auf freier Strecke gelieferte C1 Probelokomotive entsprach trotz der Vielteiligkeit ihres Triebwerkes derart, daß dieses System bei der genannten Bahn zur Alleinherrschaft gelangte und dort etwa 25 Jahre lang bis zur Beseitigung der schärfsten Krümmungen durch Verlegung der Trasse beibehalten wurde. Auch auf der Württembergischen Staatsbahn gelangte diese Triebwerksbauart unter Klose zu beträchtlicher Verbreitung⁵⁾.

1888 veröffentlichte Helmholtz in der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure⁶⁾ eine Abhandlung, welche ihn rasch in weiten Kreisen bekannt machte: »Die Ursachen der Abnutzung von Spurkränzen und Schienen in Bahnkrümmungen und die konstruktiven Mittel zu deren Verminderung.«

Er unterzog hierin die verschiedenen bisher erdachten Krümmungsbeweglichkeitsmittel einer kritischen Betrachtung und stellte — wenn auch zunächst nur in angenäherter Erkenntnis der heute mathematisch festgelegten Wahrheiten — feste Grundsätze für die Erbauung krümmungsschmiegsamer Eisenbahnfahrzeuge auf. Die Arbeit lenkte die Aufmerksamkeit vieler auf ein bisher zwar beachtetes, aber noch wenig geklärtes Gebiet; sie veranlaßte den tatkräftigen Leiter der Kraufsschen Filialfabrik in Linz/Donau, Matthias Fasbender, zur Anfertigung eines Modells, welches in der weiteren Entwicklung der Fahrzeugtechnik eine wichtige Rolle gespielt hat. Mit dessen Hilfe wurde nämlich Karl Gölsdorf, der zunächst eine ablehnende Haltung eingenommen hatte, von der Richtigkeit der Helmholtzschen Ausführungen durch den Augenschein überzeugt. Hierdurch wurde der gewaltige Aufschwung des österreichischen Lokomotivbaues ausgelöst, den Gölsdorf mit der Schaffung seiner berühmten, fahrzeugtechnisch nach Helmholtzschen Grundsätzen angeordneten 1 D Arlberg-Schnellzuglokomotive vom Jahr 1897⁷⁾ einleitete.

1888 kam die erste Lokomotive mit einem aus einer radial verdrehbaren Laufachse und einer parallel verschiebbaren Kuppelachse »kombinierten Kraufsschen Drehgestell« zur Ausführung, die C1 Berg-Tenderlokomotive Gattung D VIII der ehemals Bayerischen Staatsbahn⁸⁾. Die neue Drehgestellbauart erwies sich vom Standpunkt der Sicherheit und Güte der Führung und unter dem Gesichtspunkt verminderter Spurkränzenabnutzung als voller Erfolg; tausende von Lokomotiven sind seither mit Helmholtz-Drehgestell entweder der ursprünglichen Bauform 1888 oder einer seiner zahlreichen Abarten versehen, viele Achsanordnungen von Dampf- und Elektrolokomotiven für alle Geschwindigkeitsbereiche sind entwickelt worden.

Die Ende der 80er Jahre des vergangenen Jahrhunderts gehören der Mitarbeit an der Einführung und Verbesserung der von Mallet erdachten Zweizylinder-Verbundlokomotive. Die Bayerische Staatsbahn hatte sich für die Lindnersche Anfahrvorrichtung (sogenannte alte Bauart von 1888 mit Kreuzhahn und Entlastungskanal im Hochdruckschieber) entschieden. Helmholtz verbesserte den Anfahrvorgang in erfolgreicher Weise dadurch, daß er der genannten Anfahrvorrichtung einen Unterbrechungsschieber hinzufügte, der die Überströmung auf die Niederdruckseite in den kritischen Kurbelstellungen aufhebt.

1896 entstand anlässlich der zweiten bayerischen Landesausstellung zu Nürnberg die Lokomotive mit Hilfstriebwerk, mit sogenannter Vorspannachse, womit ein heute noch aktuelles Problem, die Vergrößerung der Reibungszugkraft während des Anfahrsvorgangs, erstmals technisch einwandfrei gelöst wurde. Die erste Lokomotive, bei welcher dieser Gedanke praktisch brauchbar verwirklicht wurde, war die bekannte 2(A)A1 Verbund-Schnellzuglokomotive der ehemaligen Bayerischen Staatsbahn⁹⁾. Sie blieb in dieser Form von 1896 bis 1907, wo sie Opfer eines Eisenbahnunfalles wurde, im Betrieb; der Doppelpurpose der Konstruktion: Erhöhung der Anfahrzugkraft und

Verminderung des Brennstoffverbrauchs bei geringeren Zugkräften und höheren Geschwindigkeiten wurde erreicht. Im Jahre 1900 folgte anlässlich der Pariser Weltausstellung eine 1(A)1B1 Innenzylinder-Verbund-Schnellzuglokomotive sehr beträchtlicher Abmessungen, welche von der ehemaligen Pfalzbahn übernommen wurde¹⁰⁾. Das von Helmholtz angeschnittene Problem ist im letzten Jahrzehnt mehrfach wieder aufgerollt worden, vor allem in Amerika und England, wo Lokomotiven mit Booster, d. h. mit einer oder mehreren Hilfstreibachsen unter Einbau einer schnelllaufenden Hilfsmaschine ausgeführt wurden.

1898 schuf Helmholtz die erste Lokomotive mit über die Spurweite verbreiteter, dabei tiefer Feuerbüchse, die bekannte 2B1 Innenzylinder Sz-Lokomotive der ehemaligen bayerischen Pfalzbahn¹²⁾, welche als erste im Gebiet des Vereins Deutscher Eisenbahnverwaltungen mit ihrer Leistung 1000 PS überschritt und die um die Jahrhundertwende einsetzende starke Entwicklung des deutschen Sz-Lokomotivbaues einleitete.

1904 entstand auf Grund besonderer Geschwindigkeitsanforderungen an meterspurige Personenzuglokomotiven ein Abart des Engerthschen Stütztenders¹³⁾, welche den baulich unbequemen, vor der Feuerbüchse gelegenen Engerthschen Drehzapfen kinematisch ersetzte. Derartige Stütztenderlokomotiven fanden in Spanien eine bemerkenswerte Verbreitung.

1909 griff von Helmholtz auf die von Caillet¹⁴⁾ angegebene, elastisch verschiebbar gelagerte Endkuppelachse zurück und zwar an der seinerzeit mit möglichst geringen Geldmitteln zu erbauenden 1 B Heißdampf-Tenderlokomotive der ehemaligen Bayerischen Staatsbahn »für leichte Züge« (Gattung Pt 2/3)¹⁵⁾. Diese Kuppelachslagerung hat sich für Höchstgeschwindigkeiten bis etwa 70 km/Std. als zweckmäßig erwiesen.

Das letzte Jahrzehnt seiner Tätigkeit gehört vorwiegend der Entwicklung neuer Achsanordnungen, insbesondere schwerer Schmalspurlokomotiven, unter diesen einer D-Tenderlokomotive, bei welcher alle Achsen einschließlich der Treibachse entweder verschiebbar oder verdrehbar sind¹⁶⁾. Weiter sei eine 1 D-Schmalspur-Tenderlokomotive mit vorderem Helmholtz- und hinterem Beugnot-Drehgestell erwähnt¹⁷⁾. Als letzte Vollbahnlokomotive schuf Helmholtz die 1 C 2 Personenzug-Tenderlokomotive der ehemaligen Bayerischen Pfalz- und Staatsbahn¹⁸⁾, welche das Prinzip, eine Lokomotive in beiden Fahrrichtungen bestens, d. h. durch Drehgestelle zu führen und sie hierbei stark krümmungsschmiegsam zu machen, treffend verkörpert.

Seit 1918 lebt von Helmholtz im Ruhestand, vorwiegend lokomotiv-geschichtlichen Studien — vor allem des deutschen Eisenbahnwesens — sich widmend.

An Ehrungen wurden dem geschätzten Konstrukteur zuteil: sein Drehgestell wurde im Jahre 1896 vom Verein Deutscher Eisenbahnverwaltungen preisgekrönt, die Technische Hochschule Danzig verlieh ihm im Jahre 1913 die Würde eines Doktor-Ingenieurs ehrenhalber.

Der deutsche Lokomotivbau und die deutschen technischen Hochschulen wissen die Bedeutung dieses Ingenieurs wohl zu würdigen: zahlreiche Dampf- und elektrische Lokomotiven sind nach Helmholtzschen Grundsätzen, von denen die Verteilung des Führungsdruckes auf mehrere Spurkränze an erster Stelle steht, mit Erfolg erbaut, die fahrzeugtechnischen Gesichtspunkte, nach denen Lokomotiven zu entwerfen sind, werden an allen deutschen technischen Hochschulen gelehrt.

Möge dem verdienstvollen Förderer des deutschen Lokomotivbaues, dessen liebenswürdiges und bescheidenes Wesen allen, die je mit ihm in Berührung gekommen sind, unvergesslich ist, ein gesegnetes Alter beschieden sein!

München, 8. September 1927. Georg Lotter.

Die Spurkranzreibung.

Von Dr. Ing. Bäseler, München.

Herrn Dr. Ing. e. h. Richard von Helmholtz, einem der Pioniere der Wissenschaft vom Spurkranz, zugeeignet.

Vorwort.

In meinen im Jahre 1903 erschienenen Untersuchungen über die Bewegung von Lokomotiven mit Drehgestellen in Bahnkrümmungen, wurde von mir die Behandlung des Bogenlaufs der Eisenbahnfahrzeuge, die bis dahin auf der für einfache Achsanordnungen ja angenähert zutreffenden, dem Gefühl und der Erfahrung entsprechenden Annahme der Radialstellung der hinteren Fahrzeugachse beruhte, auf eine strenge mathematische Grundlage gestellt. Dabei wurde jedoch für die führenden Räder die vereinfachende Annahme der Einpunktberührung gemacht, wodurch die Berechnung des Krümmungswiderstandes gegenüber den tatsächlichen Verhältnissen, nach denen Führung und Unterstützung im allgemeinen in zwei getrennten Punkten erfolgt, etwas zu niedrig ausfiel.

Dr. Bäseler hat in der vorliegenden Untersuchung die Bewegungs- und Kraftverhältnisse an einem normal geführten Radsatz nach den Grundanschauungen der Mechanik in strenger mathematischer Beweisführung behandelt und dadurch das schwierige Problem für die Erkenntnis aufgehellt. Im Anschluß daran berechnet er mit Hilfe der Gleichgewichtsgleichungen auf dem Wege über einfachere Fälle den Führungsdruck und Gesamtkrümmungswiderstand eines zweiachsigen Eisenbahnfahrzeugs mit normalen Radsätzen und normalem Achsstand mit dem Ziel, den Unterschied bei strenger Führung und bei Spurerweiterung festzustellen.

Führt das an einem Einzelfall ermittelte Maß dieses Unterschiedes auch nicht zu der zwingenden Forderung die Spurerweiterung zu beseitigen, so zeigt die theoretische Untersuchung doch, daß vom Standpunkt des Führungsdruckes und des Krümmungswiderstandes eine Verringerung der Spurerweiterung in fördernder Richtung liegt. Dr. Ing. H. Uebelacker.

Die Erfahrung, daß sich in einem Gleisbogen Schiene und Spurkranz abnutzen, ist so alt wie die Eisenbahn. Trotzdem gibt es bisher noch keine genaue Darstellung der Kräftewirkungen, die dieser Erscheinung zugrunde liegen — was eigentlich verwunderlich erscheint; hängt doch von der Lösung des Problems eine Frage von größter Bedeutung ab, nämlich die, ob und wie es einzurichten sei, daß ein Spurfahrzeug klaglos beliebig scharfe Krümmungen befährt.

Die Erkenntnis, daß man sich bisher in dieser Beziehung meistens sehr wenig zutreffenden Anschauungen hingegeben hat, ist inzwischen ziemlich allgemein geworden*). Ein wesentlicher Grund für diese war, außer der Schwierigkeit der Aufgabe, die Tatsache, daß es sich um ein Grenzgebiet zwischen Maschinenbau und Gleisbau handelt. Lomonossoff**) hat in einer groß angelegten Darstellung des Werdeganges der Lokomotive gezeigt, wie stark schon bei den senkrechten Raddrücken der Grenzcharakter die richtige Erkenntnis hintangehalten hat; das gilt noch viel mehr von den wagrechten Raddrücken, obwohl sie, zum Teil wenigstens, leichter zu fassen sind als jene. Wie aus Lomonossoffs Darstellung zu ersehen ist, sind an der Lösung jener Fragen Männer beteiligt, die in der Geschichte der Mechanik einen Namen haben, wie de St. Venant und Timoschenko; es erscheint fast verwunderlich, daß die Ermittlung der horizontalen Kräfte noch aussteht.

Immerhin ist die Aufgabe schwer genug, obwohl sie, wie wir sehen werden, statisch bestimmt ist. Aber die allgemeine räumliche Bewegung eines starren Körpers gehört schon rein kinematisch zu den schwierigsten Kapiteln der Mechanik. Es ist nicht möglich, daß jeder Eisenbahner diese Dinge kennt, geschweige denn beherrscht; wohl aber muß verlangt werden, daß diejenigen sie sich in der Hauptsache zu eigen machen, die mit der Konstruktion von Fahrzeugen und Gleis zu tun haben.

Die nachfolgende Darstellung ist nach Möglichkeit so gefaßt, daß auch derjenige eine Anschauung gewinnen kann, der die mathematischen Ableitungen übergeht.

*) S. „Spurerweiterung oder nicht?“ Z. d. V. D. E. V. 1926, Nr. 8 bis 10, 12 bis 13 und die „einfache Eisenbahn“. Z. d. V. D. E. V. 1927, Nr. 27 bis 29.

**) Organ 1926, Nr. 17 und 18: „Der hundertjährige Werdegang der Lokomotive“.

An Versuchen, der Spurkranzreibung beizukommen, hat es nicht gefehlt; aber mir ist nur ein ernsthafter, von richtigen Grundlagen ausgehender Angriff auf das Problem bekannt geworden; das ist der von Haug*). Wie weit er wirklich zum Ziele geführt hat, sei hier dahingestellt; jedenfalls ist es nicht ganz leicht, aus seinen Darlegungen ein gutes Bild zu gewinnen.

Das liegt zum Teil an einer eigentümlichen Schwierigkeit der Aufgabe. Die Kräfte, um deren Ermittlung es sich handelt, sind klein, treten aber zusammen mit anderen auf, die von der ersten Ordnung groß sind. Da man nun gewisse Vernachlässigungen nicht ganz vermeiden kann, ist es einigermaßen schwer, sich klar zu werden, ob nicht die zu bestimmenden Kräfte dadurch beeinflusst werden. Wir wollen hier gleich eine Gruppe von Kräften erwähnen, die von vornherein ausgeschieden werden, das sind die vermehrten Widerstände in den Achslagern. Wir werden sehen, daß bei der Kurvenbewegung in den Achslagern sowohl achsiale wie radiale zusätzliche Kräfte übertragen werden, die von der Größenordnung der Raddrücke sind. Infolgedessen tritt eine Vergrößerung des Widerstandes in den Achslagern ein, die von der Ordnung der Kurvenreibung ist. Die Kräfte sind nicht schwer zu berechnen, bleiben aber hier außer Ansatz; die Lager gelten als reibungslos.

An den Ausgangspunkt stellen wir die rein kinematische Frage, welche Bewegungen ein Radsatz in einer Gleiskrümmung überhaupt machen kann, und durch welche Angaben seine Gesamtbewegung genügend und möglichst einfach bestimmt ist. Wenn in Abb. 1 das Viereck A_1, A'_1, A_5, A'_5 irgend ein Fahrzeug bedeutet, so kann man von dem Kreismittelpunkt auf die Fahrzeuglängsachse das Lot fallen. Es trifft diese in dem Punkte M, der von Uebelacker als Reibungsmittelpunkt bezeichnet worden ist. Wenn man von ihm die Strahlen nach den Radlauflagerpunkten zieht, so geben die darauf Senkrechten unter gewissen Voraussetzungen die Gleitwege der Räder an.

*) Organ 1913, Nr. 20. Nach Fertigstellung des Aufsatzes erschien die Arbeit von Prof. Jahn (Z. d. V. D. E. V. 1927, Nr. 16). Er stimmt den früheren Darlegungen des Verfassers, wonach der Krümmungswiderstand bei Verengung der Spur heruntergeht, in allem Wesentlichen zu und es darf deshalb seine Arbeit als bedeutungsvoller Fortschritt der Frage begrüßt werden. Zu den Rechnungsergebnissen wird noch im einzelnen Stellung genommen werden.

Wir nehmen die Stellung des Fahrzeugs und damit den Punkt M als bekannt an. Häufig trifft das bei Stellung einer bestimmten Aufgabe wirklich zu, wenn nämlich die Führung des Fahrzeugs sowohl an der Innen- als an der Aufschiene erfolgt; die Stellung des Fahrzeugs ist dann geometrisch bestimmt. Wenn das Fahrzeug nur an der Aufschiene führt, ist die Stellung statisch bestimmt; man kann dann M zunächst angenähert nach Heumann oder Uebelacker — also unter Voraussetzung der Druckrollenführung — ermitteln, oder man sucht unmittelbar das wirkliche M , indem man die zwanglose Führung als einen Grenzfall betrachtet, der bei Vergrößerung der Spur einmal eintritt.

Für eine einzelne Achse darf also als bekannt gelten, daß sie in einem Rahmen geführt ist, der ihre Bewegung bestimmt, außer der Größe der Drehung in den Achslagern, die noch beliebig ist. Die Bewegung des Rahmens selbst ist bekannt; es ist eine gleichförmige Drehung um den Mittelpunkt O .

Wenn eine Achse genau in den Radius OM fällt, so sagen wir: sie stehe radial. Die meisten Achsen stehen nicht radial. Es ist eine oft gestellte Frage, ob eine Achse die Gleitungen parallel zur Längsachse des Fahrzeugs mehr auf der Außen- oder der Innenschiene vollziehe, ob das Außenrad mehr nach vorn oder das Innenrad mehr nach hinten rutsche. Für eine radial stehende Achse läßt sich diese Frage nicht

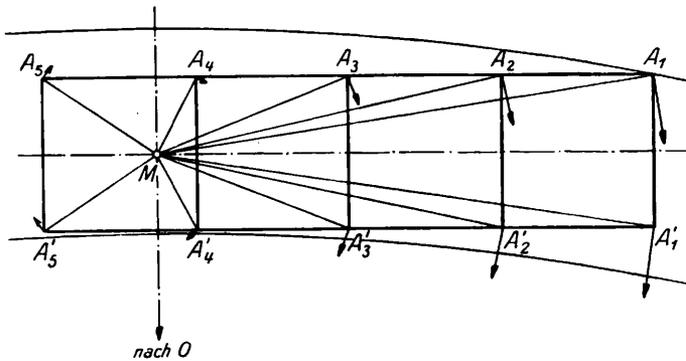


Abb. 1. Reibungsmittelpunkt.

immer beantworten. Ihr wird vom Rahmen außer der Rollbewegung, die sie vollführt, eine Drehung um eine lotrechte Achse aufgezwungen. Dadurch entstehen Reibungskräfte in Richtung der Radebenen. Am Außenrad wirkt die Kraft Q nach hinten, am Innenrad nach vorn. Sind Q und f auf beiden Seiten genau gleich, so ist die Achse bezüglich der Drehung in einem labilen Zustand; ein kleines Übergewicht auf einer Seite gibt den Ausschlag, auf welchem Rade das Rollen stattfindet. Bei nicht radial stehenden Achsen ist die Aufgabe hingegen bestimmt, weil die Quergleitung hinzutritt, und die Längskräfte und -Wege von dieser nicht abhängig sind.

Zur Vereinfachung nehmen wir die Räder gleich groß an, vernachlässigen also die Kegelform der Radreifen. Daß diese die Verhältnisse im ganzen nur unwesentlich ändert, ist früher bewiesen worden*). Man wird freilich bemerken, daß bei der folgenden Untersuchung Kräfte berücksichtigt sind, die weit unter denen liegen, die die Kegelform bewirken würde, aber man wird zugleich die Berechtigung dieses Verfahrens erkennen; man muß daselbst, um die richtige Einsicht in die Vorgänge zu gewinnen, einen einmal gemachten Ansatz scharf durchrechnen, auch wenn der Ansatz selbst nicht so scharf ist. Ein Radsatz besteht also bei unserer Rechnung aus zwei gleichen Scheiben (den Laufkreisen); sie sollen 1 m Durchmesser ($r = 0,5$ m) und einen Abstand von 1,5 m ($= s$) haben.

*) „Spurerweiterung oder nicht?“ Z. d. V. D. E. V. 1926, Nr. 8 bis 10, 12, 13, Seite 197.

Radial stehende Achse.

Wir wollen nun überlegen, wie man für eine radial stehende Achse die Gesamtbewegung am einfachsten angeben kann. Ihre hauptsächlichste und alles andere weit überdeckende Bewegung ist im allgemeinen das Rollen. Es erfolgt um eine Achse, die durch die Auflagerpunkte der Räder geht und nach dem Kreismittelpunkt gerichtet ist. Wir wollen diese Gerade, von der wir öfters Gebrauch machen müssen, als Grundlinie der Achse bezeichnen. Beim reinen Rollen bleibt diese Gerade, als Momentanachse, für eine unendlich kleine Bewegung in Ruhe, sie hebt sich nur etwas von den Schienen ab, aber um einen Betrag, der von der zweiten Ordnung klein ist.

Die Achse macht noch eine zweite Drehbewegung, nämlich um eine vertikale Achse. Auf die Bestimmung ihrer Art und Lage kommt es vor allem an. Wenn wir annehmen, daß, wie es ja eintreten kann, das Außenrad um ebensoviel nach vorn gleitet, wie das Innenrad nach hinten, so wird ein Kreis vom Raddurchmesser (1 m), den man sich in Achsmittelpunkt denkt, gerade ein reines Rollen ausführen, und zwar auf einem Kreis vom Halbmesser R , der in Gleismitte liegt (Abb. 2). Wir werden sehen, daß man immer einen solchen Kreis vom Raddurchmesser angeben kann, der auf einem ent-

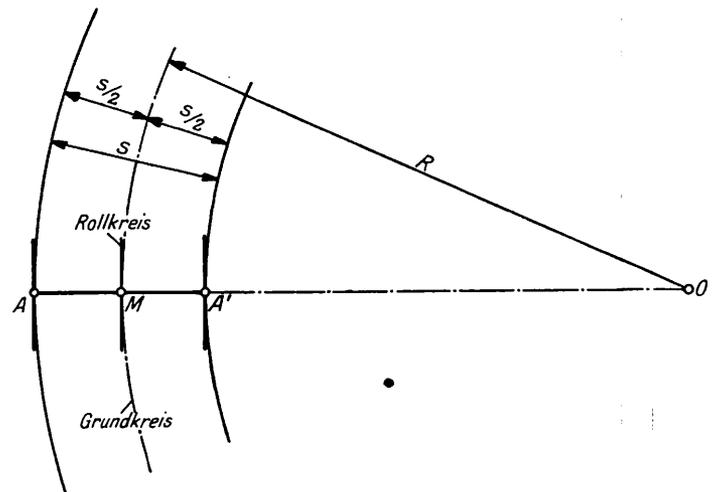


Abb. 2. Rollkreis (in der Abb. in Gleismitte angenommen).

sprechenden im Grundriss liegenden Kreis abrollt, nur braucht er nicht in der Mitte der Achse bzw. in Gleismitte zu liegen. Wir wollen die beiden Kreise in Anlehnung an die Theorie der Zahnräder als Teilkreise bezeichnen, und zwar den an der Achse als Rollkreis, den im Gleis als Grundkreis.

Auch für die beiden Drehbewegungen wollen wir besondere Namen einführen. Die Drehung um die horizontale Achse heiße das Rollen, die um die vertikale Achse das Wenden. Entsprechend: Winkelgeschwindigkeit der Rollbewegung oder Rollgeschwindigkeit (u_r , siehe unten), Winkelgeschwindigkeit der Wendebewegung oder Wendegeschwindigkeit (u_w), Rollwinkel ($d\psi$), Wendewinkel ($d\varphi$), Elementarrollung, Elementarwendung.

Zwischen den beiden Teilkreisen bestehen einige einfache Beziehungen. Wir wählen ein Koordinatensystem und zwar so, daß die X-Richtung parallel der Fahrzeuglängsachse geht, die Y-Richtung quer dazu und die Z-Richtung senkrecht nach oben (Abb. 3). Wenn sich der Mittelpunkt des Rollkreises um eine kleine Strecke dx vorwärts bewegt, so ist er um einen gewissen Winkel $d\psi$ vorwärts gerollt, hatte dabei auf dem Grundkreis einen kleinen Bogen $Rd\varphi$ zurückgelegt und sich selbst um seine Vertikalachse um den Winkel $d\varphi$ gedreht.

Es gilt dann: $dx = R d\varphi = r d\psi$
und $\frac{dx}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = r \frac{d\psi}{dt}$.

Bezeichnen wir $\frac{d\varphi}{dt}$ mit u_z und $\frac{d\psi}{dt}$ mit u_y , so ist

$$R u_z = r u_y \text{ oder } \frac{u_z}{u_y} = \frac{r}{R}$$

d. h. die Winkelgeschwindigkeit der Wendebewegung verhält sich zu der der Rollbewegung, wie der Radhalbmesser zum Kurvenhalbmesser. Wir wollen für die späteren Zahlenrechnungen eine bestimmte Geschwindigkeit zugrunde legen, und zwar soll sich das Fahrzeug so schnell bewegen, daß ein Rad von 1 m Durchmesser, das frei auf dem in Gleismitte liegenden Kreis abrollen kann, in einer Sekunde einmal umläuft. Die Bahngeschwindigkeit v_x ist also, auf Fahrzeugmitte bezogen, $2r\pi = 2 \cdot 0,5 \cdot \pi = 3,14159$ [m sec⁻¹] oder 11,3 km/Std. Liegt für eine Achse, wie eben angenommen, der Rollkreis in Gleismitte, so ist $u_y = 2\pi$ [sec⁻¹]. Ist der Halbmesser der Kurve, auf Gleismitte bezogen, 180 m, was für die folgenden Rechnungen stets zugrunde gelegt wird, falls nichts anderes gesagt ist, so ist $u_z = \frac{r}{R} 2\pi = \frac{0,5}{180} \cdot 2\pi = \frac{1}{360} \cdot 2\pi$ [sec⁻¹]. Das Fahrzeug wird in 360 Sek. oder 6 Min. einmal die ganze Kurve durchlaufen.

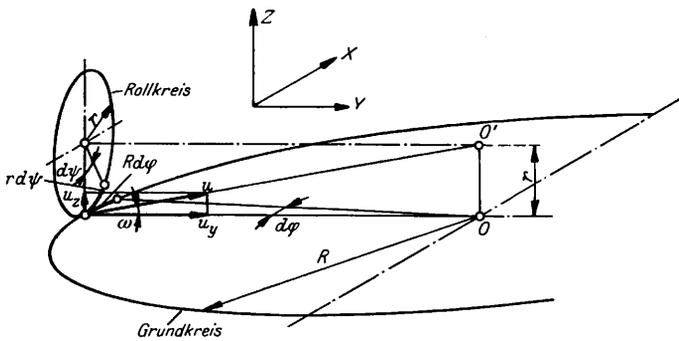


Abb. 3. Abrollen des Rollkreises auf dem Grundkreis.

Die beiden Winkelgeschwindigkeiten u_y und u_z kann man nach bekannten Regeln der Mechanik zu einer resultierenden Winkelgeschwindigkeit u zusammenfassen, und es ist

$$u^2 = u_y^2 + u_z^2$$

Die resultierende Winkelgeschwindigkeit zeigt nach einem Punkt O' , der um $r = 0,5$ m über dem Kreismittelpunkt liegt. Der Winkel, den sie mit der Y-Achse bildet, ist gegeben durch $\text{tg } \omega = \frac{u_z}{u_y} = \frac{r}{R}$ also gewöhnlich sehr klein, bei 180 m Halbmesser $= \frac{1}{360}$.

Wenn der Rollkreis nicht in Gleismitte liegt, so läßt sich ein Grundkreis von einem etwas anderen Halbmesser R' angeben, auf dem er abrollt. Die vorausgehenden Betrachtungen bleiben ungeändert, nur daß R' statt R , u'_y statt u_y , $d\varphi'$ statt $d\varphi$ zu setzen ist. u_z bleibt ungeändert.

Die Änderungen an R sind gewöhnlich nicht groß, meist nur einige Dezimeter. Äußerstenfalls, wenn eine Achse auf dem einen Rade rein rollt, ist $R' = R - \frac{s}{2} = R - 0,75$. In besonderen Fällen kann die Änderung an R recht groß sein. Bei einer stark ziehenden Achse vergrößert sich R um mehrere Meter, was z. B. bei der Achse eines Straßenbahnwagens in einer 10 m Kurve nicht vernachlässigt werden kann. Bei einer festgebremsten Achse ist $R' = 0$, $u_y = 0$.

Die Bewegung einer radial laufenden Achse ist also bekannt, wenn die Lage des Rollkreises angegeben werden kann, etwa durch Angabe von R' oder das Maß ΔR , um das der Rollkreis seitlich der Mitte liegt, wobei $\Delta R = R - R'$

ist. Die Bewegung des Rollkreises läßt sich anschaulich darstellen, wenn man aus ihm und dem Grundkreis Kegel mit der Spitze O' bildet. Die beiden Kegel (»Grundkegel« und »Rollkegel«) rollen dann aufeinander ab und man erkennt deutlich, daß ihre gemeinsame Berührungsgerade die Achse der resultierenden Winkelgeschwindigkeit u ist.

Es ist nötig, sich den Zusammenhang zwischen u_y und u_z noch etwas genauer klar zu machen (Abb. 4). Wir hatten gesagt, der Rollkreis verschöbe sich um das Maß ΔR . Wir könnten statt dessen auch sagen, der Rollkreis behalte seine Lage, sein Halbmesser r vergrößere sich aber um das Maß c , wobei $c = \Delta R \cdot \text{tg } \omega$ ist. Das Maß c ist stets sehr klein, 1 bis 1 1/2 mm; die Angabe des viel größeren ΔR ist also anschaulicher.

Es bestehen folgende Beziehungen:

$$\frac{c}{\Delta R} = \frac{r}{R'} = \frac{u_z}{u_y} = \text{tg } \omega$$

Da u_z konstant ist, so verkleinert sich u_y in demselben Maße wie R' gegenüber R . Ist u_{y0} diejenige Rollgeschwindigkeit, die die Achse hat, wenn der Grundkreis in Gleismitte liegt, also

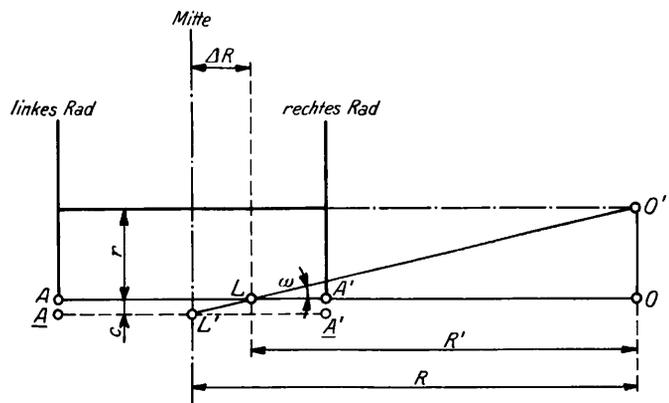


Abb. 4. Zusammenhang zwischen c und ΔR .

$$u_{y0} = u_z \cdot \frac{R}{r}, \text{ so ist } u_y = u_{y0} \cdot \frac{R'}{R} = u_{y0} \cdot \frac{R - \Delta R}{R} = u_{y0} \cdot \left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right) = u_z \cdot \frac{R - \Delta R}{r}$$

Gerade so gut kann man auch ansetzen:

$$u_y = u_z \frac{R}{r + c} = u_z \frac{R}{r + \Delta R \cdot \frac{r}{R - \Delta R}} = u_z \frac{R - \Delta R}{R}$$

Man fragt gewöhnlich, wo die lotrechte Achse liegt, um die der Radsatz »wendet«. Augenscheinlich ist es diejenige, die durch den Punkt L geht. Man kann die Bewegung des Radsatzes so beschreiben: Er macht zuerst eine Elementarrollung um die wagrechte Achse (Grundlinie) AA' , welche dabei in Ruhe bleibt, und sodann eine Elementarwendung um die Lotachse in Punkt L , der auf dieser Geraden liegt. Man könnte aber ebenso gut sagen, daß die Wendung immer um diejenige Lotachse erfolgt, die durch L' , also auch durch die Mitte der Grundlinie geht; nur muß man dann als zugehörige Rollachse die Gerade AA' nehmen und diese ist unanschaulich, da sie von Punkten ausgeht, die an dem Radsatz nicht materiell verwirklicht sind. Daß diese Willkür besteht, liegt einfach daran, daß man eine resultierende Winkelgeschwindigkeit an jedem Punkte ihrer Richtungslinie in ihre Komponenten zerlegen kann.

Da die Rollgeschwindigkeit immer sehr groß ist gegenüber der Wendegeschwindigkeit und auch gegenüber der gleich zu nennenden Seitenverschiebung, so erleichtert es die Betrachtungen ungemein, wenn man nur die beiden letzteren betrachtet. Die meisten Rechnungen beruhen auf dieser Grundlage. Sie ist ohne weiteres zu brauchen, wenn die Rollung für das

Kräftepiel bedeutungslos ist, d. h. ohne Widerstand erfolgt. Bei Achsen, die mit dem Spurring anlaufen, stammt aber der weit überwiegende Teil der Spurringreibung von der Rollbewegung; hier kann man sie also nicht vernachlässigen und das ist ein weiterer Grund, der die Behandlung der Spurringreibung so schwierig macht.

Nicht radial stehende Achse.

Für eine nicht radial stehende Achse ist die Darstellung der Bewegung weniger einfach (Abb. 5). Wir können auch hier einen Rollkreis angeben, der auf einem Grundkreis abrollt, nur daß er außer der reinen Rollung eine gleitende Seitenverschiebung erfährt. Nehmen wir wieder an, er liege in Achsmittle. Der Winkel α , der die Schiefstellung bezeichnet, ist gegeben durch $\sin \alpha = \frac{p}{R}$, wenn p der Abstand der Achse vom Reibungsmittelpunkt ist. α ist praktisch gleich dem entsprechenden, am äußeren Rade gemessenen Winkel, dem An-

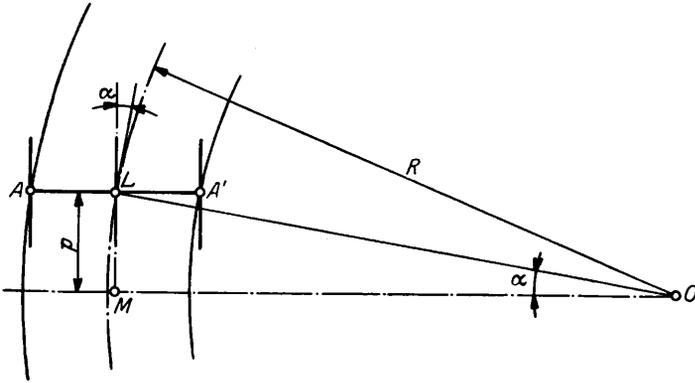


Abb. 5.

Nicht radial stehende Achse, (Rollkreis in Gleismitte angenommen).

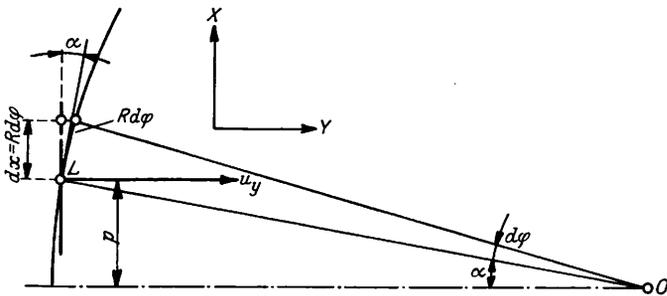


Abb. 6. Seitenverschiebung ($dy = a R d\varphi = p d\varphi$).

laufwinkel und immer so klein, daß $\sin \alpha = \alpha$ gesetzt werden kann.

Die Größe der Querverschiebung (Abb. 6) bei einem Rollweg $R d\varphi$ ist $dy = \alpha \cdot dx = \alpha \cdot R d\varphi = p d\varphi$ und die Gleitgeschwindigkeit $v_y = p \frac{d\varphi}{dt} = p \cdot u_z$. Da dx und $R d\varphi$ sich

praktisch nicht unterscheiden, so macht der Rollkreis auf dem Grundkreis gerade so viele Umdrehungen wie in radialer Stellung; es sind weder u_y noch u_z geändert. Wir können also die Bewegung des Rollkreises so beschreiben: er rollt mit der Winkelgeschwindigkeit u_y um eine durch seinen Auflagerpunkt gehende horizontale und zur Y-Richtung parallele Achse, er dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit u_z um eine durch seinen Auflagerpunkt gehende, senkrechte Achse und er wird dabei mit der Geschwindigkeit $v_y = p \cdot u_z$ in der Y-Richtung verschoben.

Wir werden praktisch immer mit diesen Bewegungskomponenten rechnen. Für die Gesamtanschauung ist es aber wünschenswert, sie zu einer Resultierenden zusammenzufassen. Bekanntlich läßt sich jede Elementarbewegung, auch

die allgemeinste, die ein Körper im Raume ausführen kann, als eine »Elementarschraubung« darstellen, d. h. der Körper bewegt sich längs einer gegebenen Geraden und dreht sich dabei um dieselbe. Diese Schraubenachse müssen wir angeben.

Wir betrachten die Gerade LM, die von dem Auflagerpunkt des Rollkreises L nach dem Reibungsmittelpunkt M gezogen ist; sie hat die Länge p . Nachdem wir wissen, daß der Rollkreis sich mit einer Geschwindigkeit u_z um eine senkrechte Achse dreht und der Punkt L sich mit der Geschwindigkeit $p \cdot u_z$ seitlich bewegt, können wir diese beiden Bewegungsanteile zusammenfassen zu einer Drehung um eine senkrechte Achse in Punkt M mit der Wendegeschwindigkeit u_z . Es entsteht also jetzt die Aufgabe, die Achse und die Größe der Elementarschraubung für einen Körper anzugeben, der sich mit gegebenen Winkelgeschwindigkeiten um zwei zueinander senkrechte Achsen dreht, die den Abstand $LM = p$ voneinander haben und wobei eine Drehung um diese Gerade LM nicht stattfindet (Abb. 7).

Wir wissen zunächst, daß die beiden Drehungen wie früher zu einer resultierenden Drehung zusammengefaßt werden können. Zeichnen wir irgendwo im Raume die Winkelgeschwindigkeit u_y (Abb. 7a), und senkrecht dazu die Winkelgeschwindigkeit u_z , die sich wie $R:r$ verhalten, so gibt $u = \sqrt{u_y^2 + u_z^2}$ die resultierende Winkelgeschwindigkeit. Sie ist also nach Größe und Richtung

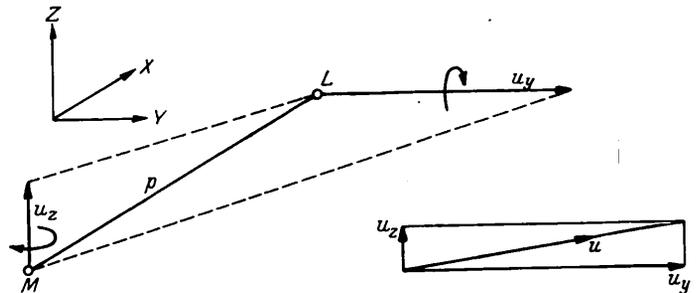


Abb. 7.

Abb. 7a.

Abb. 7. Drehung der den Radsatz darstellenden Geraden LM um zwei zueinander senkrechte Achsen.

Abb. 7a. Zusammensetzen der resultierenden Winkelgeschwindigkeit.

dieselbe, wie bei radialer Stellung. Eine X-Komponente enthält sie nicht, da das ein Abheben des Radsatzes von der Schienenenebene bedeuten würde. Die gesuchte Schraubenachse muß u parallel gehen; es bleibt noch ihre Lage im Körper und die Größe der Geschwindigkeit längs dieser Achse zu bestimmen. Wir machen dazu folgende Überlegung.

Bei einer Schraubung haben zwei beliebig herausgegriffene Punkte des Körpers Geschwindigkeiten, die sich je zusammensetzen aus der Translationsgeschwindigkeit v_s , die für beide gleich ist, und der Bahngeschwindigkeit der Rotationsbewegung u_0 bzw. u_0' , die proportional dem Abstand von der Drehachse ist.

Projiziert man die Bewegung auf eine Ebene, die senkrecht auf der Rotationsachse steht, so verschwinden die Anteile v_s und es erscheint eine reine Drehbewegung.

Wir errichten also auf der schon gefundenen Richtung der Schraubenachse u eine senkrechte Ebene und projizieren unsere Gerade p darauf; sie erscheint in wahrer Größe. Zweckmäßig legen wir die Ebene durch die Gerade p selbst (Abb. 8). Die Bewegung des Punktes M erscheint als $v_z \cos \omega$, die des Punktes L als $v_y \sin \omega$. Der gesuchte Drehpunkt S, die Projektion der Schraubenachse, muß auf Senkrechten liegen, die in M und L auf $v_z \cos \omega$ und $v_y \sin \omega$ errichtet werden, d. h. auf der Verbindungslinie ML, und es müssen sich die Abstände wie die Geschwindigkeiten verhalten. Teilen wir also die Strecke ML in diesem Verhältnis, indem wir die Gerade M'SL' ziehen, so

ist S der gesuchte Drehpunkt. Eine weitere Überlegung zeigt, daß die gesuchte Schraubenachse identisch ist mit der Geraden,

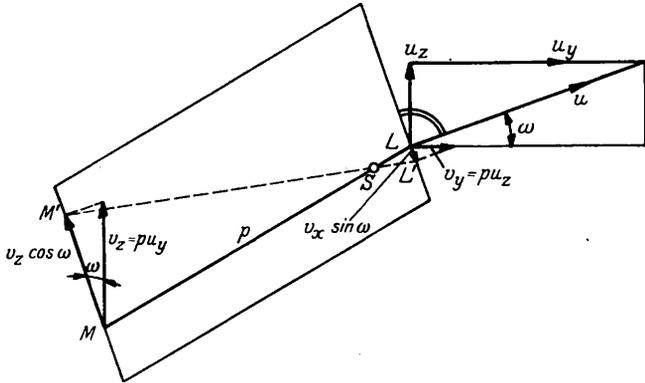
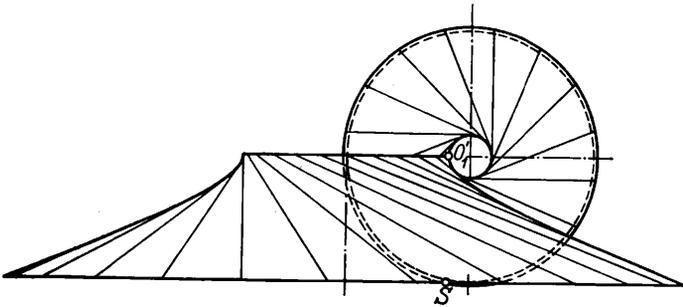


Abb. 8. Ebene durch Gerade LM senkrecht zur Schraubenachse. Bahngeschwindigkeit der Drehung in den Punkten L u. M. Daraus Ermittlung der Lage der Schraubenachse (Drehpunkt S).

die man erhält, wenn man zwischen der Anfangslage der Strecke p und einer benachbarten den kürzesten Abstand bestimmt.



Praktisch wird die Strecke SL außerordentlich klein. Es ist $\sin \omega = \frac{u_z}{u}$, und $v_y = p u_z$, also $LL' = v_y \sin \omega = p u_z \frac{u_z}{u} = p \frac{u_z^2}{u}$. Ferner ist $MM' = v_x \cos \omega = p u_y \cdot \frac{u_y}{u} = p \frac{u_y^2}{u}$. Es ist also $\frac{LS}{MS} = \frac{p \cdot \frac{u_z^2}{u}}{p \cdot \frac{u_y^2}{u}} = \frac{u_z^2}{u_y^2} = \frac{r^2}{R^2}$. Nehmen wir $p = 4,5 \text{ m}$, $r = 0,5 \text{ m}$ und

$R = 180 \text{ m}$, so ist $\frac{LS}{MS} = \frac{1}{(360)^2}$, und LS nur $\frac{1}{29} \text{ mm}$.

Wir können jetzt die räumliche Bewegung eines nicht radial stehenden Radsatzes folgendermaßen angeben. Er führt eine Schraubenbewegung um eine Achse aus, die eine Kleinigkeit neben dem Fußpunkt L des Rollkreises vorbeigeht (Abb. 9). Die Achse liegt, wie früher, praktisch sehr flach; im wesentlichen handelt es sich um die Rollbewegung. Bei der mit der Schraubung verbundenen Schiebung hebt sich der Radsatz, weil die Schraubenachse schräg nach oben geht, um einen kleinen Betrag von der Gleisebene ab; dieser wird dadurch wieder ausgeglichen, daß der Rollkreis um einen Punkt S rollt, der etwas neben dem Fußpunkt liegt, und dadurch wieder in die Schienenenebene hinuntergedreht wird. Wir wollen zur Kontrolle dieses Maßes berechnen. Die Geschwindigkeit der Querverschiebung ist v_y , das Maß der Abhebung von der Schiene $v_y \operatorname{tg} \omega = v_y \frac{r}{R} = p \cdot u_z \cdot \frac{r}{R}$. Andererseits hatten wir für die Strecke LS den Wert $p \frac{r^2}{R^2}$; dieses mal der Winkelgeschwindigkeit u_y gibt den Betrag, um den der abgehobene Punkt L wieder

in die Schienenenebene zurückgedreht wird. Es ist $p \frac{r^2}{R^2} \cdot u_y = p \cdot \frac{r}{R} u_z = p \cdot u_z \cdot \frac{r}{R}$, also wie oben.

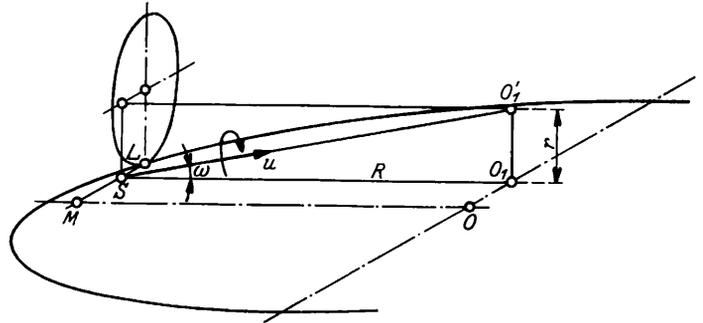


Abb. 9. Schraubenbewegung des Rollkreises. (Schraubenachse u).

Praktisch geben wir die Bewegung der Achse, wie schon früher gefunden, an durch die Rollgeschwindigkeit des Rollkreises um den Fußpunkt L (u_y), die Wendegeschwindigkeit um die Lotachse durch L (u_z), und die Seitenverschiebung $v_y = p \cdot u_z$.

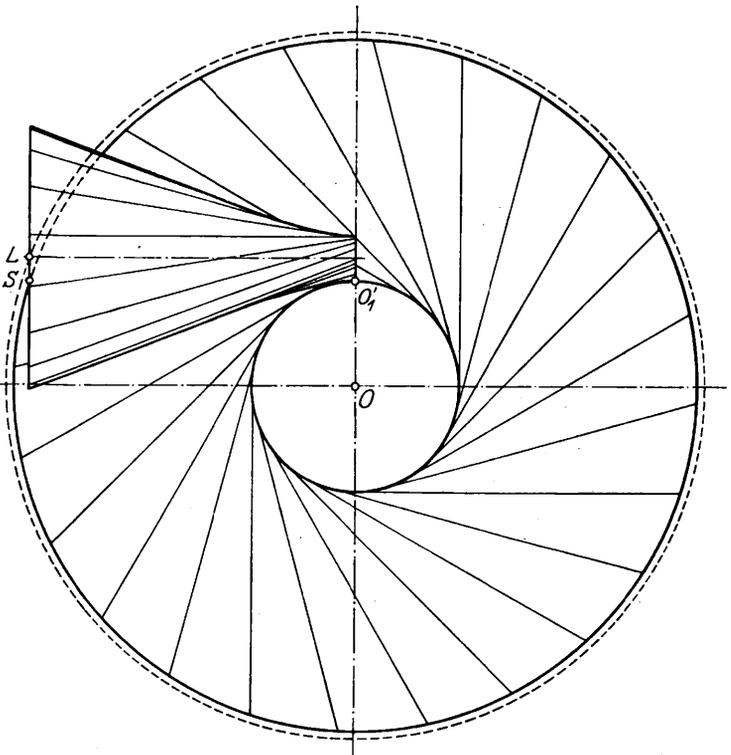
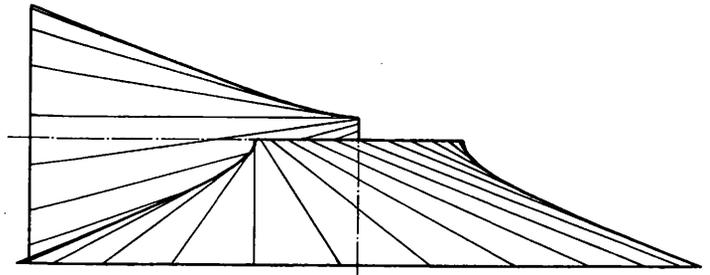


Abb. 10. Abwälzen des Rollhyperboloides auf dem Grundhyperboloid.

Liegt der Rollkreis nicht in Gleismitte, so tritt wie bei der radial stehenden Achse, R' für R , u_y' für u_y usw.

Wenn bei einer radial stehenden Achse die Bewegung der

beiden Teilkreise aufeinander der Bewegung zweier Kegelhahnäder entspricht, so können wir die Bewegung der Teilkreise bei einer nicht radial stehenden Achse nach Art zweier Hyperboloidzahnäder betrachten, bei denen bekanntlich auch ein Gleiten längs der Zahflanken stattfindet. Wenn man die aufeinander folgenden Lagen der momentanen Schraubenachse im festen Raum aufträgt, erhält man das »Grundhyperboloid«, und wenn man dasselbe am bewegten Körper (Radsatz) tut, das »Rollhyperboloid« (Abb. 10). Die Schraubenachsen sind Erzeugende beider Hyperboloide.

Die Bewegung am Spurkranzdruckpunkt.

Wenn man einen bestimmten Bewegungszustand eines Radsatzes nach den voraufgegangenen Betrachtungen annimmt, so kann man die resultierende Bewegung irgend eines Punktes des Radsatzes oder deren Komponenten ohne weiteres angeben. Freilich kennt man bei diesen Rechnungen den Bewegungszustand meist von vornherein nicht. Man muß ihn annehmen, danach die Bewegungen der reibenden Punkte und danach wieder die dort auftretenden Kräfte bestimmen; andernfalls muß man die Rechnung mit einer anderen Annahme wiederholen.

Der am Spurkranz anlaufende Radsatz hat zwei Freiheitsgrade. Wenn man eine Annahme bezüglich des Bewegungszustandes macht (ΔR oder c), bleibt nur noch ein Freiheits-

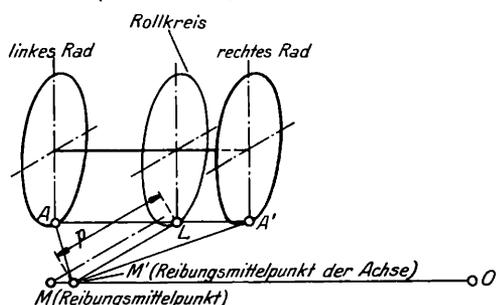


Abb. 11. Führung der Achse durch den Rahmen.

grad; die Bewegung ist dann bestimmt. Dafs der Radsatz wirklich zwei Freiheitsgrade hat, erkennt man an folgendem (Abb. 11).

Wenn OM die vom Kreismittelpunkt auf die Fahrzeuglängsachse gefällte Senkrechte, — wir wollen sie den »Hauptradius« nennen — und M dementsprechend der Reibungsmittelpunkt des Fahrzeugs ist, so schneidet die Lotebene des Rollkreises den Hauptradius in einem Punkte M'. Wir können diesen sinngemäfs als »Reibungsmittelpunkt des Radsatzes« bezeichnen. Er kann mit M zusammenfallen, braucht es aber nicht. Wir erinnern uns, dafs wir uns die Bewegung der Geraden LM aus zwei Drehungen bestehend denken konnten, erstens der Drehung um die wagrechte Achse A L A' (Rollung), zweitens aus der Drehung um die lotrechte Achse M' (Wendung). Denken wir uns durch M' eine Lotebene gleichlaufend zur Fahrzeuglängsachse gelegt, so wird sich derjenige Punkt des Radsatzes, der vorher mit M' zusammenfiel, bei der ersteren Bewegung zwar von M' entfernen; er wird aber bei beiden Drehungen nicht aus der genannten Lotebene heraustreten. Darin drückt sich die Führung aus, die der Rahmen dem Radsatz verleiht. Die Führung eines Körperpunktes auf einer Ebene entspricht aber einer Bedingung. Wir können also sagen: Die Führung des Radsatzes durch den Rahmen vernichtet einen Freiheitsgrad.

Außerdem sind noch die Punkte A und A' des Radsatzes auf der Schienenebene geführt, ferner der Spurkranzdruckpunkt an der schrägen Flanke des Schienenkopfes. Das sind drei weitere Bedingungen. Es bleiben also $6 - 4 = 2$ Freiheitsgrade. Die drei letztgenannten Führungen erfolgen unter Reibung, die erste ist reibungslos.

Eine Achse, die querverschieblich ist und weder im Rahmen noch an der Schiene anläuft, hat drei Freiheitsgrade; sie kann z. B. rollen, vorwärts gleiten und seitlich gleiten. Kommt sie zum Anlaufen, so hat auch sie nur zwei Freiheitsgrade.

Die Bewegung am Punkt M' braucht man nicht zu bestimmen, da dort keine Reibungskräfte übertragen werden. Von den drei übrigen ist die Bewegung bei A und A' leicht anzugeben, sie enthält nur Komponenten in der X- und Y-Richtung. Die Bewegung am Spurkranzdruckpunkt enthält auch eine Komponente in der Z-Richtung; die Bewegung ist zwar auch ohne weiteres anzugeben, aber sie stellt doch hohe Anforderungen an die Vorstellungskraft. Wir müssen deshalb zunächst die Vorstellung schärfen.

Wenn ein Rad rollt, so verändert es auch während einer sehr kleinen Bewegung den Berührungspunkt. Man stellt sich deshalb besser ein Rad vor, das nur mit einer Speiche aufliegt (Abb. 12).

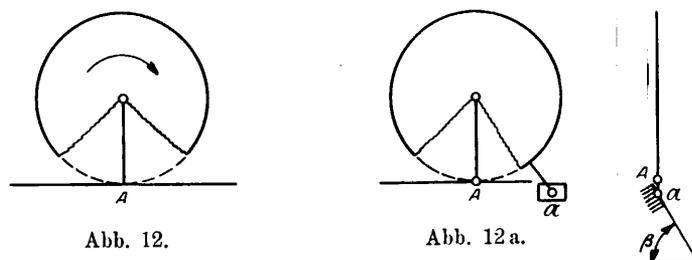


Abb. 12.

Abb. 12a.

Abb. 12. Rollendes Rad. Man denke sich während einer unendlich kleinen Rollung die Stützspeiche nicht verändert.

Abb. 12a. Drücken im Spurkranzdruckpunkt mittels einer verlängerten Speiche, die während einer unendlich kleinen Drehung dieselbe bleibt.

Ein solches Rad wechselt während einer sehr kleinen Bewegung seinen Auflagerpunkt A nicht; es kommt erst nach Ablauf dieser kleinen Bewegung die nächste — hier nicht gezeichnete — Speiche zum Tragen.

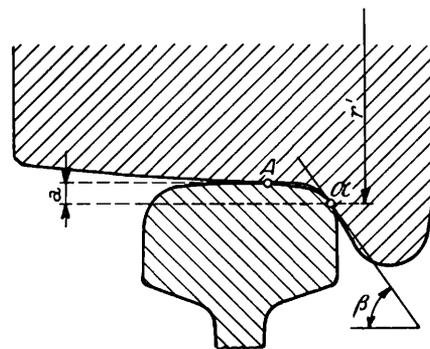


Abb. 13. Zweipunktberührung.

Ähnlich ist es am Spurkranzdruckpunkt. Zunächst muß dieser in einem gegebenen Fall ermittelt werden. Er ist bei einer gegebenen Stellung des Fahrzeugs geometrisch bedingt.

Bei den üblichen Rad- und Schienenformen herrscht im allgemeinen Zweipunktberührung (Abb. 13).

Stellt man Rad und Schiene parallel und führt einen lotrechten Mittelschnitt durch das Rad, so ergibt sich das angegebene Bild. Es finden zwei Berührungen statt, bei A und bei A'. Stellt man nun das Rad in einen gewissen Winkel (Anlaufwinkel α) zur Schiene, so rückt der Punkt A' nach vorne. Man kann seine Lage praktisch vollkommen genau genug folgendermaßen ermitteln. Man stellt, von der Parallelstellung ausgehend, den Halbmesser r' des Punktes A' fest, sowie die Neigung der Berührenden in A' gegen die Horizontale. Ein Horizontalschnitt durch A' schneidet den Spurkranz im konischen Teil nach einer Hyperbel, in der Hohlkehle nach einer Lemniskate. Beide Kurven kann man durch ihren Krümmungskreis ersetzen. Sein Halbmesser ρ ist $r' \operatorname{tg} \beta$. Danach ist die Vorverlegung des Punktes A' gegeben

durch $\varrho \cdot a = r' \operatorname{tg} \beta \cdot a$ (Abb. 14); sie wird im folgenden mit b bezeichnet. Der Höhenunterschied zwischen S. O. und \mathcal{N} sei a , so daß $r' = r + a$ ist.

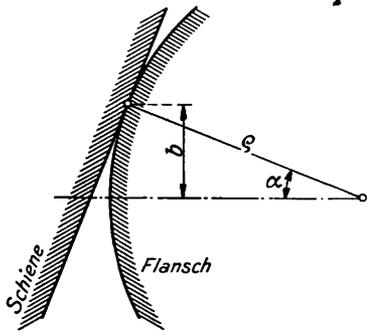


Abb. 14. Vorverlegung des Druckpunktes ($b = \varrho \cdot a$).

Die berührende Ebene im Punkte \mathcal{N} ist nicht nur unter dem Winkel β gegen die Horizontale geneigt, sondern auch um den Winkel α gegen die Fahrzeuglängsachse geschwenkt. Letzteres bewirkt aber für die Drucknormale nur Änderungen, die von der zweiten Ordnung klein sind. Der Anlaufwinkel α wird daher bei Ermittlung der Kräfte am Punkte \mathcal{N} vernachlässigt.

Es scheint zunächst, als ob das ein Widerspruch gegen

früher sei. Wenn man nämlich einen Wagen mittels Druckrollen führt*), so ist gerade die geringe Schiefstellung der Schiene am Anlaufpunkt dasjenige, in dem der Krümmungswiderstand zum Ausdruck kommt. Richtkraft \times Anlaufwinkel gibt den Anteil der Achse am Krümmungswiderstand. Bei Spurkranzführung ist aber die Lage grundsätzlich anders. Der Anlaufwinkel wirkt sich dahin aus, daß das Maß b , die Vorverlegung des Druckpunktes, entsprechend groß wird: dadurch wächst aber das Moment, das der Druck am Punkte \mathcal{N} auf die rollende Achse ausübt und das diese zurückhalten will.

Wir wollen gleich eine zweite Vernachlässigung machen. Der Spurkranzdruckpunkt liegt eine Kleinigkeit näher an Gleismitte als der Punkt A. Das gibt Unebenheiten in der Rechnung. Wir nehmen deshalb an, daß \mathcal{N} auch in der Radebene liegt, die wir 0,75 m von Achsmittle festgesetzt hatten. Man kann diese Annahme für eine sehr kleine Bewegung auch materiell verwirklichen, aber nicht für eine größere.

Auch am Spurkranzdruckpunkt stört es die Vorstellung, daß der Punkt während einer kleinen Bewegung am Rade wandert. Wir denken uns auch für ihn eine einzelne »verlängerte Speiche«, die an einer schräggestellten Fläche (der berührenden Ebene des Schienenkopfes) gleitet (Abb. 12 a). Nachdem eine kleine Bewegung ausgeführt ist, tritt, wie früher, eine neue Speiche an einer neuen Fläche ein. Es kommen die Punkte \mathcal{N} , \mathcal{N}' , \mathcal{N}'' und \mathcal{N}''' nacheinander mit den Ebenen \mathcal{E} , \mathcal{E}' , \mathcal{E}'' und \mathcal{E}''' in Berührung. Die Berührung erzwingt beim Rollen des Rades ein Gleiten nach der Seite, weil die Fläche schräg steht. Ist der Punkt \mathcal{N} an der Fläche \mathcal{E} hinabgeglitten, so kommt der Punkt \mathcal{N}' an der Fläche \mathcal{E}' zum Führen (Abb. 15). Für unsere Rechnung haben wir es nur mit einer Ebene zu tun.

Da für die Achse nur die vier geführten Punkte wesentlich sind, kann man sie sehr vereinfacht darstellen. Das in Abb. 16 stark gezeichnete Gestänge ist ein an vier Punkten \mathcal{N} , A, A' und M' geführter starrer Körper; er ist senkrecht über A und A' je mit der Kraft Q belastet. (Wir legen also auch die vom Wagenkasten kommenden Federkräfte in die Radebene; das Gleichgewicht als Ganzes wird dadurch nicht geändert. Den Radsatz selbst denkt man sich am besten gewichtslos).

Die Grundlagen für die Ermittlung des Gleichgewichts.

Die am Spurkranzdruckpunkt vorkommenden Größen wollen wir mit Ausnahme der Richtkraft $P = \mathcal{N}$, fortan mit deutschen Buchstaben und die am Auflagerpunkt des Innenrades mit einem Strich (') bezeichnen. Ferner wollen wir

die Seitenkräfte der Reibung in X-Richtung K-Kräfte, die in Y-Richtung G-Kräfte und die in Z-Richtung J-Kräfte nennen. Die folgende Zusammenstellung 1 läßt das Schema der gewählten Bezeichnungen an einem zweiachsigen Wagen erkennen.

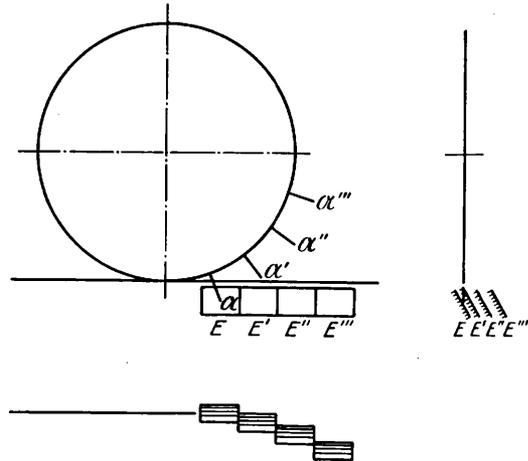


Abb. 15. Vereinfachte, der Rechnung zugrunde liegende Vorstellung der Spurkranzführung: Einzelne, verlängerte Speichen, die an entsprechenden schrägen Ebenen hinabgleiten.

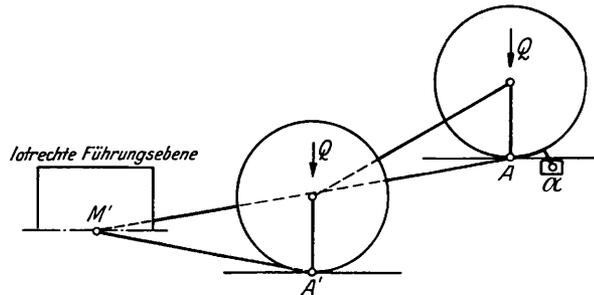


Abb. 16. Der Radsatz wird für die Berechnung durch einen Körper ersetzt, der nur die hierfür maßgebenden Punkte \mathcal{N} , A, A' und M' enthält.

Zusammenstellung 1.

Achse	1			2		
Stützpunkte	\mathcal{N}_1	A ₁	A ₁	\mathcal{N}'_2	A ₂	A' ₂
Normalkräfte	\mathcal{N}_1	N ₁	N' ₁	\mathcal{N}'_2	N ₂	N' ₂
Reibungskräfte in X-Richtung	\mathcal{R}_1	K ₁	K' ₁	\mathcal{R}'_2	K ₂	K' ₂
„ „ Y-Richtung	\mathcal{G}_1	G ₁	G' ₁	\mathcal{G}'_2	G ₂	G' ₂
„ „ Z-Richtung	\mathcal{J}_1	—	—	\mathcal{J}'_2	—	—
resultierende Reibungskräfte	\mathcal{R}_1	R ₁	R' ₁	\mathcal{R}'_2	R ₂	R' ₂
Geschwindigkeit in X-Richtung	v_{1x}	v_{1x}	v'_{1x}	v'_{2x}	v_{2x}	v'_{2x}
„ „ Y-Richtung	v_{1y}	v_{1y}	v'_{1y}	v'_{2y}	v_{2y}	v'_{2y}
„ „ Z-Richtung	v_{1z}	—	—	v'_{2z}	—	—
resultierende Gleitgeschwindigkeit	v_1	v_1	v_1	v_2	v_2	v_2

Zur Ermittlung des Gleichgewichts einer Achse stehen jetzt folgende Handhaben zur Verfügung. Die Achse erfährt in den Punkten \mathcal{N} , A, A' und M' Drücke, die mit \mathcal{N} , N, N' und H bezeichnet seien. Das sind vier Unbekannte. Außerdem ist c bzw. $\angle R$ unbekannt. Mit Hilfe von c lassen sich alle Bewegungen und aus diesen mittelst der Normalkräfte N und der Reibungsziffer f die Reibungen K, G, \mathcal{R} , \mathcal{G} , \mathcal{J} ansetzen. Es fehlt noch die sechste Unbekannte. Diese ist der auf die Achse entfallende Anteil des Krümmungswiderstandes. Gewöhnlich wird der Krümmungswiderstand durch Ziehen am Zughaken überwunden. Dann läuft diese Kraft durch den Rahmen und die Achshalter in die Achse, wo sie als horizontale Kraft

*) S. „Spurerweiterung oder nicht?“ Seite 224.

in der X-Richtung angreift. Bei Gleitbewegungen verursacht aber eine hinzukommende Einzelkraft eine Änderung der Gleichgewichtsverhältnisse, das macht die Rechnung unbequem. Wir denken uns deshalb statt der Einzelkraft ein antreibendes Moment \mathfrak{M}_w , das vom festen Raum unmittelbar auf die Achse wirkt. Es ist klar, daß sich die Verhältnisse dadurch nur ganz unwesentlich verändern.

Die sechs Unbekannten sind also: \mathfrak{N} , N , N' , H , c und \mathfrak{M}_w . Dem stehen die sechs räumlichen Gleichgewichtsbedingungen gegenüber.

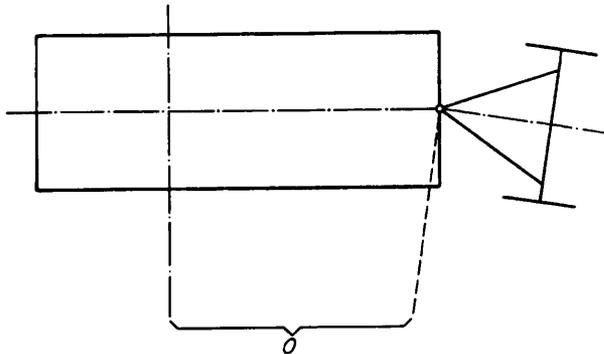


Abb. 17. Deichselgestell, Gleichgewicht einzeln bestimmbar.

Es muß hier freilich gleich erwähnt werden, daß dieser einfache Fall meist nicht zutrifft. Er kann zutreffen bei Deichselachsen, nämlich, wenn der Hauptradius des Deichselgestells durch den Gelenkpunkt geht (Abb. 17). Aber wenn mehrere Achsen in einem Rahmen sitzen — schon beim einfachen zweiachsigen Wagen trifft das zu — übt jede Achse auf die andere eine Rückwirkung aus. Die beiden Gruppen von Gleichgewichtsbedingungen sind gekuppelt, was die Rechnung sehr verwickelt macht. Im allgemeinsten Fall gibt es schon beim zweiachsigen Fahrzeug 24 Gleichgewichtsbedingungen, nämlich je sechs für die erste Achse, die zweite Achse, den Rahmen und das ganze Fahrzeug.

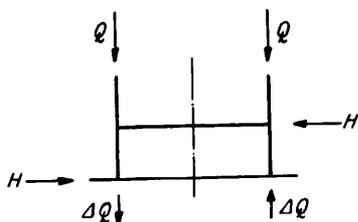


Abb. 18. Ungleichwerden der Radrücke bei Seitendruck im Lager.

Es muß hier auch gleich auf einen sehr wichtigen Umstand hingewiesen werden, nämlich, daß die Raddrücke nicht gleich bleiben. Eine Achse, die ein langes Fahrzeug unter hohem Anlaufdruck führt, ist auch ohne dynamische Wirkungen in der Lage der Abb. 18. Ihre Stellung zum Rahmen ist

nicht geändert; infolgedessen ist auch der Federdruck ungeändert, d. h. auf beiden Seiten gleich. Wenn die Achse nun im Lager einen starken Seitendruck bekommt, tritt ein Kippmoment auf, das das eine Rad belastet, das andere entlastet. Die grundlegenden Ableitungen von Uebelacker und Heumann, die gleichen Raddruck voraussetzen, beruhen also streng genommen auf der Annahme, daß entweder der Reibungswert f so klein sei, daß die dadurch erzeugten Kräfte die Lastverteilung nicht wesentlich verändern, oder darauf, daß die Räder sehr niedrig seien, daß also der Angriffspunkt der seitlichen Lagerdrücke nicht sehr hoch über S. O. liege. Die Aufgabe ist — mit einem Wort — als ebenes Problem gefaßt; sie ist aber ein räumliches, und die dadurch bedingten Abweichungen können unter Umständen erheblich werden.

Sind wenigstens alle Räder ungefähr gleich groß, so greifen an den Rahmen nur Kräfte an, die in der Ebene der Radmittelpunkte liegen; es ist dann wenigstens das Gleichgewicht des Rahmens ein ebenes Problem.

Bestimmung der Bewegung in den drei reibenden Stützpunkten.

Der Spurkranzdruckpunkt \mathfrak{N} liegt bei neuen Reifen und Schienen 8 mm unter S. O. (Abb. 13). Infolgedessen wird

$$r' = r + a = 0,5 + 0,008 = 0,508 \text{ m}$$

und die Vorverlegung

$$b = \rho \cdot a = r' \cdot \text{tg } \beta \cdot a.$$

In Abb. 19 sind für eine Vorderachse die drei Stützpunkte auf den Rollkreis projiziert. Der Rollkreis ist in Gleismitte angenommen und hat den Halbmesser $r + c$ (siehe Seite 335).

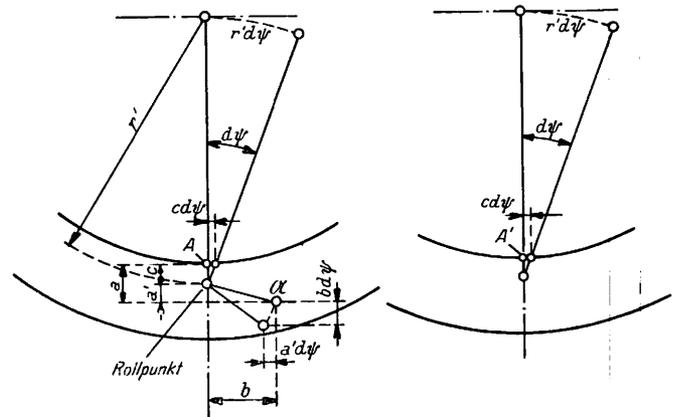


Abb. 19. Projektion der Stützpunkte auf den Rollkreis.

c braucht nur berücksichtigt zu werden, wenn es allein oder mit Größen gleicher Ordnung vorkommt; gegen r wird es vernachlässigt.

Es ist dann aus der Rollung:

am Punkt \mathfrak{N} : $v_x dt = -a' d\psi = -a' \frac{R}{r} d\varphi$

$$v_z dt = -b d\psi = -b \frac{R}{r} d\varphi$$

am Punkt A und A':

$$v_x dt = v'_x dt = c d\psi = c \frac{R}{r} \cdot d\varphi.$$

Ferner aus der Wendung:

am Punkt \mathfrak{N} und A:

$$v_x dt = v_x dt = \frac{s}{2} \cdot d\varphi$$

am Punkt A':

$$v'_x dt = -\frac{s}{2} d\varphi$$

Endlich aus der Seitenverschiebung:

für alle drei Punkte:

$$v_y dt = v_y dt = v'_y dt = R d\varphi \cdot a = p \cdot d\varphi.$$

Daraus folgt für die einzelnen Punkte:

Punkt \mathfrak{N} : $v_x dt = \left(\frac{s}{2} - a' \frac{R}{r}\right) d\varphi$

$$v_y dt = R d\varphi \cdot a$$

$$v_z dt = -b \frac{R}{r} \cdot d\varphi.$$

Sie sind in Abb. 20 veranschaulicht. Der resultierende Gleitweg in der Querebene ist:

$$v_{yz} dt = \sqrt{v_y^2 + v_z^2} dt;$$

da $\frac{v_y}{v_z} = \text{ctg } \beta$ ist, so ergibt sich

$$v_{yz} dt = v_z \cdot \sqrt{1 + \text{ctg}^2 \beta} dt = \frac{v_z}{\sin \beta} dt = \frac{b \cdot R}{r \cdot \sin \beta} \cdot d\varphi = \frac{p}{\cos \beta} d\varphi.$$

Der gesamte Gleitweg ist:

$$v dt = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} + v_z dt = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} dt = \sqrt{\left(\frac{s}{2} - a' \frac{R}{r}\right)^2 + \frac{p^2}{\cos^2 \beta}} d\varphi.$$

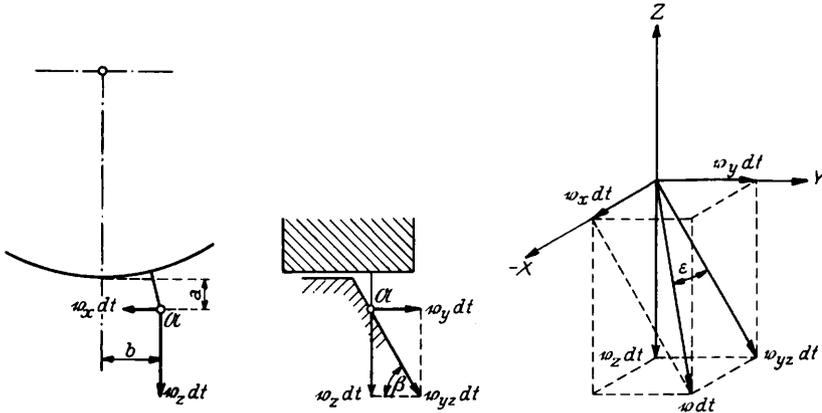


Abb. 20. Bewegungskomponenten im Spurkranzdruckpunkt.

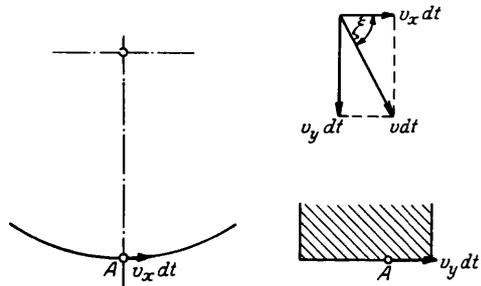


Abb. 21. Bewegungskomponenten im Punkt A.

Punkt A. (Abb. 21). $v_x dt = \left(\frac{s}{2} + c \frac{R}{r}\right) d\varphi$
 $v_y dt = R d\varphi, a = p d\varphi$
 $v dt = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} dt = \sqrt{\left(\frac{s}{2} + c \frac{R}{r}\right)^2 + p^2} d\varphi.$

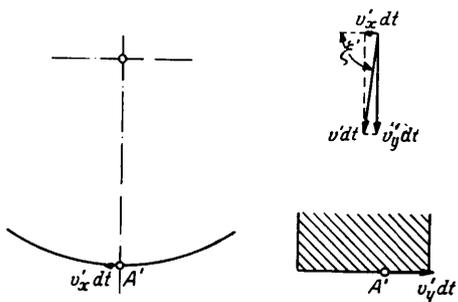


Abb. 22. Bewegungskomponenten im Punkt A'.

Punkt A' (Abb. 22). $v'_x dt = \left(-\frac{s}{2} + c \frac{R}{r}\right) d\varphi$
 $v'_y dt = R d\varphi, a = p d\varphi$
 $v' dt = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y} dt = \sqrt{\left(-\frac{s}{2} + c \frac{R}{r}\right)^2 + p^2} d\varphi.$

Bestimmung der Reibungskräfte aus den Bewegungen.

Die Gesamtreibung an jedem Stützpunkt lässt sich entsprechend den Gleitgeschwindigkeiten in Seitenkräfte nach den drei Richtungen X, Y und Z zerlegen, sie sind den einzelnen Geschwindigkeitskomponenten natürlich entgegengesetzt gerichtet, schließen also miteinander die gleichen Winkel ein wie diese. Am Spurkranzdruckpunkt erfolgte die Gleitbewegung

auf einer geneigten Ebene, dieser Bewegung entsprechend erhält man drei Seitenkräfte der Reibung (Abb. 23). Sie sind, wenn \mathfrak{N} der Auflagerdruck, der in je eine Komponente in Y und Z-Richtung

$$\mathfrak{N}_y = P = \mathfrak{N} \cdot \sin \beta$$

$$\text{und } \mathfrak{N}_z = \mathfrak{N} \cdot \cos \beta$$

zerlegt werden kann, und f der Reibungsbeiwert ist:

$$\mathfrak{R} = f \cdot \mathfrak{N} \frac{v_x}{v} = f \cdot \mathfrak{N} \sin \epsilon$$

$$\mathfrak{G} = f \cdot \mathfrak{N}_z \frac{v_{yz}}{v} = f \cdot \mathfrak{N}_z \cos \epsilon$$

$$\mathfrak{Z} = f \cdot \mathfrak{N}_y \frac{v_{yz}}{v} = f \cdot \mathfrak{N}_y \cos \epsilon$$

An den Stützpunkten A und A' fand das Gleiten auf einer horizontalen Ebene, nämlich der Schienenkopfebene, statt. Infolge dieser horizontalen Bewegung wird man auch die Reibungskräfte nur in der Horizontalebene erhalten. Bedeuten N und N' die Auflagerdrücke am Punkt A und A' und f wieder den Reibungsbeiwert, dann sind die Seitenkräfte bei A (Abb. 24),

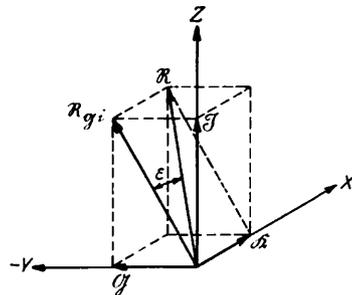


Abb. 23.

Abb. 23. Seitenkräfte der Reibung im Spurkranzdruckpunkt.

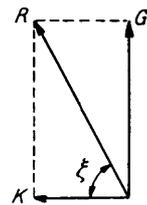


Abb. 24.

Abb. 24. Seitenkräfte der Reibung im Punkt A.

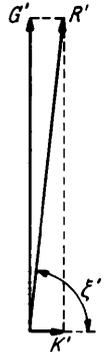


Abb. 25.

Abb. 25. Seitenkräfte der Reibung im Punkt A'.

$$K = f \cdot N \frac{v_x}{v} = f \cdot N \cos \xi$$

$$G = f \cdot N \frac{v_y}{v} = f \cdot N \sin \xi$$

und bei A' (Abb. 25),

$$K' = f \cdot N' \frac{v'_x}{v'} = f \cdot N' \cos \xi'$$

$$G' = f \cdot N' \frac{v'_y}{v'} = f \cdot N' \sin \xi'.$$

Die Gleichgewichtsbedingungen.

Unter der früher gemachten, vereinfachten Voraussetzung, dass sich das Gleichgewicht eines Radsatzes für sich bestimmen lässt und mit den für die einzelnen an ihm wirksamen Kräfte (Abb. 26) eingeführten Bezeichnungen erhalten die Gleichungen für das Gleichgewicht folgende Form:

1. $\sum X = 0: \mathfrak{R} + K + K' = 0.$
2. $\sum Y = 0: P + \mathfrak{G} + G + G' - H = 0.$
3. $\sum Z = 0: \mathfrak{N}_z + N + N' + \mathfrak{Z} - 2Q = 0.$
4. $\sum \mathfrak{M}_{xy} = 0: \mathfrak{M} - (-\mathfrak{R} + K + K') \cdot \frac{s}{2} = 0.$
5. $\sum \mathfrak{M}_{xz} = 0: (-\mathfrak{N}_z - \mathfrak{Z}) \cdot b + (K + K') \cdot c - \mathfrak{R} \cdot a' + \mathfrak{M}_w = 0.$
6. $\sum \mathfrak{M}_{yz} = 0: (\mathfrak{N}_z + \mathfrak{Z} + N) \cdot s - H \cdot r - (P + \mathfrak{G}) \cdot a - Q \cdot s = 0.$

Der Richtungssinn der Reibungskomponenten ist in den Gleichungen so gewählt, dass das für die Rechnung einzusetzende Vorzeichen sich aus dem Richtungssinn der Gleitwege ergibt, und zwar ist es jedesmal entgegengesetzt einzuführen.

Dreiräderiges Fahrzeug.

Wir wollen die schwierige Aufgabe, das Gleichgewicht einer in der Krümmung rollenden Achse zu bestimmen, stufenweise in Angriff nehmen.

man die oben genannten Gleichgewichtsbedingungen an, wobei hier die Kräfte N' ; K' ; G' und H herausfallen. Durch Probieren erhält man Gleichgewicht bei $c = 1,09$ mm, was zu nachstehend eingetragenen Tabellenwerten führt.

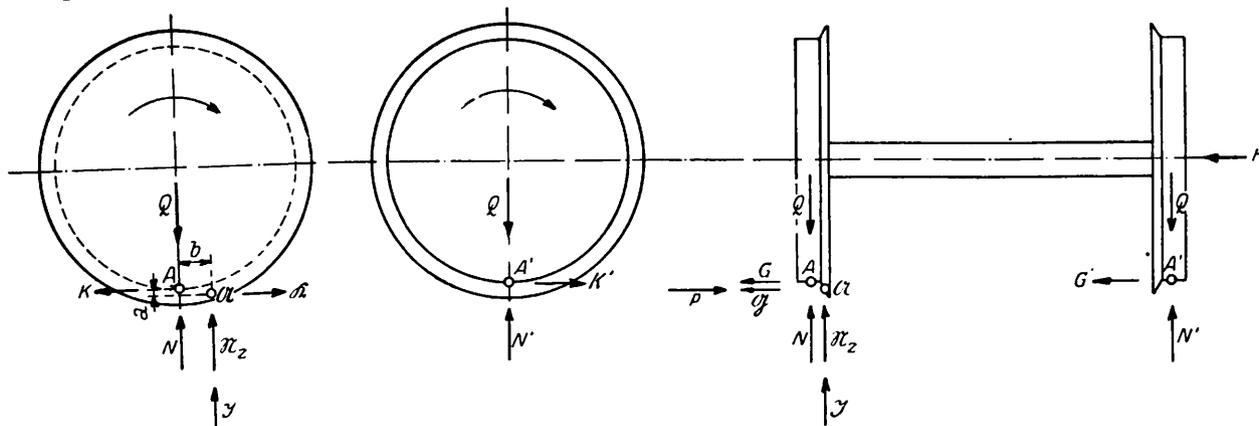


Abb. 26. Sämtliche in die Gleichgewichtsbedingungen eingehenden Kräfte an einer aufsen anlaufenden Achse.

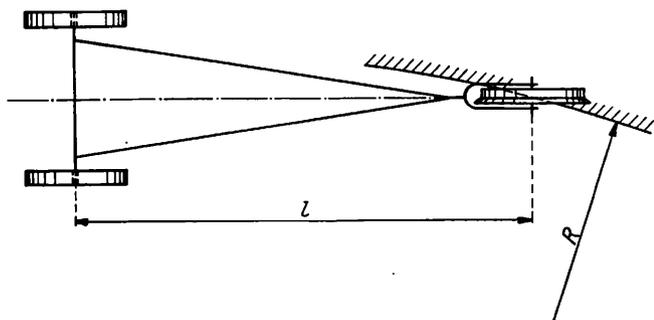


Abb. 27. Dreiräderiges Fahrzeug.

Man denke sich zunächst ein dreiräderiges Fahrzeug (Abb. 27), das mit einem mit $2Q$ belasteten Spurkranzrad an einer besonderen Mittelschiene fährt. Die Hinterachse habe ein loses Rad, so daß sie ihrer »Wendung« keinen Widerstand entgegensetzt. Im Gleis sei soviel Spiel vorhanden, daß die Führung zwanglos wird. Der Hauptradius fällt dann in die Hinterachse, die sich also radial einstellt. Das Vorderrad läuft in dieser Stellung unter dem Winkel α gegen die Führungsschiene an. α ergibt sich aus:

$$a = \sin \alpha = \frac{l}{R} = \frac{4,5}{180} = 0,025$$

$$a = 1^\circ 25' 55''.$$

Die Vorverlegung des Spurkranzdruckpunktes \mathfrak{M} wird damit:
 $b = r \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot a = 0,508 \cdot 1,732 \cdot 0,025 = 0,022$ m.

Aus den Gleichgewichtsbedingungen läßt sich die Größe c nicht durch unmittelbares Auflösen finden, weil sie wiederholt unter dem Wurzelzeichen steht. Man kann deshalb nur so vorgehen, daß man einen bestimmten Wert für c annimmt und rechnerisch nachprüft ob sämtliche Bedingungen erfüllt sind. Die Rechnung wird dadurch umständlich; um sie sich zu vereinfachen und übersichtlich zu gestalten, tut man gut, eine Tabelle wie etwa nachstehende sich anzulegen. Zweckmäßig wird man dabei die Werte vorweg bestimmen, die bei derselben Stellung des Fahrzeugs konstant bleiben. Diese sind:

$$v_z \cdot \frac{dt}{d\varphi} = -b \frac{R}{r} = -7,92$$

$$v_{yz} \frac{dt}{d\varphi} = \frac{p}{\cos \beta} = 9,0.$$

$$v_y \frac{dt}{d\varphi} = v_y \cdot \frac{dt}{d\varphi} = R \alpha = p = 4,5.$$

$$p^2 = 20,25.$$

Mit diesen festen Werten und einem angenommenen c setzt

Zusammenstellung 2.

Stützpunkte	\mathfrak{M}	A
$v_x \frac{dt}{d\varphi}$	-2,485	0,392
$v \frac{dt}{d\varphi}$	9,475	4,52
sin	$\epsilon = -0,2625$	$\xi = 0,996$
cos	$\epsilon = 0,965$	$\xi = 0,0867$
K (K)	0,0656 \mathfrak{M}	-0,0217 N
G (G)	-0,121 \mathfrak{M}	-0,249 N
J (J)	0,209 \mathfrak{M}	-

Ferner ergibt sich:

$$\mathfrak{M} = 0,537 Q$$

$$N = 1,62 Q$$

$$\mathfrak{M}_w = 0,0086414 Q.$$

Der Krümmungswiderstand dieses Rades und damit des ganzen Fahrzeugs, da an der Hinterachse keine Reibung stattfindet, ist also:

$$W = \frac{\mathfrak{M}_w}{r} = 0,017283 Q = 4,32 \text{ kg/t.}$$

Die Reibungskräfte in Qf-Einheiten ausgedrückt sind:

Zusammenstellung 3.

Stützpunkte	\mathfrak{M}	A
K [Qf]	0,1408	0,1408
G [Qf]	0,26	1,608
J [Qf]	0,448	-
R [Qf]	0,537	1,62

Die Y-Komponente der Auflagerkraft im Spurkranzdruckpunkt \mathfrak{M} bildet die Richtkraft. Das führende Rad preßt sich so stark gegen seine Schiene an, daß \mathfrak{M}_y groß genug wird, um das ganze Fahrzeug gegen alle Widerstände gleitend um den Reibungsmittelpunkt M zu drehen. Sie ergibt sich zu:

$$\mathfrak{M}_y = P = 0,466 Q$$

steht rechtwinklig zum Gleis und nahezu rechtwinklig zur Fahrzeuglängsachse.

Der Spurkranzdruckpunkt trägt einen Teil der Last des führenden Rades und zwar um so mehr, je größer der Anlaufdruck und je flacher der Spurkranz ist. Es ist in unserem Falle:

$$\mathfrak{M}_z + \mathfrak{S} = (0,268 + 0,112) Q = 0,38 Q.$$

Um diesen Betrag ist der Auflagerdruck N kleiner geworden. Es ist: $N + (\mathfrak{M}_z + \mathfrak{S}) = (1,62 + 0,38) = 2 Q$ (siehe oben).

Auf den Punkt \mathcal{A} entfallen somit 19 v. H. der Belastung des führenden Rades.

Der Rollkreis erhält vom Rade den Abstand $\Delta R = 0,392$ m. Der Radius des Grundkreises wird dabei um dieses Stück verkürzt, so daß er den Wert $R - \Delta R = 179,608$ m annimmt. Statt dessen kann man auch den Rollkreis sich in der

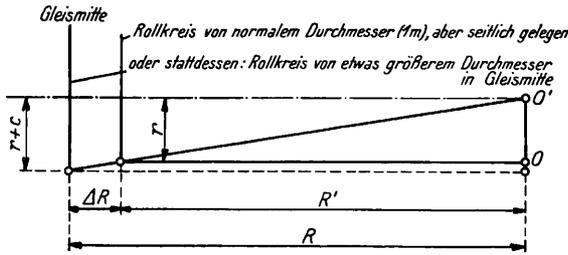


Abb. 28. Lage und Größe des Rollkreises.

Radebene denken (Abb. 28), er würde dann den Halbmesser $r + c = 0,50109$ m haben und auf einen Grundkreis mit dem Radius R abrollen, der in einer Horizontalebene liegt, die um das Maß c nach unten verschoben ist.

Ist $v_x = \pi$ m sec^{-1} die auf Seite 335 angegebene Bahngeschwindigkeit, dann erhält man für die Winkelgeschwindigkeit der Rollbewegung den Wert:

$$u_y = \frac{\pi}{r+c} = 6,28 \text{ sec}^{-1}$$

und für die der Wendebewegung:

$$u_z = u_y \cdot \frac{r+c}{R} = 0,0175 \text{ sec}^{-1}.$$

Da c gegen r vernachlässigt wird, sind u_y und u_z hier und weiterhin konstant. Die Seitengeschwindigkeiten, mit der sich die Stützpunkte \mathcal{A} und \mathcal{A} gleitend auf den Schienen bewegen, sind demnach:

$$v_x = -a' \frac{R}{r} \cdot u_z = 0,0434 \text{ m sec}^{-1}$$

$$v_y = R a \cdot u_z = 0,0786 \text{ m sec}^{-1}$$

$$v_z = -b \frac{R}{r} \cdot u_z = 0,1382 \text{ m sec}^{-1}$$

$$v_x = c \frac{R}{r} u_z = 0,00686 \text{ m sec}^{-1}$$

$$v_y = R a u_z = 0,0786 \text{ m sec}^{-1}$$

Als resultierende Gleitgeschwindigkeit des Stützpunktes \mathcal{A} erhält man somit:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = 0,166 \text{ m sec}^{-1}$$

und des Punktes \mathcal{A}

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 0,079 \text{ m sec}^{-1}.$$

In Abb. 29 sind die in den Auflagerpunkten des führenden Rades wirkenden Kräfte maßstäblich veranschaulicht.

Wir können jetzt noch leicht die Reibungsleistung bestimmen. Sie ist an den einzelnen Stützpunkten

Reibungsleistung = Reibungskraft \times Gleitgeschwindigkeit

also bei \mathcal{A} $0,02225 Q$ } [kg m sec^{-1}]
und \mathcal{A} $0,032 Q$ }

insgesamt also $0,05425 Q$ [kg m sec^{-1}].

Der Krümmungswiderstand ergibt sich hieraus, wenn $v_x = \pi$ m sec^{-1} die Bahngeschwindigkeit des Fahrzeugs ist, zu:

$$W = \frac{\text{Reibungsleistung}}{\text{Bahngeschwindigkeit}} = \frac{0,05425 Q}{\pi} = 0,01728 Q = 4,32 \text{ kg/t.}$$

Vierrädriger Wagen mit losen Rädern.

Die Verhältnisse werden nur unwesentlich geändert, wenn die Führung des Fahrzeugs statt an einer Mittelschiene an der Aufschiene erfolgt, wie dies bei einem zweiachsigen Wagen

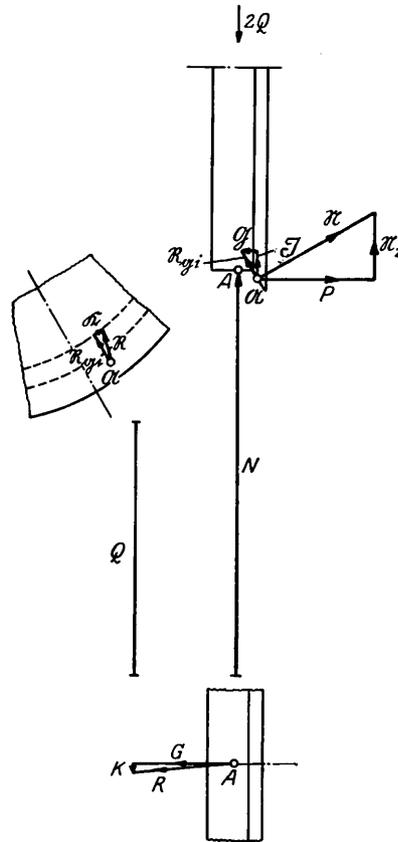


Abb. 29. Dreirädriges Fahrzeug. Lage und Größe der Kräfte (maßstäblich).

nämlich $G' = -0,25 Q$. Die Gleichungen für das Gleichgewicht lauten dann:

1. $\mathcal{N} + K = 0$
2. $P + \mathcal{G} + G + G' = 0$
3. $\mathcal{N}_z + N + N' + \mathcal{Z} - 2 Q = 0$
4. $\mathcal{M} - (-\mathcal{R} + K) \cdot \frac{s}{2} = 0$
5. $(-\mathcal{N}_z - \mathcal{Z}) \cdot b - \mathcal{R} \cdot a' + K \cdot c + \mathcal{M}_w = 0$
6. $(\mathcal{N}_z + \mathcal{Z} + N) s - (P + \mathcal{G}) \cdot a - Q \cdot s = 0$.

Führt man die zur Bestimmung der Gleitgeschwindigkeiten und Reibungskräfte an den Auflagerpunkten des führenden Rades dienende Rechnung mit $c = 0,00242$ m durch, so erhält man Gleichgewicht. Sie ergibt, wenn berücksichtigt wird, daß die von c unabhängigen Werte wieder die gleichen sind, wie beim vorhergehend behandelten Beispiel, folgende Werte:

Zusammenstellung 4.

Stützpunkte	\mathcal{A}	\mathcal{A}
$v_x \frac{dt}{d\varphi}$	-2,016	0,864
$v \frac{dt}{d\varphi}$	9,35	4,58
sin	$\epsilon = -0,219$	$\xi = 0,982$
cos	$\epsilon = 0,976$	$\xi = 0,189$
K	0,05475 \mathcal{N}	-0,047 \mathcal{N}
G	-0,122 \mathcal{N}	-0,2455 \mathcal{N}
J	0,211 \mathcal{N}	-

Für die Normaldrücke erhält man:

$$\mathcal{N} = 0,5394 Q$$

$$N = 0,6164 Q$$

$$\text{und für } \mathcal{M}_w = 0,00884 Q,$$

der Fall ist, bei dem sämtliche Räder sich voneinander unabhängig drehen können. Wir wollen dabei die zwanglose Führung voraussetzen, also nur das Außenrad der Vorderachse als führend annehmen. Der Anlaufwinkel α und die Vorverlegung b des Spurradiusdruckpunktes erhalten dann wieder die gleichen Werte wie vorher. Für die Bewegung des anlaufenden Rades können wir auch hier einen Rollkreis angeben; seine Lage wollen wir im folgenden bestimmen. Der Wendung einer Achse wird nach gemacht Voraussetzung kein Widerstand entgegengesetzt. Am Innenrad der Vorderachse kann somit keine gleitende Bewegung in Längsrichtung erfolgen, nur der durch die Seitenverschiebung bedingte Weg erfolgt unter Gleiten, auf ihm tritt die volle Reibung auf,

damit errechnet sich der Krümmungswiderstand des Fahrzeugs zu:

$$W = 0,01705 Q = 4,26 \text{ kg/t.}$$

Die Richtkraft hat den Wert 0,467 Q. Ihr entgegen wirken an den Auflagerpunkten des führenden Rades die Reibungsseitenkräfte \mathfrak{G} und G . Die Differenz aus den drei Kräften ergibt die Kraft, die die Schiene umzulegen versucht, von Uebelacker und Heumann mit Führungsdruck bezeichnet. Sie ist

$$Y = P - \mathfrak{G} - G = 0,25 Q \text{ (also } = Qf).$$

Dieses Ergebnis mußte sich einstellen, da Y gleich dem Gleitwiderstand des anderen Rades, also gleich Qf ist.

Die Lastaufnahme im Spurkranzdruckpunkt wird bei diesem Wagen:

$$\mathfrak{N}_z + \mathfrak{Z} = 0,2697 Q + 0,114 Q = 0,3837 Q.$$

Er trägt somit 19,18 v. H. der Achslast.

Der Abstand des Rollkreises vom anlaufenden Rade beträgt 0,865 m, und von Gleismitte $\Delta R = 0,115$ m.

Die Seitengeschwindigkeiten der beiden Stützpunkte sind:

$$\begin{aligned} v_x &= 0,0356 \text{ m sec}^{-1} & v_x &= 0,0151 \text{ m sec}^{-1} \\ v_y &= 0,0786 \text{ m sec}^{-1} & v_y &= 0,0786 \text{ m sec}^{-1}, \\ v_z &= 0,1382 \text{ m sec}^{-1} \end{aligned}$$

so daß der Spurkranzdruckpunkt mit einer Geschwindigkeit $v = 0,164 \text{ m sec}^{-1}$ und der Auflagerpunkt A mit einer solchen von $v = 0,08 \text{ m sec}^{-1}$ auf der Schiene gleitet.

Die Reibungsleistung ist an den Stützpunkten:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{N} & 0,0221 Q \\ A & 0,01235 Q \\ A' & 0,01965 Q \end{aligned} \right\} [\text{kg m sec}^{-1}].$$

Hieraus errechnet sich der Widerstand bei einer Bahngeschwindigkeit des Fahrzeugs von $v_x = \pi \text{ m sec}^{-1}$ zu:

$$W = \frac{0,0541 Q}{\pi} = 0,0172 Q = 4,3 \text{ kg/t.}$$

Vierrädriges Fahrzeug mit hinten losen und vorn festen Rädern.

In dem eben behandelten Falle machten die Vorderräder, abgesehen von dem Einfluß, den der Spurkranz auf das anlaufende Rad ausübt, eine reine Seitenverschiebung. Das ändert sich, sobald sie fest auf der Achse sitzen. Dann treten wegen des Wendens auch Längsgleitungen hinzu. Solange die Hinterräder lose sind, bleibt der Reibungsmittelpunkt, genügendes Spiel im Gleis vorausgesetzt, auf dieser liegen. Die Hinterräder müssen aber, im Gegensatz zu oben, auf den Rahmen jenes Moment ausüben, das die Vorderachse zum Wenden zwingt, die Hinterachse wirkt als »Steuerschwanz«.

Aus den schon auf Seite 340 besprochenen Gründen bleiben die Raddrücke nicht mehr gleich, sobald solche wagrechte Kräfte hinzutreten. Falls man das — theoretisch ganz interessante — Gleichgewicht einer von der Hinterachse gesteuerten Achse bei gleichen Raddrücken untersuchen will, müßte man ein Fahrzeug zugrunde legen, das unendlich kleine Hinterräder hat; dann bleiben alle entscheidenden Kräfte in der Schienen-ebene.

Sind auch die Hinterräder hoch, so ergibt sich folgende Rechnung. Der Anlaufwinkel α des führenden Rades, die Vorverlegung b des Spurkranzdruckpunktes und die von c unabhängigen Größen erhalten in dieser Stellung des Fahrzeugs dieselben Werte wie bei den vorhergehend behandelten Beispielen (s. S. 342).

Ferner sind die daraus sich entsprechend ergebenden Seitengeschwindigkeiten gleich, sie sind später angeführt. Gleichgewicht erhält man bei $c = 1,3 \text{ mm}$; die damit sich errechnenden Werte sind:

Zusammenstellung 5.

Stützpunkte	\mathfrak{N}	A	A'
$v_x \frac{dt}{d\varphi}$	-1,66	1,218	-0,282
$v \frac{dt}{d\varphi}$	9,31	4,67	4,509
sin	$\epsilon = 0,178$	$\epsilon_{\mathfrak{N}} = 0,965$	$\epsilon' = 0,99807$
cos	$\epsilon = 0,984$	$\epsilon_{\mathfrak{N}} = 0,261$	$\epsilon' = 0,06255$
K	0,0445 \mathfrak{N}	-0,065 N	0,0156 N
G	-0,123 \mathfrak{N}	-0,241 N	-0,2495 N
J	0,213 \mathfrak{N}	—	—

ferner

$$\begin{aligned} \mathfrak{N} &= 0,542 Q \\ N &= 0,614 Q \\ N' &= 0,9982 Q \\ H &= 0,0054 Q \\ \mathfrak{M}_w &= 0,00867 Q. \end{aligned}$$

Für den Krümmungswiderstand erhält man damit

$$W = \frac{\mathfrak{M}_w}{r} = 0,01736 Q = 4,34 \text{ kg/t}$$

und für die Reibungskräfte:

Zusammenstellung 6.

Stützpunkte	\mathfrak{N}	A	A'
K [Qf]	0,0965	0,159	0,0621
G [Qf]	0,2665	0,588	0,996
J [Qf]	0,462	—	—
R [Qf]	0,541	0,613	0,9981

Die Kraft H bewirkt an der Hinterachse eine ungleiche Lastverteilung; es wird der Auflagerdruck

$$N_2 = Q - H \cdot \frac{r}{s} = 0,9982 Q$$

$$\text{und } N'_2 = Q + H \cdot \frac{r}{s} = 1,0018 Q.$$

Die Richtkraft ist:

$$P = 0,468 Q.$$

Der Führungsdruck Y hat den gleichen Angriffspunkt und die gleiche Richtung wie P. Fände in den Auflagerpunkten des führenden Rades keine Reibung statt, so würde er den gleichen Wert annehmen wie die Richtkraft. Die in den genannten Punkten auftretende Reibung ist aber einer der Widerstände, der von der Richtkraft zu überwinden ist.

Es ergibt sich für Y

$$Y = P - \mathfrak{G} - G = 0,2547 Q.$$

Die Lastverteilung des führenden Rades auf die beiden Stützpunkte ist wie folgt:

$$\begin{aligned} N &= 0,6145 Q \\ \mathfrak{N}_z + \mathfrak{Z} &= 0,3873 Q. \end{aligned}$$

Der Spurkranzdruckpunkt trägt also 19,36 v. H. der Achslast,

$$\begin{aligned} \text{der Punkt A} & \dots \dots \dots 30,73 \text{ v. H.} \\ \text{der Punkt A'} & \dots \dots \dots 49,91 \text{ v. H.} \end{aligned}$$

Der Abstand des Rollkreises von Achsmittle hat den Wert: $\Delta R = 0,467 \text{ m}$.

Will ich ihn in Achsmittle angeben, erhält er den Halbmesser $r + c = 0,5013 \text{ m}$ und rollt dabei auf einem entsprechenden Grundkreis in einer um $c = 0,0013 \text{ m}$ parallel verschobenen Horizontalebene.

Als Seitengeschwindigkeiten der Auflagerpunkte erhält man:

Zusammenstellung 7.

Stützpunkte	\mathfrak{M}	A	A'
v_x [m sec ⁻¹]	0,02905	0,0213	0,00494
v_y [m sec ⁻¹]	0,0786	0,0786	0,0786
v_z [m sec ⁻¹]	0,1382	—	—

Sie bewegen sich also mit der Geschwindigkeit

$$v = 0,163 \text{ [m sec}^{-1}\text{]},$$

$$v = 0,0816 \text{ [m sec}^{-1}\text{]},$$

$$v' = 0,0804 \text{ [m sec}^{-1}\text{]},$$

gleitend auf den Schienen.

Es ist die Reibungsleistung im Punkt

$$\left. \begin{array}{l} \mathfrak{M} \ 0,022 \ Q \\ A \ 0,0125 \ Q \\ A' \ 0,02005 \ Q \end{array} \right\} \text{ [kg m sec}^{-1}\text{].}$$

Da wir für jedes Fahrzeug die gleiche Bahngeschwindigkeit voraussetzen, so ergibt sich hieraus der Widerstand zu:

$$W = \frac{0,05455 \ Q}{\pi} = 0,0174 \ Q = 4,35 \text{ kg/t.}$$

Gewöhnlicher zweiachsiger Wagen.

Wir wollen nun zum gewöhnlichen Fall übergehen und einen Güterwagen von 4,5 m Länge untersuchen. Die Abrundung des Schienenkopfes und die Neigung des Spurkranzflansches wollen wir nach den T.V. annehmen und Abweichungen hiervon später erörtern. Analog dem Vorausgegangenen müßten wir den Fall der zwanglosen Führung untersuchen. Da wir aber die Lage des Reibungsmittelpunktes hier nicht kennen und auch bei den verwickelten Verhältnissen der Spurkranzreibung nicht von vornherein bestimmen können, müssen wir einen mittelbaren Weg einschlagen. Wir gehen von der strengen Führung aus und erweitern allmählich die Spur. Bei einer gewissen Lage des Reibungsmittelpunktes (~ 10 cm hinter der Hinterachse) zeigt sich dann, daß die Richtkraft an der Hinterachse zu Null geworden, das Fahrzeug also zwanglos geführt ist. Bei strenger Führung liegt der Reibungsmittelpunkt in Fahrzeugmitte.

Für die Bestimmung der in den Berührungspunkten der Hinterachse auftretenden Reibungskräfte ist es nötig, sich über die Bewegung dieser Punkte zunächst Klarheit zu verschaffen.

Es seien \mathfrak{M}'_2 , A_2 und A'_2 die Stützpunkte auf den Schienen. Die Lage des Spurkranzdruckpunktes \mathfrak{M}'_2 ist nach den früher erwähnten Beziehungen zu bestimmen. Man wird leicht einsehen, daß infolge der Rollbewegung die Gleitwege dieser Punkte entsprechend denen einer außen anlaufenden Achse gleich bleiben. Die Wendung und seitliche Verschiebung hingegen bedingen einen Wechsel der Vorzeichen. Die Wege infolge der Wendebewegung sind für die Punkte \mathfrak{M}'_2 und A'_2

$$v'_{2x} \cdot dt = v'_{2x} \cdot dt = -\frac{s}{2} \cdot d\varphi.$$

$$\text{und } A_2 \quad v_{2x} \cdot dt = \frac{s}{2} \cdot d\varphi$$

Bei der seitlichen Verschiebung ist der Weg für alle drei Punkte wieder gleich, nur hat er die umgekehrte Richtung, er ist

$$v'_{2y} \cdot \frac{dt}{d\varphi} = v_{2y} \cdot \frac{dt}{d\varphi} = v'_{2y} \frac{dt}{d\varphi} = -R d\varphi \cdot a_2 = -p_2 \cdot d\varphi.$$

Die Seitenwege am Spurkranzdruckpunkt \mathfrak{M}'_2 sind also:

$$v'_{2x} dt = \left(-\frac{s}{2} - a' \frac{R}{r} \right) d\varphi$$

$$v'_{2y} dt = -p_2 \cdot d\varphi$$

$$v'_{2z} dt = -b \frac{R}{r} \cdot d\varphi$$

$$v'_{2yz} dt = v'_{2z} \sqrt{1 + \text{ctg}^2 \beta} \cdot dt = \frac{p_2}{\cos \beta} d\varphi$$

am Auflagerpunkt A_2

$$v_{2x} dt = \left(\frac{s}{2} + c \frac{R}{r} \right) d\varphi$$

$$v_{2y} dt = -p_2 d\varphi$$

und A'_2

$$v'_{2x} dt = \left(-\frac{s}{2} + c \frac{R}{r} \right) d\varphi$$

$$v'_{2y} dt = -p_2 d\varphi.$$

Sie ergeben als resultierende Gleitwege:

$$v'_{2z} dt = \sqrt{\left(-\frac{s}{2} - a' \frac{R}{r} \right)^2 + \frac{p_2^2}{\cos^2 \beta}} d\varphi$$

$$v_{2z} \cdot dt = \sqrt{\left(\frac{s}{2} + c \frac{R}{r} \right)^2 + p_2^2} d\varphi$$

$$v'_{2z} dt = \sqrt{\left(-\frac{s}{2} + c \frac{R}{r} \right)^2 + p_2^2} d\varphi.$$

Mit ihrer Hilfe lassen sich wieder die Reibungskräfte nach den drei Richtungen X, Y und Z angeben. Man erhält am Stützpunkt \mathfrak{M}'_2

$$\mathfrak{R}'_2 = f \cdot \mathfrak{M}'_2 \frac{v'_{2x}}{v'_{2z}} = f \cdot \mathfrak{M}'_2 \sin \varepsilon'$$

$$\mathfrak{G}'_2 = f \cdot \mathfrak{M}'_{2z} \frac{v'_{2yz}}{v'_{2z}} = f \cdot \mathfrak{M}'_{2z} \cdot \cos \varepsilon'$$

$$\mathfrak{J}'_2 = f \cdot \mathfrak{M}'_{2y} \frac{v'_{2yz}}{v'_{2z}} = f \cdot \mathfrak{M}'_{2y} \cdot \cos \varepsilon'$$

am Stützpunkt A_2

$$K_2 = f \cdot N_2 \frac{v_{2x}}{v_2} = f \cdot N_2 \cos \xi_2$$

$$G_2 = f \cdot N_2 \frac{v_{2y}}{v_2} = f \cdot N_2 \sin \xi_2$$

und A'_2

$$K'_2 = f \cdot N'_2 \frac{v'_{2x}}{v'_{2z}} = f \cdot N'_2 \cos \xi'_2$$

$$G'_2 = f \cdot N'_2 \frac{v'_{2y}}{v'_{2z}} = f \cdot N'_2 \sin \xi'_2.$$

Zur Bestimmung des Gleichgewichts eines an der Innenschiene führenden Radsatzes nehmen die Gleichungen dann folgende Gestalt an (Abb. 30).

- $\sum X = 0: \mathfrak{R}'_2 + K_2 + K'_2 = 0,$
- $\sum Y = 0: -P_2 + \mathfrak{G}'_2 + G_2 + G'_2 + H_2 = 0,$
- $\sum Z = 0: \mathfrak{R}'_{2z} + N_2 + N'_2 + J_2 - 2Q = 0,$
- $\sum \mathfrak{M}_{xy} = 0: \mathfrak{M}_2 - (\mathfrak{R}'_2 - K_2 + K'_2) \cdot \frac{s}{2} = 0,$
- $\sum \mathfrak{M}_{xz} = 0: (-N'_{2z} + \mathfrak{J}'_2) \cdot b'_2 - \mathfrak{R}'_2 \cdot a' + (K_2 + K'_2) \cdot c_2 + \mathfrak{M}_{w2} = 0,$
- $\sum \mathfrak{M}_{yz} = 0: (-N'_{2z} - \mathfrak{J}'_2 - N'_2) \cdot s + H \cdot r + (P_2 + \mathfrak{G}'_2) \cdot a + Q \cdot s = 0.$

In ihnen ist das Vorzeichen der Reibungskräfte wieder so eingeführt, daß das für die Rechnung einzusetzende Vorzeichen auch hier durch den Richtungssinn der Gleitgeschwindigkeiten bedingt ist.

Die beiden Achsen sind in einem Rahmen gelagert und üben aufeinander Rückwirkungen aus. Der Rahmen kann zwischen beiden Achsen außer der schon früher eingeführten Querkraft H auch ein Moment \mathfrak{M} und eine Längskraft übertragen. Von letzterer sehen wir ab, da sie zum Gleichgewicht nicht notwendig ist. An beiden Achsen erscheinen dann als Unbekannte:

$$\text{Vorderachse: } \mathfrak{M}_1 \ N_1 \ N'_1 \ H_1 \ \mathfrak{M}_1 \ c_1 \ \mathfrak{M}_{w1},$$

$$\text{Hinterachse: } \mathfrak{M}'_2 \ N_2 \ N'_2 \ H_2 \ \mathfrak{M}_2 \ c_2 \ \mathfrak{M}_{w2}.$$

Als weitere für den Rahmen geltende Bedingungsgleichungen hat man für die Lösung:

1. $H_1 = H_2$,

und 2. $H_1 \cdot l = (-\mathfrak{R}_1 - K_1 + K'_1 + \mathfrak{R}'_2 - K_2 + K'_2) \cdot \frac{s}{2}$.

In den aufgestellten Gleichgewichtsbedingungen einer Achse kann man die Normalkräfte in den Stützpunkten durch c und H ausdrücken; Gleichung 5 dient lediglich zur Ermittlung des Krümmungswiderstands, kann somit ausscheiden, so daß die fünf Gleichungen durch eine mit den unbekanntenen Werten c und H ersetzt werden können. In unserem Fall würde man so zu zwei Gleichungen mit den Werten c_1 und H_1 für die Vorderachse und c_2 und H_2 für die Hinterachse gelangen. Da im Gleichgewichtsfall $H_1 = H_2$ ist, muß sich aus ihnen ein Paar zusammengehöriger c -Werte ermitteln lassen, die ein gleiches H ergeben und die Gleichung $H_1 \cdot l = (-\mathfrak{R}_1 + K'_1 - K_1 + \mathfrak{R}'_2 - K_2 + K'_2) \cdot \frac{s}{2}$ erfüllen. Diese Methode der Rechnung würde oft sehr langwierig sein, man gelangt schneller zum Ziel, wenn man die zueinander passenden c - und H -Werte nach folgendem graphischen Verfahren bestimmt.

übrig. Man erhält es, wenn man in der ersten Abbildung das eben gefundene c_1 mit der H_1 -Kurve zum Schnitt bringt und von hier aus parallel zur Abszissenachse zur H_2 -Kurve geht. Zur Bestimmung der in den Auflagerpunkten wirkenden Normal- und Reibungskräfte hat man jetzt nur noch die Rechnung mit den auf graphischem Wege erhaltenen c - und H -Werten durchzuführen. Sie ist im folgenden für die oben genannte Stellung des Fahrzeugs im Gleis wiedergegeben:

Graphisch erhält man für die Vorderachse $c_1 = 0,00138$ m, die Hinterachse $c_2 = 0,00097$ m und $H_1 = H_2 = 0,0459$ Q. Die von den beiden Größen c_1 und c_2 unabhängigen Werte sind für die Vorder- und Hinterachse entsprechend gleich, da beide Achsen unter dem gleichen Winkel α anlaufen. Es ist

$$\sin \alpha = \alpha = \frac{4,5}{360} = 0,0125.$$

$$\alpha = 0^\circ 43'.$$

Die Vorverlegung der Spurkranzdruckpunkte \mathfrak{A}_1 und \mathfrak{A}'_2 also $b_1 = b'_2 = 0,0125 \cdot \frac{0,508}{0,577} = 0,011$ m,

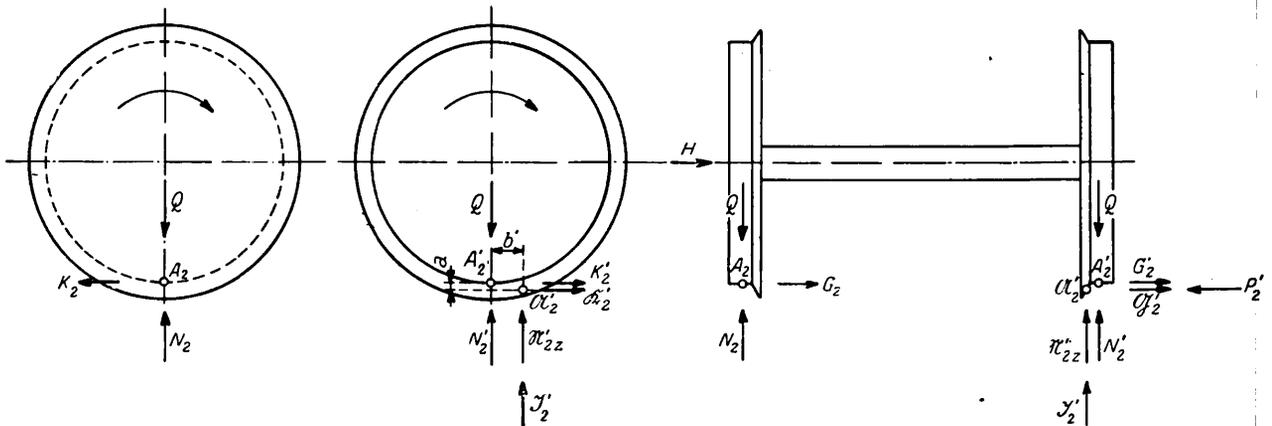


Abb. 30. Sämtliche in die Gleichgewichtsbedingungen eingehenden Kräfte an einer innen verlaufenden Achse.

Aus den Gleichgewichtsbedingungen einer jeden Achse errechnet man für verschiedene c -Werte z. B. $c = 0,9; 1,2$ und $1,5$ mm, da es meist innerhalb dieser Grenzen liegt, das zugehörige H und trägt es wie in Abb. 31 in Abhängigkeit von c auf. In Abb. 32 trägt man in Abhängigkeit von c das Moment $H_1 \cdot l$ und das sich aus Gleichung 4) für jede Achse ergebende Moment der X-Reibungskomponenten auf. Die beiden Reibungsmomente hat man zu addieren und erhält für den Wagen die resultierende X-Reibungsmomentenkurve. Ihr Schnittpunkt mit der $H_1 \cdot l$ -Kurve liefert das für Gleichgewicht richtige c der Vorderachse, da in diesem Punkt die Bedingung:

$$H_1 \cdot l = (-\mathfrak{R}_1 - K_1 + K'_1 + \mathfrak{R}'_2 - K_2 + K'_2) \cdot \frac{s}{2}$$

erfüllt wird. Es bleibt noch c_2 für die Hinterachse anzugeben

ferner

$$v_{1z} \frac{dt}{d\varphi} = v'_{2z} \frac{dt}{d\varphi} = -b \frac{R}{r} = -3,96$$

$$v_{1yz} \frac{dt}{d\varphi} = v'_{2yz} \frac{dt}{d\varphi} = \frac{p}{\cos \beta} = 4,50$$

$$v_{1y} \frac{dt}{d\varphi} = v'_{2y} \frac{dt}{d\varphi} = p = 2,25$$

Die wie bei den früheren Beispielen in einer Tabelle angegebenen mit c veränderlichen Werte sind für die Vorder- und Hinterachse aus Zusammenstellung 8 zu ersehen:

Durch Auflösen der Gleichgewichtsbedingungen für die Vorder- und für die Hinterachse findet man:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A}_1 &= 0,568 \text{ Q} & \mathfrak{A}'_2 &= 0,557 \text{ Q} \\ N_1 &= 0,617 \text{ Q} & N'_2 &= 0,637 \text{ Q} \\ N'_1 &= 0,984 \text{ Q} & N_2 &= 0,986 \text{ Q} \\ \mathfrak{M}_{w1} &= 0,004794 \text{ Q} & \mathfrak{M}_{w2} &= 0,009486 \text{ Q} \end{aligned}$$

Zusammenstellung 8.

Stützpunkte	\mathfrak{A}_1	A_1	A'_1	\mathfrak{A}'_2	A_2	A'_2
$v_x \frac{dt}{d\varphi}$	-1,63	1,246	-0,254	-3,29	1,1	-0,4
$v \frac{dt}{d\varphi}$	4,83	2,57	2,268	5,63	2,5	2,285
\sin	$\varepsilon_1 = -0,336$	$\xi_1 = 0,875$	$\xi'_1 = 0,994$	$\varepsilon'_2 = -0,581$	$\xi_2 = 0,899$	$\xi'_2 = 0,985$
\cos	$\varepsilon_1 = 0,942$	$\xi_1 = 0,484$	$\xi'_1 = -0,112$	$\varepsilon'_2 = 0,813$	$\xi_2 = 0,439$	$\xi'_2 = -0,175$
K	$0,084 \mathfrak{A}_1$	$-0,121 N_1$	$0,028 N'_1$	$0,145 \mathfrak{A}'_2$	$-0,1097 N_2$	$0,044 N'_2$
G	$-0,118 \mathfrak{A}_1$	$-0,219 N_1$	$-0,2485 N'_1$	$0,102 \mathfrak{A}'_2$	$-0,2247 N_2$	$0,246 N'_2$
J	$0,204 \mathfrak{A}_1$	-	-	$0,176 \mathfrak{A}'_2$	-	-

Zu den Normaldrücken in den Auflagerpunkten kann man auch auf graphischem Wege gelangen, wenn man in Abhängigkeit von c die bei der vorausgegangenen Rechnung zur Bestimmung der Größen c_1 und c_2 für Gleichgewicht ermittelten Werte für \mathfrak{N}_1 , N_1 , usw. aufträgt und die entsprechenden Kurven dann mit den in Abb. 31 erhaltenen c -Werten zum Schnitt bringt (Abb. 33).

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}_{1z} + \mathfrak{Z}_1 &= 0,284 Q + 0,116 Q = 0,4 Q \\ N_1 &= 0,616 Q \\ N'_1 &= 0,984 Q \end{aligned}$$

und die der Hinterachse:

$$\begin{aligned} \mathfrak{N}'_{2z} + \mathfrak{Z}'_2 &= 0,279 Q + 0,098 Q = 0,377 Q \\ N_2 &= 0,985 Q \\ N'_2 &= 0,638 Q. \end{aligned}$$

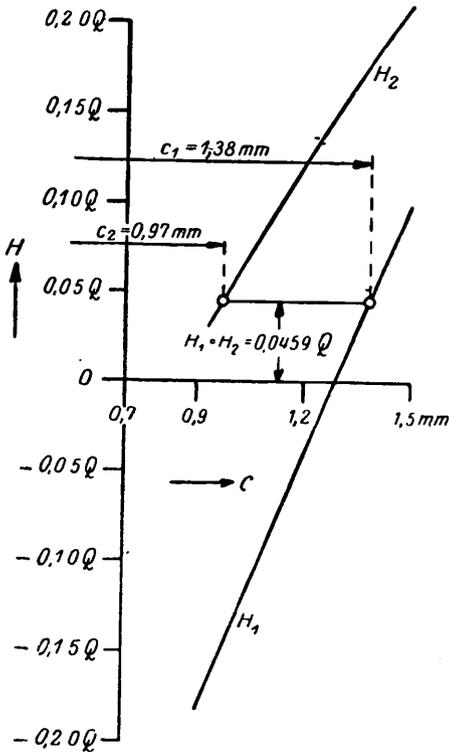


Abb. 31.

Graphische Ermittlung der zusammengehörigen Werte von c_1 , c_2 und H .

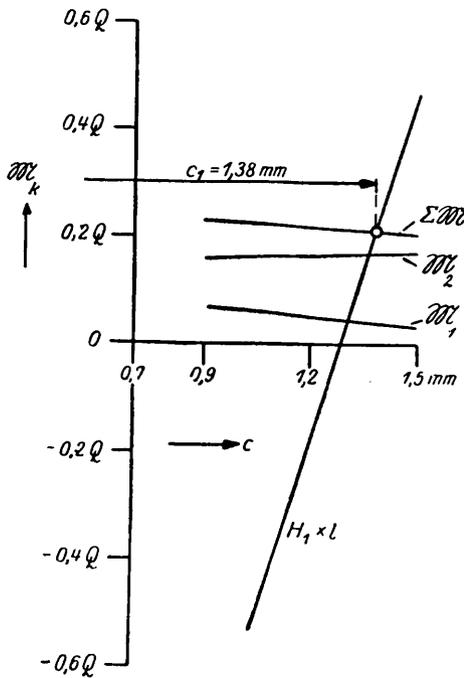


Abb. 32.

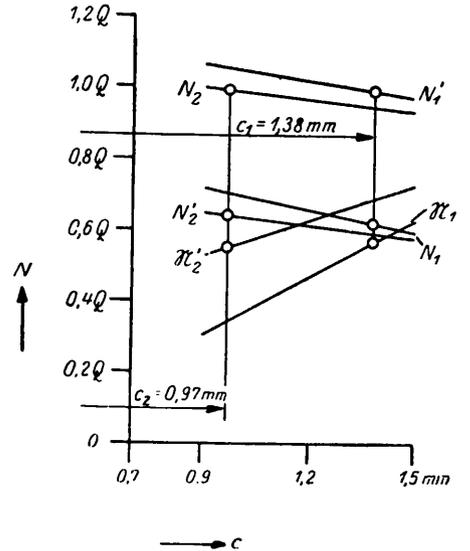


Abb. 33.

Graphische Ermittlung der Normalkräfte.

Am Krümmungswiderstand hat jeder Radsatz seinen Anteil. Er ist von der Vorderachse:

$$W_1 = \frac{\mathfrak{M}_{w1}}{r} = 0,009\,588 Q = 2,397 \text{ kg/t}$$

von der Hinterachse

$$W_2 = \frac{\mathfrak{M}_{w2}}{r} = 0,009\,486 Q = 2,3715 \text{ kg/t},$$

so daß man als Gesamtwiderstand $W = 0,019\,074 Q = 4,7685 \text{ kg/t}$ erhält.

Die beiden Richtkräfte P_1 und P'_2 , die das Fahrzeug gegen alle Widerstände gleitend um den Reibungsmittelpunkt M drehen, liegen etwas unterhalb der Schienenkopfebene und greifen in den Spurkranzdruckpunkten \mathfrak{N}_1 und \mathfrak{N}'_2 an. Ihre Richtung ist wie früher rechtwinklig zum Gleis und um den Anlaufwinkel α einer jeden Achse von der Senkrechten auf die Fahrzeuglängsachse abweichend. Es ist:

$$\begin{aligned} P_1 &= 0,491 Q \\ \text{und } P'_2 &= 0,483 Q. \end{aligned}$$

Damit werden die Führungsdrücke, die tatsächlich vom Fahrzeug auf die Schiene wirkenden Kräfte:

$$\begin{aligned} Y_1 &= 0,2835 Q \\ Y'_2 &= 0,2687 Q. \end{aligned}$$

Die Größe der Richtkraft bedingt bereits eine bestimmte Aufnahme der Belastung des anlaufenden Rades durch den Spurkranzdruckpunkt. In unserem Fall verteilt sich die Last der Vorderachse wie folgt auf ihre Stützpunkte:

Es trägt also der Spurkranzdruckpunkt \mathfrak{N}_1 20,0 v. H. der Achslast der Auflagerpunkt A_1 30,8 v. H. und Punkt A'_1 49,2 v. H. und an der Hinterachse entsprechend:

$$\begin{aligned} \text{Punkt } \mathfrak{N}'_2 & 18,9 \text{ v. H.} \\ \text{Punkt } A_2 & 49,2 \text{ v. H.} \\ \text{und Punkt } A'_2 & 31,9 \text{ v. H.} \end{aligned}$$

Die in den Stützpunkten beider Achsen auftretenden Reibungskräfte sind ebenso wie die Gleitgeschwindigkeiten dieser Punkte aus Zusammenstellung 9 auf Seite 348 zu entnehmen.

Aus den Reibungskräften und Gleitgeschwindigkeiten die Reibungsleistung in den einzelnen Stützpunkten errechnet, ergibt für den Punkt

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{N}_1 & 0,012 Q \\ A_1 & 0,00697 Q \\ A'_1 & 0,00976 Q \\ \mathfrak{N}'_2 & 0,0137 Q \\ A_2 & 0,0108 Q \\ A'_2 & 0,00642 Q \end{aligned} \right\} [\text{kgm sec}^{-1}]$$

und als Gesamtreibungsleistung $0,05965 Q \text{ kgm sec}^{-1}$.

Hieraus ergibt sich wie früher der Widerstand zu:

$$W = \frac{0,05965 Q}{\pi} = 0,01904 Q = 4,76 \text{ kg/t}.$$

Der Rollkreisabstand von Achsmittle ist an der Vorderachse $\Delta R_1 = 0,497 \text{ m}$

Zusammenstellung 9.

Stützpunkte	\mathcal{X}_1	A_1	A'_1	\mathcal{X}'_2	A_2	A'_2
K [Q f]	0,191	-0,298	0,11	0,323	-0,432	0,112
G [Q f]	-0,267	-0,54	-0,975	0,227	0,884	0,626
J [Q f]	0,462	—	—	0,392	—	—
R [Q f]	0,568	0,617	0,985	0,557	0,985	0,637
v_x	0,0285	0,0218	0,00444	0,0576	0,01925	0,00707
v_y	0,0394	0,0394	0,0394	0,0394	0,0394	0,0394
v_z	0,0693	—	—	0,0693	—	—
v	0,0845	0,0453	0,0397	0,0985	0,04375	0,0404

und an der Hinterachse

$$\Delta R_2 = 0,349 \text{ m.}$$

Diese Lage gibt Abb 34 wieder.

Die Abb. 35 stellt die in den Auflagerpunkten der Vorderachse wirkenden Kräfte dar, ein ähnliches Bild würde sich für die Hinterachse ergeben also nichts Neues bieten.

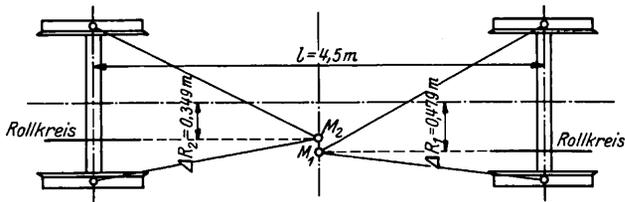


Abb. 34. Lage des Rollkreises bzw. Reibungsmittelpunktes an der vorderen und hinteren Achse.

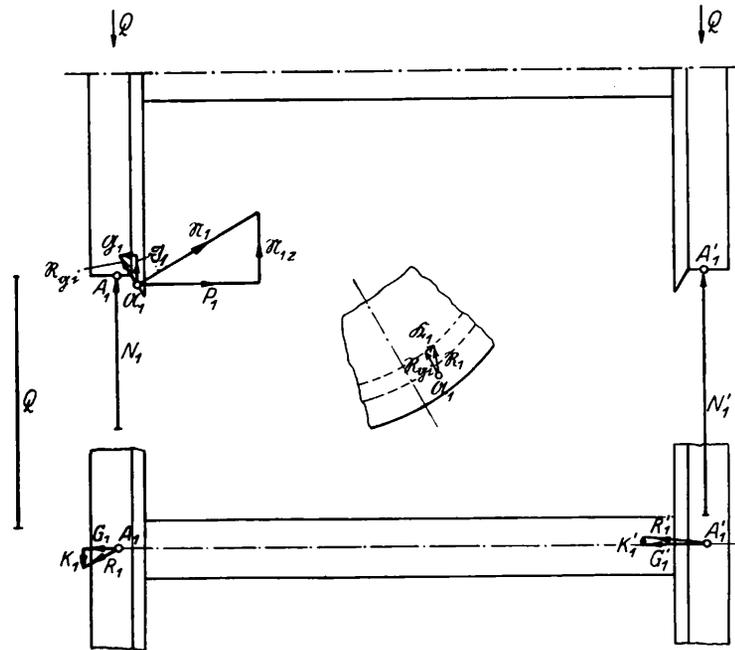


Abb. 35. Lage und Größe der Kräfte an der vorderen Achse (maßstäblich).

Wenden wir uns nunmehr dem Fall zu, wo die Gleiskurve Spiel hat. Bei bekannter Lage des Reibungsmittelpunktes kann man bei Ermittlung der gesuchten Größen in gleicher Weise vorgehen wie bei strenger Führung. Die zwanglose Führung ergibt sich als Grenzfall.

In Abb. 36 sind in Abhängigkeit von der Lage des Reibungsmittelpunktes zwischen strenger und zwangloser Führung des Wagens die beiden Richtkräfte, Führungsdrücke und der Krümmungswiderstand aufgetragen. Die Richtkraft der Hinterachse nimmt immer mehr ab und erreicht im Fall der zwanglosen Führung den Wert Null. An der Vorderachse steigt sie

von 0,491 Q auf 0,548 Q, mit ihr auch der Führungsdruck, seine Vergrößerung beträgt 16,95 v. H. Der Kurvenwiderstand zwischen den beiden Grenzlagen steigt von 4,77 kg/t auf 5,09 kg t, das bedeutet eine Zunahme um 6,75 v. H. Praktisch liegt die Wahl zwischen Normalspur (11 mm Spiel) und der üblichen Spurerweiterung (11 + 28 = 39 mm Spiel). Zwischen diesen ist der Unterschied beim Krümmungswiderstand allerdings nicht mehr erheblich, nämlich nur 2,2 v. H. Es ist aber zu beachten, dass

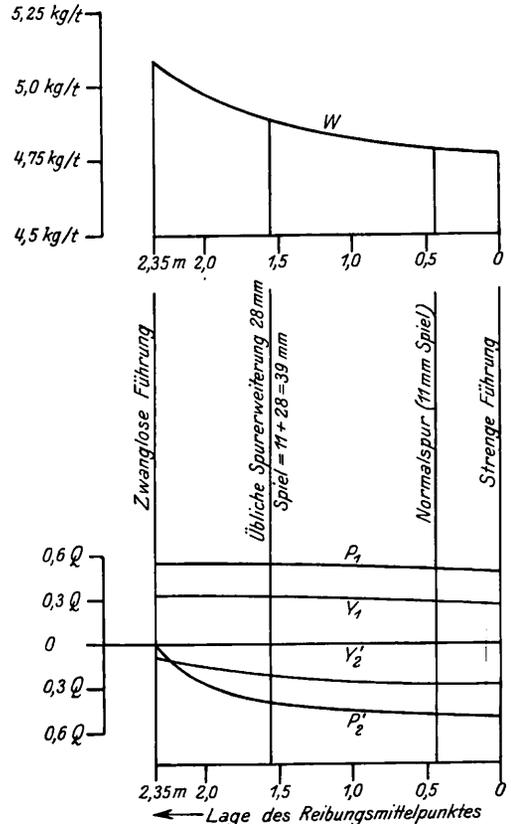


Abb. 36. Zunahme des Krümmungswiderstandes und des vorderen Führungsdruckes mit Erweiterung der Spur (R = 180 m).

der Unterschied im Führungsdruck noch immer 10,2 v. H. beträgt, und dementsprechend die Abnutzung in höherem Maße die Außenschiene belastet.

Wir erkennen also bei Vergrößerung der Spurweite ein Ungünstigerwerden der Verhältnisse hinsichtlich der Abnutzung von Spurkranz und Schienenkopf und eine Zunahme des Krümmungswiderstandes.

Schlussfolgerung.

Es ist im Vorstehenden streng bewiesen, dass ein 4,5 m langes Fahrzeug bei neuen Rädern und Schienen in einem

180 er Bogen in Normalspur mit weniger Widerstand läuft als bei Spurerweiterung. Um zu erkennen, ob die Abschaffung der Spurerweiterung allgemein vorteilhaft ist, müßte man sehr viele Fahrzeuge unter verschiedenen Bedingungen untersuchen. Man kann aber doch ziemlich sichere Schlüsse aus dem obigen Ergebnis ziehen. Es ist nach dem ganzen Rechnungsgang deutlich, daß sich die Verhältnisse bei anderen Fahrzeugen nicht grundsätzlich ändern. Möglich wäre allerdings, daß das Hinzutreten starker Zugkräfte in der Kupplung eine Änderung herbeiführt. Bei starker Spurerweiterung und entsprechender Spielfangstellung des Wagens greift die Kupplung unter einem gewissen Winkel an, was auf den Wagen ein Moment in dem Sinne ausübt, daß die führende Achse von der Schiene abgezogen wird. Dies ist ein Umstand, den schon Frank in seiner Widerstandsformel berücksichtigt hat. Auch bei einem streng geführten Wagen wird nun freilich das anlaufende Rad von der ziehenden Kupplung entlastet, aber möglicherweise in geringerem Maße. Es wäre deshalb nicht ganz unmöglich, daß in dem vorderen Teil stark gezogener Züge der Widerstand bei Spurerweiterung etwas geringer ist. Die ganze Wagenreihe stellt sich dann gewissermaßen so ein, daß die ziehende Lokomotive die Drehgleitbewegung der Wagen zu einem gewissen Teil mit den Kupplungen vollzieht, ohne entsprechende Zuhilfenahme der Schienenführung. Es erscheint aber nicht sehr wahrscheinlich, daß dadurch im Durchschnitt ein Überschufs zugunsten der Spurerweiterung bleibt.

Mindestens ist durch die vorstehenden Betrachtungen bewiesen, daß es im allgemeinen durchaus unschädlich und jedenfalls ungefährlich ist, mit Wagen in einem Gleis ohne Spurerweiterung zu fahren.

Es muß aber ausdrücklich gesagt werden, daß damit für größere Lokomotiven noch nichts bewiesen ist. Es ist zwar anzunehmen, daß auch von ihnen viele besser durch einen Bogen ohne Spurerweiterung gehen. Aber da die Verhältnisse schon beim zweiachsigen Wagen nicht leicht zu übersehen sind, kann man sich eine Vorstellung machen, wie schwierig sie bei vierrädrigen Fahrzeugen liegen. Jedenfalls können Schritte zur Verringerung der Spurerweiterung nur dann mit Aussicht auf Erfolg gemacht werden, wenn man die in Betracht kommenden Fahrzeuge genau berechnet hat. Andernfalls ist es möglich, daß die Verringerung einmal günstig, ein andermal ungünstig wirkt, und daß im Ganzen ein unklares und zweifelhaftes Bild entsteht.

Es ist von Interesse, die Untersuchungen noch in gewissen Richtungen fortzusetzen. Zunächst ist nach denselben Methoden ein zweiachsiger Wagen mit sehr scharf gelaufenen Spurkränzen nach Abb. 37 berechnet worden. Er ergibt einen Krümmungswiderstand von einem streng geführten Fahrzeug in einer Kurve

mit 180 m Halbmesser von 10,04 kg/t. Eine bedeutende Zunahme durch die Spurkränzeibung macht sich bereits bemerkbar; denn infolge des steilen Flansches ist die Vorverlegung des Spurkränzdrukpunktes sehr groß geworden und mit ihr auch das Widerstandsmoment M_w einer führenden Achse.

Ferner ist die Einpunktberührung untersucht worden, die bekanntlich Heumann und Uebelacker ihren Untersuchungen zugrunde gelegt haben. Sie kann eintreten bei entsprechend scharfer Ausrundung des Schienenkopfes und schwacher Ausrundung der Hohlkehle des Rades. Sie ist durch allmähliches Verändern der Flanschneigung als Grenzfall ermittelt worden und gibt bei strenger Führung einen Widerstand von 3,52 kg/t. Das ist angenähert der Widerstand, der sich aus der Rechnung mit Druckrollenführung ergibt, da die Bewegung des Spurkränzdrukpunktes auf einer sich stark der horizontalen Ebene nähernden Fläche erfolgt. Für Druckrollenführung ist er 3,27 kg/t.

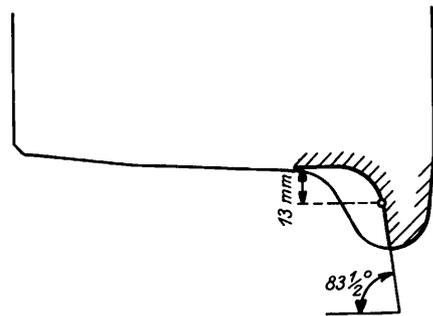


Abb. 37. Stark ausgelaufener Spurkranz.

Der Verfasser ist sich wohl bewußt, daß die vorstehenden Untersuchungen noch einer gewissen wissenschaftlichen Abrundung entbehren. Er hält es aber für geraten, sie doch schon der Öffentlichkeit zu übergeben, weil der Stoff zur Zeit große Bedeutung hat. Manche Zwischenbeweise mußten ausgelassen werden. Eine vollständige Darstellung der Kurvenbewegung läßt sich nur im Rahmen eines Lehrbuches geben. Es wäre zu wünschen, daß sich bald jemand für diese Aufgabe findet; ohne Mitwirkung eines Mechanikers vom Fach wird sie allerdings kaum zu lösen sein. Mir scheinen namentlich die Betrachtungen über die Freiheitsgrade der Achse noch einer Ergänzung bedürftig.

Die in der Arbeit enthaltenen Berechnungen sind mehrfach und unabhängig voneinander durchgeführt, so daß ihre Richtigkeit in allem Wesentlichen verbürgt ist. Den Herren Dipl.-Ing. Haas und Becker, die sich dieser Arbeit unterzogen haben, sei auch an dieser Stelle der gebührende Dank ausgesprochen.

Literaturzusammenstellung zu dem Gedenkwort für Richard von Helmholtz.

- 1) Gaiser, Die Crampton-Lokomotive, S. 29.
- 2) Organ 1885, S. 30.
- 3) Lotter, Handbuch zum Entwerfen regelspuriger Dampflokomotiven, S. 213, Abb. 96.
- 4) Organ 1897, S. 91, Taf. 11, 12.
- 5) Organ, X. Erg.-Band, S. 34; Organ 1896, S. 112, 138.
- 6) Z. d. V. d. I. 1888, S. 330, 353; Organ 1888, S. 206.
- 7) Organ 1897, S. 203.
- 8) Organ 1889, S. 16.
- 9) Organ 1896, S. 252.

- 10) Organ 1901, S. 30.
- 11) Organ 1922, S. 14, 214; 1925, S. 74; 1926, S. 328.
- 12) Organ 1899, S. 1.
- 13) Die Lokomotive 1906, S. 110.
- 14) Heusinger, 1. Aufl., Taf. 39, Abb. 10.
- 15) Organ 1925, S. 523.
- 16) Z. d. V. d. I. 1906, S. 1180.
- 17) Igel, Handbuch, S. 578.
- 18) Z. d. V. d. I. 1911, S. 1015; Die Lokomotive 1921, S. 77.

Untersuchungen über den Kurvenwiderstand von Eisenbahnfahrzeugen*).

Von Dr. Ing. M. Louis.

Hierzu Tafel 36 und 37.

Einleitung.

Die Versuche, den Widerstand von Eisenbahnfahrzeugen in der Kurve rechnerisch zu bestimmen, sind fast ebenso alt wie die Eisenbahn selbst. Die bisherigen theoretischen Ergebnisse sind aber entweder zu verwickelt, als daß sie für die Praxis Bedeutung gewinnen könnten, oder sie fußen auf so groben und oft gänzlich unzutreffenden Annahmen, daß sie unbrauchbar sind. Sie weichen auch infolgedessen untereinander so erheblich ab, daß sie nicht das nötige Vertrauen für den praktischen Gebrauch finden konnten. Daher hat sich bis heute die Röcklsche Formel in der Form $w = \frac{650}{R - 55}$ erhalten können. Diese Formel ist aufgestellt auf Grund von Versuchsergebnissen mit Wagen von 3 m Radstand. Sie ist daher auch nur für solche und auch nur für die sonstigen bei den Versuchen vorhandenen Verhältnisse, die den Kurvenwiderstand beeinflussen, richtig. Sie berücksichtigt von allen Faktoren, die für den Kurvenwiderstand in Frage kommen, nur den Krümmungsradius R , bezüglich der sonstigen Faktoren, wie vor allem Radstand, Spurweite, Reibungskoeffizient zwischen Rad und Schiene, Spielraum im Gleis, Form von Schiene und Radreifen usw., tappt man mit ihr vollständig im ungewissen. Es ist nun der Zweck der vorliegenden Untersuchung, den Kurvenwiderstand auf Grund der tatsächlich auftretenden mechanischen Vorgänge für den theoretischen Fall des Beharrungsstandes und stofsreichen Kurvenlaufs festzustellen, desgleichen die Größe des Einflusses der verschiedenen in Betracht kommenden Faktoren. Sodann ist der Widerstand an einer größeren Zahl von Fahrzeugen (Wagen und Lokomotiven) zahlenmäßig für verschiedene Kurvenradien errechnet und in Schaulinien dargestellt. Ferner ist dann noch untersucht, ob und inwieweit die Ergebnisse durch eine Formel ausgedrückt werden können, bzw. ob die Aufstellung einer verallgemeinerten Gleichung für den Kurvenwiderstand möglich ist.

Der Kurvenwiderstand eines führenden Rades.

Die Kurvenläufigkeit kommt dadurch zustande, daß die führenden Räder im Geradeauslauf an der Schiene um ein gewisses Maß hochsteigen. Hierbei geht der Stützpunkt der anlaufenden Räder von der Lauffläche auf die Hohlkehle über. Ist die Neigung a der Tangente im Berührungspunkte (Textabb. 1) groß genug geworden, so gleitet das Rad infolge des Raddruckes Q an der Schiene ab und dreht dadurch das Fahrzeug wieder in die Kurve hinein. Die hierbei geleistete Arbeit des führenden Rades dient zur Deckung der am Fahrzeug auftretenden Reibungswiderstände zwischen den Rädern und der Schiene. Die Bewegung eines Radsatzes in der Kurve setzt sich zusammen aus einer Rollbewegung in Fahrzeuggängsachse und einer Gleitbewegung um einen Punkt M , dem »Reibungsmittelpunkt« (Textbb. 2). Diese Verhältnisse, insbesondere die zur Festlegung des »Reibungsmittelpunktes« führenden Zusammenhänge, sind zuerst von Uebelacker dargelegt worden im »Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens«, Beilage 1903. Die hierbei an den Rädern auftretenden Reibungskräfte sind $N \cdot \mu$, wenn N den Normaldruck, μ den Reibungskoeffizienten bedeutet; μ wird für alle Räder im folgenden stets gleich groß angenommen. Von der konischen Form der Radreifen wird nun wie überhaupt bei allen späteren Untersuchungen abgesehen, da sie

*) Der Aufsatz ging uns schon vor längerer Zeit zu, konnte jedoch wegen Raummangels erst jetzt Aufnahme finden.

doch schon nach kurzer Betriebszeit nicht mehr vorhanden ist. Es ist dann bei nicht anlaufenden Rädern $N = Q$, wenn Q die Radlast bedeutet. Bei einem anlaufenden Rad ist N die Resultierende aus Radlast Q , Schienendruck Y , wobei unter Y die wagrechte Kraft in Richtung der Achse verstanden ist, mit der das Rad gegen die Schiene gedrückt wird, und der Reibungskraft $N \cdot \mu$. An Stelle der Reibungskräfte wird im folgenden stets mit ihren Komponenten in Richtung der Fahrzeuggängsachse und in dazu senkrechter Richtung gerechnet. Mit den Bezeichnungen der Textabb. 2 sind dann am inneren Vorderrad die Reibungskräfte $Q_1 \mu \cos \beta_1$ und $Q_1 \mu \sin \beta_1$, wenn der Index die Achse bezeichnet, von vorne gezählt. Bezüglich der Vorzeichen wird die Festsetzung getroffen, daß der Koordinatenmittelpunkt in Mitte der Radachse liegt, und zwar gelten alle Kräfte und Strecken in Fahrtrichtung und radial nach außen als positiv, desgleichen Momente im Uhrzeigersinn. Ein Vorzeichen für β braucht nicht eingeführt zu werden, wenn ein für allemal festgestellt wird, daß die Komponenten $Q \mu \cos \beta$

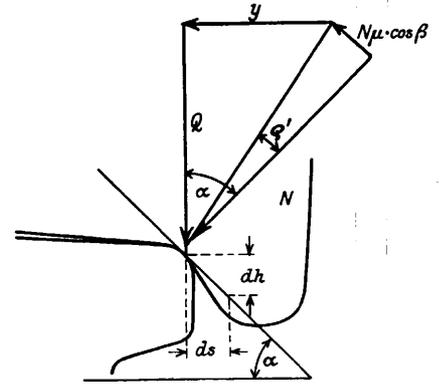


Abb. 1.

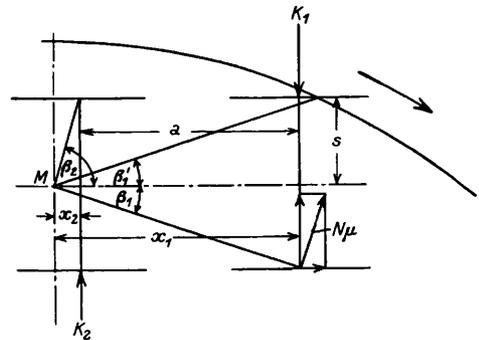


Abb. 2.

für die beiden Räder einer Achse gleichgerichtet, die Komponenten $Q \mu \sin \beta$ stets entgegengerichtet sind und ein negatives Moment bilden. Am anlaufenden Rad findet das Gleiten in einer unter dem Winkel a geneigten Ebene statt. Die Reibungskraft ist $N \cdot \mu$. Ihre Richtung schließt, da sie um β_1' von der Achsrichtung abweicht, mit der Horizontalen einen Winkel ein, der etwas von a abweicht. Die horizontale Komponente der Reibungskraft in Richtung der Fahrzeuggängsachse kann genügend genau gleich $Q \mu \sin \beta_1'$ gesetzt werden, was ebenfalls in der bereits angezogenen Abhandlung von Uebelacker näher dargelegt ist. Das Gleichgewicht der Kräfte in Fahrtrichtung ist allgemein:

$$Q \mu \sin \beta - Q \mu \sin \beta' \pm Z = 0.$$

$\pm Z$ gilt für ungebremste Laufachsen und stellt den Lauf- und Kurvenwiderstand dar. Es ist aber so klein gegen die Reibungskräfte, daß es ~ 0 gesetzt werden kann. Das bedeutet aber $\sin \beta' = \sin \beta$, oder M liegt auf der Radsatzmittellinie. Das gilt auch für anlaufende Achsen, da der Spurkranzübergriff

(siehe Textabb. 2) ebenfalls vernachlässigt werden kann. Anders dagegen ist der Sachverhalt bei einer Triebachse, die einen Zug Z aufnehmen muß. Hierbei ist die Verschiebung aus Radsatzmitte zu berücksichtigen. Die unter Vermittlung des Rahmens auf das anlaufende Rad drückenden Reibungskräfte rufen den Schienendruck

$$Y = Q \operatorname{tg}(\alpha - \varrho') \quad \text{Gl. 1)}$$

hervor (vergl. Textbb. 1), wobei $\operatorname{tg} \varrho' = \operatorname{tg} \varrho \cos \beta = \mu \cos \beta$ ist. Beim Durchlaufen der Kurve muß aufser dem Schienendruck Y auch noch die in der Richtung von Y liegende Reibungskraftkomponente $Q\mu \cos \beta$ des anlaufenden Rades überwunden werden. Die Gesamtkraft $Y + Q\mu \cos \beta$ wird von der im folgenden als »Richtkraft« bezeichneten Kraft K überwunden. In Einheiten $Q\mu$ ausgedrückt (entsprechend den Reibungskräften) ergibt sich dann

$$Y + Q\mu \cos \beta = -K = -m Q\mu$$

oder $Y + Q \operatorname{tg} \varrho \cos \beta = -m Q \operatorname{tg} \varrho$. . . Gl. 2)
Aus Gl. 1 und 2 folgt dann

$$Q \operatorname{tg}(\alpha - \varrho') = -m Q \operatorname{tg} \varrho - Q \operatorname{tg} \varrho \cos \beta$$

oder $\operatorname{tg}(\alpha - \varrho') = -\operatorname{tg} \varrho \cdot (m + \cos \beta)$,

hieraus $\operatorname{tga} = \operatorname{tg} \varrho \frac{m + \cos \beta}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho (m + \cos \beta) \cos \beta}$. . . Gl. 3)

Durchläuft ein Fahrzeug ein Bogenelement $d\varphi$, so wird hierbei das anlaufende Rad durch die Widerstandskraft W um dh gehoben. Die geleistete Arbeit ist $Q \cdot dh = WR \cdot d\varphi$. Hierauf erfolgt Abgleiten von Q um dh . Die geleistete Arbeit ist (mit den Bezeichnungen der Textabb. 1 und 2) $Q \cdot dh = Q \cdot ds \cdot \operatorname{tg} \alpha = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot (-x) \cdot d\varphi$, wenn $(-x)$ den Abstand der Achse vom Reibungsmittelpunkte bezeichnet. Es wird x negativ genommen, damit Q bei dem als positiv angenommenen Y eine positive Arbeit leistet, d. h. eine Drehung des Fahrzeugs im Sinne der Kurve. Also ist

$$W \cdot R \cdot d\varphi = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot (-x) \cdot d\varphi$$

oder $W = \frac{Q \operatorname{tg} \alpha (-x)}{R}$ Gl. 4)

und $\operatorname{tg} \alpha$ aus Gl. 3) eingesetzt:

$$W = \frac{Q \operatorname{tg} \varrho}{R} x \frac{m}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho (m + \cos \beta) \cos \beta} \quad \text{Gl. 5)}$$

Wird das Fahrzeuggewicht $G = zQ$ gesetzt, so folgt als spezifischer Widerstand

$$w = \frac{1000 \operatorname{tg} \varrho}{zR} x \frac{m}{1 + \operatorname{tg}^2 \varrho (m + \cos \beta) \cos \beta} \text{ kg/t} \quad \text{Gl. 6)}$$

Laufen n Räder eines Fahrzeugs an, so ist natürlich $w = w_1 + w_2 + \dots + w_n$. Es bleibt also nur noch übrig, x und m zu bestimmen.

Richtkraft und Reibungsmittelpunkt.

Als einfachstes Beispiel sei ein zweiachsiges Fahrzeug nach Textabb. 2 angenommen, dessen Achsen steif und unverschieblich im Rahmen gelagert sind. In der Kurve treten die bereits besprochenen Reibungskräfte auf, aufserdem werde das Fahrzeug vorne und hinten durch die Schiene geführt; es treten also noch zwei Schienendrucke Y_1 und Y_2 auf. Die Schienendrucke stellen die Gesamtwirkung aller Reibungskräfte dar, die vermittels des Rahmens die anlaufenden Räder gegen die Schiene drücken. Ausgenommen sind also hiervon nur die Reibungskomponenten der anlaufenden Räder in Richtung der Achse, die von der Radlast Q direkt überwunden werden. Die Kraft Y_1 ergibt sich aus der Momentengleichung für den Rahmen um den Mittelpunkt der zweiten Achse zu:

$$-Y_1 a = -Q_1 \mu \cos \beta_1 a - 2s(Q_1 \sin \beta_1 + Q_2 \sin \beta_2) \cdot \mu.$$

Wird auf beiden Seiten $-Q_1 \mu \cos \beta_1 a$ addiert und $-(Y_1 + Q_1 \mu \cos \beta_1) = m_1 Q_1 \mu$ (nach Gl. 2) eingeführt, so ergibt sich die einfache Form:

$$m_1 Q_1 \mu a = -2 Q_1 \mu \cos \beta_1 a - 2s(Q_1 \mu \sin \beta_1 + Q_2 \mu \sin \beta_2)$$

oder

$$m_1 = -2 \cos \beta_1 - 2 \frac{s}{a} (\sin \beta_1 + \frac{Q_2}{Q_1} \sin \beta_2) \quad \text{Gl. 7)}$$

ebenso folgt

$$m_2 = -2 \cos \beta_2 + 2 \frac{s}{a} (\sin \beta_2 + \frac{Q_1}{Q_2} \sin \beta_1) \quad \text{Gl. 7a)}$$

Durch Addition von Gl. 7) und 7a) folgt, wenn $Q_1 = Q_2$ ist, $m_2 + m_1 + 2 \cos \beta_2 + 2 \cos \beta_1 = 0$. . . Gl. 8)

Die Lage von M und damit die Gröfse der Winkel-funktionen sind nun meist gegeben durch die Gleisverhältnisse. Die Gröfse x_1 ist von dem Spiel der Radsätze im Gleis abhängig. Ist das Spiel $\sigma = 0$, so muß sich das Fahrzeug (womit stets die Verbindungslinie der Radsatzmitten verstanden ist) als Sehne in die Kurve legen, d. h. es ist $-x_1 = \frac{a}{2}$. Ist ein

gewisses Spiel σ vorhanden, so ergibt sich

$$-x_1 = \frac{a}{2} + \frac{R \cdot \sigma}{a} \quad \text{Gl. 9)}$$

Aus Textabb. 3, die als eine Darstellung nach Art der Royschen Methode anzusehen ist, ist Gl. 9) leicht abzulesen.

Hieraus ist zunächst die Abhängigkeit der Gröfsen x und m , und damit der Gröfse w von dem Produkte $R\sigma$ ersichtlich. Es zeigt sich, daß w um so kleiner wird, je kleiner x_1 , also je kleiner $R\sigma$ ist. In diesem Sinne ist x stets absolut gemeint, so daß $x_{\min} = 0$ ist. Mit zunehmender Abnutzung der Radreifen wird daher, von sonstigen Einflüssen abgesehen, w größer, da σ größer wird. Mit

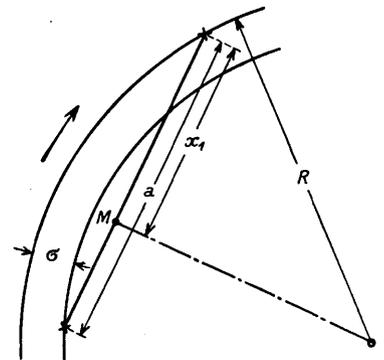


Abb. 3.

wachsendem x_1 nähert sich m_2 dem Werte 0. Ist $m_2 = 0$, so wird das Fahrzeug nur vorne geführt, x_1 hat seinen Grenzwert x_0 erreicht, das Fahrzeug hat seine »natürliche« Radialstellung eingenommen. Bei zweiachsigen Fahrzeugen ist x_0 etwas größer als a und nähert sich mit zunehmendem Radstand dem Werte a . Bei dreiachsigen Fahrzeugen liegt M kurz vor der letzten Achse und nähert sich dieser ebenfalls mit zunehmendem Radstand. In Abb. 1, Taf. 36 sind die erforderlichen Werte x und m zur Bestimmung von w in Kurven aufgetragen. Hierbei ist angenommen: gleiche Belastung aller vier Räder und Spurweite $2s = 1500$ mm. Die Abb. 1, Taf. 36 enthält für Radstände von 2 bis 8 m die Gröfse von x_0 , ferner für die Werte $R\sigma = 6, 8, 10$ und 12 die Gröfse von x_1 . Es ergibt sich $x_2 = a + x_1$. Weiter ist m_1 und m_2 aufgetragen. Schliesslich ist noch das Produkt $(m_2 + \cos \beta_2) \cos \beta_2$ eingetragen. Für Achse 1 ist $\cos \beta$ stets so groß, daß $(m_1 + \cos \beta_1) \cos \beta_1$ von dem Werte $(m_1 + 1)$ kaum abweicht und es ist daher auch nicht besonders eingetragen. Mit Hilfe dieser Tafel läßt sich w sehr genau seinem theoretischen Werte nach bestimmen, soweit es durch die Gleisverhältnisse beeinflusst wird. Die Tafel ist ohne weiteres auch für eine andere Spurweite $2\sigma'$ zu verwenden. Es ist dann nur der Maßstab für a und x im Verhältnis $\frac{2\sigma'}{1500}$ zu ändern.

Einfluss der Radreifenabnutzung auf den Kurvenwiderstand.

In den bisherigen Ausführungen war nur angenommen, daß die Kegelform der Radreifen durch die Abnutzung verschwunden sei, daß aber Schienenkopf und Radreifenhohlkehle noch in neuem Zustande seien. Es wird nämlich stets die Hohlkehle mit einer etwas größeren Abrundung versehen als der Schienenkopf. Denn nur in diesem Falle ist ein stetiger

Übergang des Unterstützungspunktes von der Lauffläche auf ein unter α geneigtes Flächenelement der Hohlkehle möglich. Ist dagegen die Hohlkehle ausgelaufen oder der Schienenkopf abgenutzt, so kommt beim seitlichen Anlaufen des Radsatzes der Spurkranz zum Anlaufen, ohne daß das Rad von der Stützfläche abgehoben wird. Es findet dann nicht mehr eine Einpunktberührung zwischen Rad und Schiene statt, sondern eine Zweipunktberührung. Unter Berührungspunkt ist hier selbstverständlich die zu einem Punkt vereinigt gedachte Stützfläche verstanden, da eine Stützkraft nie von einem Punkt aufgenommen werden kann. Findet aber die Berührung am Spurkranz unter einem Winkel $\alpha' > \alpha$ statt (wobei α der Winkel ist, der dem Schienendruck Y nach Gl. 3 entspricht), so kann Y nicht im Gleichgewicht mit Q sein, das Rad also nicht mehr von der Stützfläche abheben, sondern diese nur zum Teile Q' entlasten (Textabb. 4). Es verbleibt ein Stützflächendruck $(Q - Q')$. Der Schienendruck Y' wird seinerseits dadurch größer, daß die in der Stützfläche wirkende Reibungskraft von $(Q - Q')$ noch vom Schienendruck überwunden werden muß.

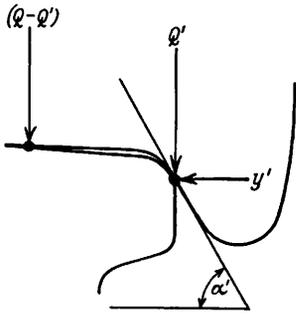


Abb 4.

Die horizontale Reibungskomponente in der Hohlkehle in Richtung des Fahrzeugs kann auch hier noch gesetzt werden zu $\sim Q'\mu \sin \beta$. Wird ferner wieder $Y' = Y + (Q - Q')\mu \cos \beta$ oder $Y' + Q'\mu \cos \beta = -K = -m Q\mu$ eingeführt, . . (Gl. 10), so ist leicht zu ersehen, daß m denselben Wert hat, wie in den Gl. 7) und 7a.) Es ergeben sich also folgende Beziehungen: $\frac{Y'}{Q'} = -m \frac{Q\mu}{Q'} - \mu \cos \beta$ (aus Gl. 10). Ferner

ist nach Gl.1) $\frac{Y'}{Q'} = \text{tg}(\alpha' - \rho')$, wobei wie früher $\text{tg} \rho' = \text{tg} \rho \cos \beta$

ist. Also folgt: $\frac{Q}{Q'} = \frac{\text{tg}(\alpha' - \rho') + \text{tg} \rho \cos \beta}{-m \text{tg} \rho}$. Nach Gl. 4)

ist aber allgemein $W = \frac{Q(-x)}{R} \cdot \text{tg} \alpha$. Ändert sich also

Q und α auf Q' und α' , während $\frac{-x}{R}$ konstant bleibt,

so wächst der Widerstand im Verhältnis

$$\xi = \frac{Q' \text{tg} \alpha'}{Q \text{tg} \alpha} = \frac{-m \text{tg} \rho}{\text{tg}(\alpha' - \rho') + \text{tg} \rho \cos \beta} \cdot \frac{\text{tg} \alpha'}{\text{tg} \alpha}$$

Nach Gl. 3) ist $\text{tg} \alpha = \text{tg} \rho \frac{1}{1 + \text{tg}^2 \rho (m + \cos \beta) \cos \beta}$. Dies in die vorige Gleichung eingesetzt ergibt also

$$\xi = \frac{\text{tg} \alpha' [1 + \text{tg}^2 \rho (m + \cos \beta) \cos \beta]}{\text{tg}(\alpha' - \rho') + \text{tg} \rho \cos \beta} \quad \text{. . Gl. 11)}$$

Es ist also die Möglichkeit vorhanden, für jeden Fall, wenn aus dem Grad der gegenseitigen Abnutzung von Rad und Schiene α' bekannt ist, die Größe von ξ leicht zu ermitteln. Um einen allgemeinen Überblick über die Größenordnung und Veränderlichkeit von ξ mit m , μ und α' zu gewinnen, wird $\cos \beta = 1$ angenommen, was bei führenden, nicht schwenkbaren Vorderachsen stets nahezu der Fall ist. Der Ausdruck $(m + \cos \beta) \cos \beta$ ist sehr genau $(m + 1)$, worauf schon früher hingewiesen worden ist. Mit zunehmendem m muß ξ kleiner werden, da der Unterschied zwischen α und α' kleiner wird. Für $\alpha = \alpha'$ ist $\xi = 1$. ξ_{max} ist vorhanden bei dem absoluten Kleinstwert m , für den $\cos \beta$ noch ~ 1 ist. Mit abnehmendem m wird aber x und damit $\cos \beta$ kleiner. Je kleiner $\cos \beta$, desto kleiner wird aber auch ξ . Für $\cos \beta = 0$ ist wieder $\xi = 1$. Für $-m = 2$ bis 2,6 ist ξ bei verschiedenen

Winkeln α' in nachstehender Tabelle errechnet. Es ist $\mu = 0,2$ eingesetzt.

Werte ξ für $\mu = \frac{1}{5}$.

$-m$	$\alpha' = 30^\circ$	45°	60°	75°	85°
2,0	1,030	1,11	1,245	1,63	3,04
2,2	1,025	1,10	1,235	1,61	3,02
2,4	1,015	1,09	1,220	1,60	2,995
2,6	1,005	1,08	1,213	1,59	2,97

Es zeigt sich, daß der Einfluß von m sehr klein, der Einfluß von α' aber gewaltig ist. Es ist ferner für $-m = 2$ der Wert ξ noch für $\mu = \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ gerechnet.

Werte ξ für $-m = 2$.

μ	$\alpha' = 30^\circ$	45°	60°	75°	80°	85°
$\frac{1}{4}$	1,01	1,10	1,26	1,71	2,14	3,70
$\frac{1}{5}$	1,03	1,11	1,245	1,63	1,97	2,995
$\frac{1}{6}$	1,04	1,105	1,23	1,53	1,84	2,83

ξ für die verschiedenen Werte μ ist im Schaubild über α' aufgetragen (Textabb. 5). Es zeigt sich, daß ξ mit wachsendem α' sehr schnell und gewaltig zunimmt. Der Einfluß

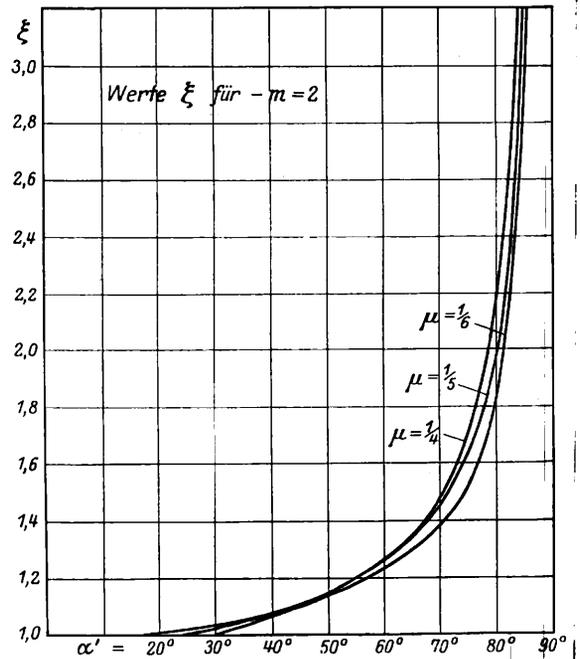


Abb 5.

von μ ist aber in dem unteren Teil der Kurven gering. Nimmt man jetzt an, daß auch die Hohlkehle des Radreifens schnell ausgelaufen ist so vollzieht sich bei den Spurkränzen der preussischen Staatsbahn die Berührung zwischen Rad und Schiene unter 60° (vergl. Textabb. 6). Hierfür würde ξ etwa 1,25 sein, d. h. alle Werte von w , die sich bei den späteren Untersuchungen ergeben, sind um rund 25% zu erhöhen, wenn eben nicht neue Radreifen und Schienen vorhanden sind, was im praktischen Betriebe wohl sehr selten zusammen auftritt. Der Schienenkopf mit seiner vertikalen Seitenflanke arbeitet sich aber während des Betriebes in den Spurkranz des Radreifens ein. Ein solcher sogenannter ausgelaufener Spur-

kranz ist in Textabb. 6 gestrichelt eingezeichnet. Die gezeichnete Abnutzung ist die nach den T. V. höchst zulässige. Betrachtet man den Schnitt AB, so erscheint das Rad als eine Scheibe, welche unter dem Winkel φ gegen die Schiene anlauft (Textabb. 7). Im Anlaufpunkt A denke man sich die Tangente T

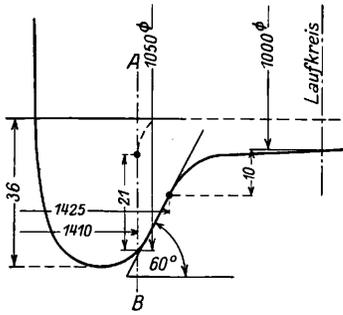


Abb. 6.

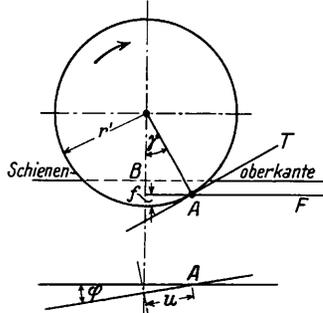


Abb. 7.

an die Scheibe gezogen. Der Winkel α' ist dann derjenige Winkel, den das gemeinsame Lot auf T und die Fahrkante F im Berührungspunkt mit der Vertikalen bildet. Mit den Bezeichnungen der Textabb. 6 und 7 ist dann leicht abzulesen, dass $\text{tg } \alpha' = \frac{\text{tg } \gamma}{\sin \varphi}$ ist. $\text{Tg } \alpha'_{\text{min}}$ bei ausgelaufenen Spurkranzen tritt

auf für $\text{tg } \gamma_{\text{min}}$ und $\sin \varphi_{\text{max}}$. Es ist nun $\text{tg } \gamma = \frac{u}{r' - f}$. Ferner

$u^2 = 2r'f - f^2$ oder $u \sim \sqrt{2r'f}$, also $\text{tg } \gamma \sim \sqrt{2f:r'}$. Demnach tritt $\text{tg } \gamma_{\text{min}}$ ein für r'_{max} . Bei Wagenrädern ist $2r'_{\text{max}} = 1050$ mm. Hierfür ist $f = 21$ mm, wenn der ausgelaufene Spurkranz an neuer Schiene anlauft, sonst ~ 25 mm. Also folgt

$$\text{tg } \gamma_{\text{min}} = 0,284 \text{ bei neuen Schienen } (f = 21 \text{ mm}),$$

$$= 0,31 \text{ für } f = 25 \text{ mm}.$$

Weiter ist $\sin \varphi = -x : R$. $\sin \varphi_{\text{max}}$ tritt auf für $-x_{\text{max}}$ und R_{min} . Es sei angenommen: $R = 180$ m

$$\sigma = 25 + 25 = 50 \text{ mm, also } R\sigma = 9$$

$$a = 8 \text{ m (zweiachsiges Fahrzeug!).}$$

Dann ist $-x = 5,1$ m und $\sin \varphi = 5,1 : 180$; also folgt

$$\text{tg } \alpha'_{\text{min}} = 10 \text{ bzw. } 10,9$$

$$\text{oder } \alpha'_{\text{min}} = 84^\circ 20' \text{ bzw. } 85^\circ.$$

Aus Textabb. 5 ist aber ersichtlich, dass demnach für $\mu = 0,2$ bei ausgelaufenen Spurkranzen der Kurvenwiderstand um mindestens 200% größer wird.

Die Ausführungen des letzten Abschnittes stehen in einem gewissen Gegensatz zu der sog. »zusätzlichen« Spurkranzreibung, von der in der Literatur immer wieder die Rede ist*). In der Kurve tritt stets eine Reibung am Spurkranz oder in der Hohlkehle auf, da nur durch Abgleiten am Spurkranz ein Kurvenlauf stattfinden kann. Findet aber eine Zweipunktberührung statt, so kann höchstens von einer zusätzlichen Stützflächenreibung die Rede sein. Die falsche Auffassung bezüglich der zusätzlichen Spurkranzreibung zeigt sich auch in der Verkenning der tatsächlichen kinematischen Vorgänge. Bei der Berechnung der Spurkranzreibung, d. h. der Reibung im Punkte A der Textabb. 7 nimmt man eine Bewegung dieses Punktes um B oder gar um O an. In Wirklichkeit ist A selbst der Momentenpol für die Drehbewegung des Rades. A bewegt sich nicht um B, sondern B um A. Dadurch kann ja auch nur das Rad gehoben werden, um im nächsten Augenblick wieder in A abzugleiten und dadurch die Kurvenwiderstandsarbeit zu leisten.

Einfluss der freien Lenkachsen auf den Kurvenwiderstand,

Freie Lenkachsen sind solche Achsen, die sowohl seitliches Spiel als auch vor allem Spiel in Fahrzeuginnenrichtung

*) Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1912, S. 52; 1913, S. 374; Zeitschrift für Kleinbahnen 1918, S. 388.

an den Achshaltern haben, so dass sie sich in der Kurve frei einstellen können. Sie werden in ihrer Mittelstellung nur durch geeignete Art der Federaufhängung gehalten (Textabb. 8). In der Kurve drehen nun die Kräfte $\pm \sin \beta$ (in Einh. μQ gerechnet) die Achse aus ihrer Mittelstellung heraus. Die hierbei auftretende Mittelstellkraft ist leicht nach Textabb. 9 graphisch zu ermitteln. AB sei das um α geneigte Gehänge. Zu einer horizontalen Verschiebung f der Radmitte seien f_1

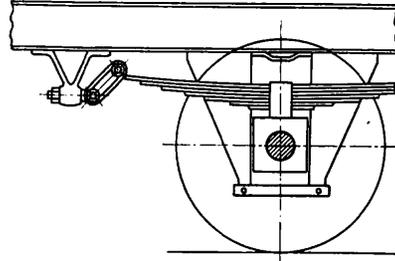


Abb. 8.

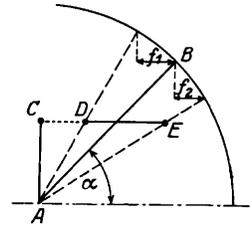


Abb. 9.

und f_2 die zugehörigen Verschiebungen der Federaugen, AC sei die Federbelastung in den Augen; dann ist DE die auftretende Mittelstellkraft M, die der Federverschiebung entgegenwirkt. Liegen Federn und Radreifen in verschiedenen Ebenen, so wirkt M u der Verschiebung des Rades entgegen, worin u das Übersetzungsverhältnis bezeichnet. Hat M u den Wert $Q\mu \cdot \sin \beta$ erreicht, so ist Gleichgewicht vorhanden. Textabb. 10 veranschaulicht in verzerrtem Maßstabe die Veränderlichkeit der gesuchten Größen. Der Reibungsmittelpunkt wird nach früher gesagtem auf der Achsmittellinie angenommen. Es sei für die angenommene oder durch die geometrischen Verhältnisse notwendige Fahrzeug-einstellung M_f der Reibungsmittelpunkt für feste Achsen.

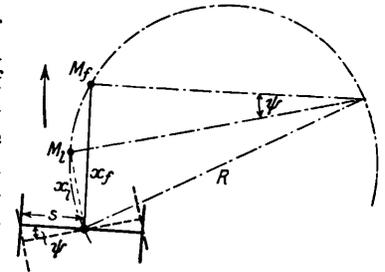


Abb. 10.

Die Kräfte $Q \cdot \mu \cdot \sin \beta$ verschieben die Achse um $f = s\psi$. Gleichzeitig verschiebt sich M_f nach M_1 . Es wird $x_f - x_1 = R\psi$. Mit f ändert sich M u, mit x_1 ändert sich $Q\mu \cdot \sin \beta$. Beide Funktionen lassen sich als Kurven aufzeichnen und zwar so, dass die Maßstäbe von f und $(x_f - x_1)$ einander entsprechen, d. h. es muß die Proportion bestehen $(x_f - x_1) : f = R : s$. Der Schnittpunkt der Kurven gibt das Gleichgewicht von $Q \cdot \mu \cdot \sin \beta$ und M u. Sind für die vorher angenommene Fahrzeuglage die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen nach der Verdrehung vorhanden, so kann m, und damit aus m und x_1 nach Gl. 6) der Kurvenwiderstand bestimmt werden. Das Verfahren wird durch die spätere Anwendung bei den gerechneten Beispielen noch näher klargelegt werden. Außer den bei steifachsigen Fahrzeugen für x und m in Frage kommenden Größen erscheint hier noch eine weitere Abhängigkeit der Richtkraft von

1. der Gehängeneigung α und den Abmessungen des Gehänges überhaupt,
 2. der Federkraft $F = \frac{1}{2} (Q - \frac{1}{2} \text{ Radsatzgewicht})$.
- F ändert sich also nicht proportional Q wie $Q \cdot \mu \cdot \sin \beta$,
3. μ , da $Q \cdot \mu \cdot \sin \beta$ proportional μ , M u aber unabhängig von μ ist,
 4. R, da $x_1 = x_f - R\psi$ ist.

Hieraus folgt klar die Unmöglichkeit einer allgemein gültigen Widerstandsformel mit Berücksichtigung auch nur der bisher erwähnten Einflüsse.

Kurvenwiderstandswerte der Fahrzeuge der ehemalg preufsischen Staatsbahnen.

Im folgenden ist der Kurvenwiderstand einer Anzahl von Fahrzeugen der ehemalg preufsischen Staatsbahnen untersucht. Wenn nicht ein anderes ausdrücklich gesagt ist, sind die allgemeinen Annahmen getroffen:

1. Neue Radreifenhohlkehlen (aber zylindrische Reifen) und neue Schienen. Demnach ist das gesamte Spiel σ im Gleis nach den T. V. bei

R =	200	400	600	800 m
$\sigma = 10 +$	24	10 + 15	10 + 9	10 + 3 mm, also
R $\sigma =$	6,8	10	11,4	10,4.

2. Gleiche Raddrucke Q am ganzen Fahrzeug.

3. Überall gleicher Reibungskoeffizient zwischen Rad und Schiene; es wird mit $\mu = 0,2$ gerechnet.

4. Beharrungszustand und $\pm Z = 0$.

5. Schienenüberhöhung entsprechend der Geschwindigkeit, d. h. freie Fliehkraft = 0.

6. Spurrkranzübergriff $u = 0$.

Es ist die Einstellung der Fahrzeuge und ihr Kurvenwiderstand für R = 200, 400, 600 und 800 m ermittelt. Ist natürliche Radialstellung bei allen Kurven möglich, also $x_1 = x_0 = \text{konst.}$, so ergibt sich für den Widerstand eine Gleichung von der Form $w = k : R$, d. h. w stellt sich als gleichseitige Hyperbel dar. Bei spielfgängigen Fahrzeugen ist x variabel. Es ist dann versucht, eine verschobene Hyperbel von der Form $(w + w_0) = k : (R + R_0)$ durch die errechneten Punkte zu legen. Die Kurven*) sind dann in Abb. 2 und 3, Taf. 36 aufgetragen. Zur genaueren Erkennung der Abweichung der errechneten Werte w_{er} von der w-Kurve sind in den Tabellen w_{er} und w nebeneinander gestellt.

I. Eisenbahnwagen.

a) steifachsige.

Die Einstellung der steifachsigen Fahrzeuge ist aus Abb. 1, Taf. 36 zu ersehen.

1. Tenderdrehgestell von 1,55 m Radstand.

In allen Kurven erfolgt natürliche Einstellung bei $x_0 = 2,03$ m

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	2,03	2,03	2,03	2,03
$-m_1$ » Einheiten μQ	2,95	2,95	2,95	2,95
w_{er} » kg/to	1,6	0,8	0,53	0,4
$w_1 = \frac{320}{R}$ » »	1,6	0,8	0,53	0,4.

2. Tenderdrehgestell von 1,8 m Radstand.

In allen Kurven erfolgt natürliche Einstellung bei $x_0 = 2,23$ m

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	2,23	2,23	2,23	2,23
$-m_1$ » Einheiten μQ	2,874	2,874	2,874	2,874
w_{er} » kg/to	1,725	0,863	0,575	0,431
$w_2 = \frac{345}{R}$ in kg/to	1,725	0,863	0,575	0,431.

3. Zweiachsiges Drehgestell mit 2 m Radstand.

In allen Kurven erfolgt natürliche Einstellung.

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	2,4	2,4	2,4	2,4
$-m_1$ » Einheiten μQ	2,8	2,8	2,8	2,8
w_{er} » kg/to	1,78	0,89	0,595	0,445
$w_3 = 355 : R$ in kg/to	1,78	0,89	0,595	0,445.

4. Zweiachsiges Drehgestell der D-Zugwagen mit 2,5 m Radstand.

In allen Kurven natürliche Radialstellung.

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	2,8	2,8	2,8	2,8
$-m_1$ » Einheiten μQ	2,61	2,61	2,61	2,61
w_{er} » kg/to	1,95	0,975	0,65	0,49
$w_4 = 390 : R$ »	1,95	0,975	0,65	0,49.

*) Der Index bezeichnet die lfd. Nr. des Rechnungsbeispiels.

5. Zweiachsige Wagen von 4 m Radstand.

In den Kurven von 400, 600 und 800 m Radius ist natürliche Einstellung noch möglich. Bei R = 200 m tritt Spielfgang ein.

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	3,65	4,2	4,2	4,2
$-m_1$ » Einheiten μQ	2,36	2,4	2,4	2,4
$+m_2$ » » »	1,14	—	—	—
w_{er} » kg/to	2,4	1,34	0,89	0,67
$w_5 = 570 : (R + 40)$	2,38	1,3	0,89	0,68
($w = 520 : R$)	2,6	1,3	0,87	0,65).

6. Zweiachsige Wagen von 6 m Radstand.

In allen Kurven tritt Spielfgang ein.

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	4,15	4,65	4,9	4,7
$-m_1$ » Einheiten μQ	2,1	2,12	2,13	2,12
$+m_2$ » » »	1,97	1,88	1,8	1,85
w_{er} » kg/to	3,23	1,62	1,08	0,81
$w_6 = 650 : R$ » »	3,25	1,625	1,083	0,813.

7. Dreiachsiges Drehgestell von 3,6 m Radstand. Alle

Achsen sind steif gelagert. Es ist mit gleicher Belastung aller Achsen gerechnet. In allen Kurven tritt natürliche Radialstellung ein.

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	3,5	3,5	3,5	3,5
$-m_1$ » Einheiten μQ	3,56	3,56	3,56	3,56
w_{er} » kg/to	2,3	1,15	0,77	0,58
$w_7 = 460 : R$ » »	2,3	1,15	0,77	0,58.

8. Dreiachsige Tender von 4,4 m Radstand (3 T 16,5).

Die zweite Achse, die 2,4 m hinter der ersten liegt, hat 16 mm Seitenspiel.

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	3,95	4,2	4,6	4,6
$-m_1$ » Einheiten μQ	3,28	3,31	2,01	2,01
$-m_2$ » » »	—	—	1,88	1,88
$+m_3$ » » »	0,54	—	—	—
w_{er} » kg/to	2,41	1,275	0,775	0,58
$w_8 = 485 : R$ » »	2,425	1,217	0,801	0,608.

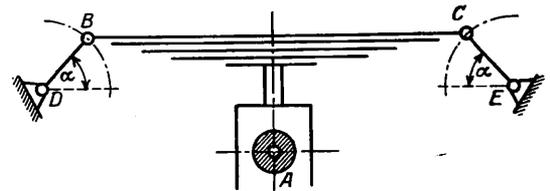


Abb. 11.

Es tritt also bei R = 200 m Spielfgang ein, bei R = 400 m führt die erste Achse allein, bei R = 600 und 800 m genügt das Seitenspiel um auch die zweite Achse ausfahren zu lassen. Eine Notwendigkeit, die zweite Achse verschieblich zu machen, liegt zwar bei R = 200 m noch nicht vor, ist aber bei noch kleineren Radien erforderlich. Durch die Verschieblichkeit wird w gegenüber der unverschieblichen Achsanordnung etwas vermindert, sobald die zweite Achse ausfahren zum Anlaufen kommt.

b) Wagen mit freien Lenkachsen.

Von den bei der ehemalg preufsischen Staatsbahn verwendeten Gehängekonstruktionen sind untersucht:

1. Gehänge für G-Wagen
2. » » Endachsen der Personenwagen
3. » » Mittelachsen » »

Es ist die Annahme getroffen, daß mit den Nummern der Gehänge die Winkel α nach Textabb. 11 bei Mittelstellung von Punkt A sind:

$$\alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = 30^\circ, \alpha_3 = 45^\circ,$$

ferner, daß die Entfernung der Punkte ABC konstant bleibt. Bei der Führung des Systems auf den Kreisbögen um D und E ist mit Hilfe von Modellen die horizontale Ausweichung f des

Punktes A gemessen. Nach dem früher angegebenen Verfahren ist die Mittelstellkraft $M = \lambda F$ als Funktion von f ermittelt. Es steigt λ im Anfange langsamer, später schneller an. Der für vorliegende Zwecke in Frage kommende untere Teil der Kurve $\lambda = \varphi(f)$ kann mit sehr großer Genauigkeit als Gerade angesehen werden (Textabb. 12). λ_1, λ_2 und λ_3 entsprechen wiederum den obigen Gehängenummern. Das Übersetzungsverhältnis u infolge der verschiedenen Ebenen von Feder und Radreifen ist rund 1,3. Die Gleichgewichtsbedingung heisst also

$$1,3 \lambda F = \mu Q \sin \beta \text{ oder } \sin \beta = \lambda \frac{1,3 F}{\mu Q}.$$

Das halbe Radsatzgewicht ist im allgemeinen 575 kg: also ist $F = \frac{1}{2} (Q - 575)$ und $Q : F = 2 Q : (Q - 575)$. Dieser

Wert liegt stets nahe bei 2,15. Ferner noch $\mu = 0,2$ eingesetzt ergibt sich

$$\sin \beta = \lambda \frac{1,3}{0,2 \cdot 2,15} \sim 3 \lambda.$$

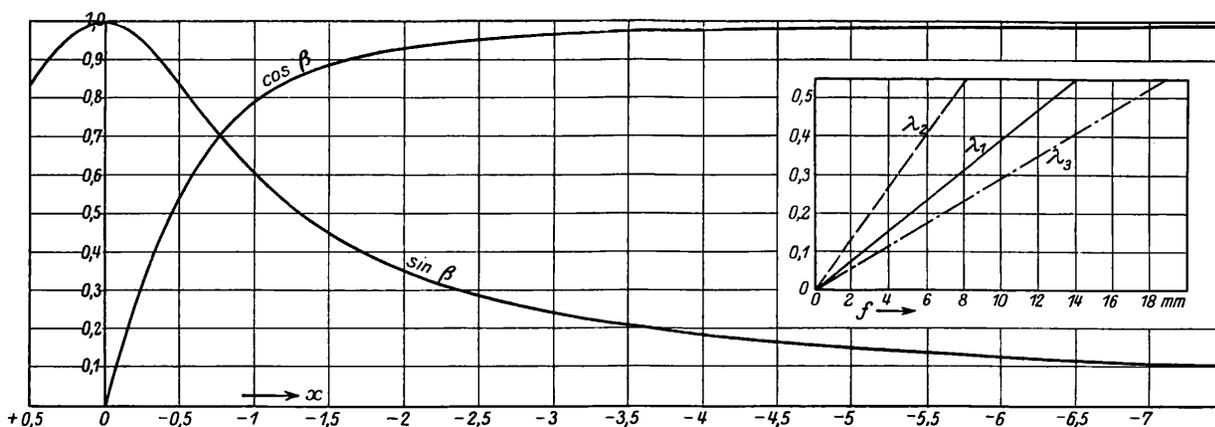


Abb. 12.

Es ist nun in Textabb. 12 $\sin \beta$ und $\cos \beta$ als Funktion von x aufgetragen. Die Linien der Textabb. 13, in der $3 \lambda = \varphi(x_f - x_l)$ aufgetragen ist, wobei die Maßstäbe für x und $(x_f - x_l)$ in den Textabb. 12 und 13 gleich sind, so daß also $(x_f - x_l) = f R : s$ ist, werden auf durchsichtiges Papier gezeichnet. Zu jedem R ergeben sich je drei λ -Kurven. Die Diagramme Textabb. 12 und 13 werden mit den x -Achsen nun so aufeinander gelegt, daß der Nullpunkt des Deckblattdiagramms auf x_f der zu untersuchenden Achse liegt. Der Schnittpunkt der 3λ -Kurve mit der $\sin \beta$ -Kurve gibt die Gleichgewichtslage der Achse an. Es kann dann sofort der zugehörige $\cos \beta$ und x_l abgelesen werden. Wegen der Kleinheit des Verdrehungswinkels ψ der Achse gegen die Mittelstellung können mit hinreichender Genauigkeit zur Bestimmung von m die Gl. 7) und 8) beibehalten werden. In Gl. 6) wird selbstverständlich x_l eingesetzt. Es sind folgende Wagen mit Lenkachsen untersucht:

10. Zweiachsige Güterwagen von 6 m Radstand, Gehänge Nr. 1.

Bei $R = 200$ m läuft die Hinterachse frei, bei $R = 400 \div 800$ m läuft sie aufsen an.

R in m	200	400	600	800
- x_{f1} » »	3,88	3	3	3
- x_{l1} » »	4,38	3,88	4,2	4,62
+ x_{f2} » »	2,12	3	3	3
- x_{l2} » »	0,1	0,6	1,02	1,48
- m_1 » Einheiten $\mu(Q)$	2,25	2,204	2,152	2,112
- m_2 » » »	—	0,976	1,408	1,628
w_{er} » kg/to	2,6	1,22	0,91	0,79
$w_{10} = 500 : R + 0,1$	2,6	1,35	0,935	0,725.

11. Zweiachsige Personenwagen von 6,5 m Radstand, Gehänge Nr. 2.

Bei $R = 200$ m läuft die Hinterachse innen an, bei $R = 400$ m läuft sie frei, bei $R = 600$ m läuft sie bereits aufsen an.

R in m	200	400	600	800
- x_{f1} » »	4,3	4,0	3,25	3,25
- x_{l1} » »	4,55	4,45	3,98	4,2
+ x_{f2} » »	2,2	2,5	3,25	3,25
+ x_{l2} » »	1,6	— 0,1	— 0,35	— 0,68
- m_1 » Einheiten $\mu(Q)$	2,094	2,228	2,212	2,172
+ m_2 » » »	1,934	—	— 0,598	— 1,128
w_{er} » kg/to	3,26	1,3	0,78	0,65
$w_{11} = (720 : R) - 0,4$	3,2	1,4	0,8	0,5.

12. Dreiachsige Personenwagen von $a = 7$ m Radstand. Es ist gleiche Belastung aller Achsen angenommen. Die Mittelachse ist um wenigstens 26 mm verschieblich gemäß § 124

9. Zweiachsige Güterwagen von 4 m Radstand.

In Frage kommt Gehänge Nr. 1.

In allen Kurven läuft die Hinterachse aufsen an.

Sie steht stets überadial.

Die Ergebnisse der Untersuchung sind nachfolgend zusammengestellt:

R in m	200	400	600	800
- x_{f1} » »	2	2	2	2
- x_{l1} » »	2,63	3,07	3,42	3,88
+ x_{f2} » »	2	2	2	2
- x_{l2} » »	0,2	0,9	1,33	1,8
- m_1 » Einheiten $\mu(Q)$	2,384	2,27	2,214	2,174
- m_2 » » »	0,056	1,190	1,476	1,626
w_{er} » kg/to	1,25	1,05	0,83	0,74
$w_9 = 1000 : (R + 600)$	1,25	1,0	0,834	0,715.

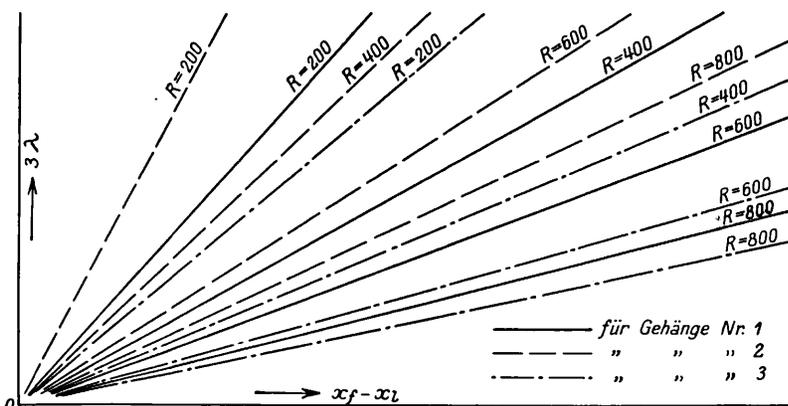


Abb. 13.

der T. V. Die Mittelachse wird durch ihre Reibungskomponente $\cos \beta_2$ nach aufsen gezogen. Von der Wirkung der Gehänge als Mittelstellkraft in achsialer Richtung wird abgesehen und

eine Verschiebung der Mitte von Achse 2 gegenüber der Endachsen von 26 mm stets angenommen. Dann ist der Abstand e der Mittelachse von der äußeren Schiene gegeben durch die Gleichung $e = \frac{a(-x_1)}{2R} \cdot \frac{a^2}{8R} - 26$ (wenn alle Größen in mm eingesetzt sind!). Dann bedeutet $e > \sigma$: Anlaufen an der Innenschiene, $e < \sigma$: Anlaufen an der Außenschiene.

Die Kurveneinstellung ist folgende: Bei $R = 200$ m tritt Spielfang ein, die Mittelachse läuft frei, bei $R = 400$ m läuft die Mittelachse bereits aufsen an, die hintere noch frei, bei $R = 600$ m laufen bereits alle Achsen aufsen an.

R in m	200	400	600	800
- x_{f1} » »	4,5	4,5	3,5	3,5
- x_{l1} » »	4,72	4,9	4,2	4,45
- x_{l2} in m	—	3,7	2,55	2,95
+ x_{l3} » »	2,02	—	-0,35	-0,62
e_2 » mm	21,8	-4,0	-15,8	-18,35
- m_1 » Einheiten μQ	3,072	2,258	2,264	2,216
- m_2 » » »	—	0,98	0,96	0,97
+ m_3 » » »	1,112	—	-0,316	-1,004
w_{er} » kg/t.	2,99	1,28	0,71	0,575
$w_{12} = 420 : (R - 60)$	3,0	1,24	0,78	0,57.

Durch die Punkte läßt sich eine Gerade einzeichnen von der Form

$$k : a = C s/a + D$$

Hierbei ist $C = 275$, $D = 75$.

Demnach ist für steifachsige Fahrzeuge

$$k \sim 205 + 75a \dots \dots \dots \text{Gl. 12)}$$

Das Schaubild zeigt ferner, daß bei gleichem Gesamtrahndstand der Kurvenwiderstand bei drei steifen Achsen geringer ist als bei zwei steifen Achsen (vergl. Punkt 7 und den oberen Punkt 8). Bei genügender Verschieblichkeit der Mittelachse, so daß sie an der Schiene anlaufen kann, wird w noch weiter heruntersetzt (vergl. den unteren Punkt 8).

Lenkachsen zeigen im allgemeinen eine Verringerung von w bei kleinem R. Die Verminderung von w ist um so größer, je geringer die Rückstellkraft, d. h. je größer der Winkel α des Gehänges ist. Je mehr die Hinterachse sich drehen kann, desto mehr drückt sie das Fahrzeug nach aufsen. Die günstigsten Verhältnisse treten ungefähr bei $x_f = \frac{1}{2}a$ und x_l der Hinterachse gleich o auf. Diese Verhältnisse erfordern aber für jeden Achsstand a und jeden Radius R andere Gehängeabmessungen. Am Vorderrad ist der Einfluß der Lenkachsen von Nachteil

Zusammenstellung der Widerstandswerte für Wagen.

Lfd. Nr.	Gesamtrahndstand m	Art des Fahrzeugs	w in kg/t bei R =				w_n	Bemerkung
			200 m	400 m	600 m	800 m		
1	1,55	Tender-Drehgestell	1,6	0,8	0,53	0,4	320 : R	
2	1,8	Tender-Drehgestell	1,725	0,863	0,575	0,431	345 : R	
3	2,0	Drehgestell für vierachsigen G-Wagen	1,78	0,89	0,595	0,445	355 : R	
4	2,5	Drehgestell für vierachsigen D-Wagen	1,95	0,975	0,65	0,49	390 : R	
5	4,0	Zweiachsiger G-Wagen	2,4	1,34	0,89	0,67	$\frac{570}{R+40}$	
6	6,0	Zweiachsiger Wagen	3,23	1,62	1,08	0,81	650 : R	
7	3,6	Dreiachsiges Drehgestell	2,3	1,15	0,77	0,58	460 : R	
8	4,4	Dreiachsiger Tender (3 T 16,5)	2,41	1,275	0,775	0,58	485 : R	
9	4,0	Zweiachsiger G-Wagen	1,25	1,05	0,83	0,74	$\frac{1000}{R+600}$	Lenkachsen
10	6,0	Zweiachsiger G-Wagen	2,6	1,22	0,91	0,79	$\frac{500}{R} - 0,1$	
11	6,5	Zweiachsiger P-Wagen	3,26	1,3	0,78	0,65	$\frac{720}{R} - 0,4$	
12	7,0	Dreiachsiger P-Wagen	2,99	1,28	0,71	0,575	$\frac{420}{R-60}$	

Zusammenfassung.

Die Kurven w_{1-8} in Abb. 3, Taf. 36 zeigen ein gleichmäßiges Anwachsen des Widerstandes $w = k : R$ mit dem festen Radstande a. In Textabb. 14 ist $k : a$ über $s : a$ aufgetragen*); hierzu ist aus w_5 der Wert k der eingeklammerten Gleichung genommen. Für den dreiachsigen Tender sind zwei Werte genommen, nämlich $k = 485$ aus w_8 und der Wert $k = 510$ der der natürlichen Einstellung entspricht, d. h. Führung durch die erste Achse allein.

Lfd. Nr.	a	k	s : a	k : a
1	1,55	320	0,484	206
2	1,8	345	0,416	191,5
3	2,0	355	0,375	177,5
4	2,5	390	0,3	156
5	4,0	520	0,1875	130
6	6,0	650	0,125	108
7	3,6	460	0,208	128
8	4,4	485	0,171	110
		510		116

*) Als Abszisse ist $\frac{s}{a}$ genommen, damit die Kurve für alle Spurweiten Geltung hat.

auf den Widerstand, da $x_l > x_f$ wird. Die Achse stellt sich also entgegengesetzt der gewünschten Radialstellung ein. Der Einfluß ist aber sehr gering, wird allerdings um so größer, je schwächer die Mittelstellkraft ist. Aus diesem Grunde ist eine möglichst große Gehängeneigung α , die bei der Hinterachse wünschenswert erscheint, bei der Vorderachse unerwünscht. Ferner ist bei großen Radien der Kurvenwiderstand bei Lenkachsen größer als bei steifen Achsen. Wünscht man also Verringerung von w bei engen Kurven, so muß man Vergrößerung in großen Kurven und in der Geraden in Kauf nehmen. Schlägt im geraden Gleis eine Lenkachse aus irgend einem Grunde um den Winkel ψ aus, so ist nach Textabb. 15 die auftretende Richtkraft $K = 2 \sqrt{(Q\mu)^2 - (Mu)^2}$. Der zusätzliche Bewegungswiderstand ist angenähert $W = 2 \sqrt{(Q\mu)^2 - (Mu)^2} \cdot \psi$ *). Für einen bestimmten Ausschlag ψ ist W also um so kleiner, je größer Mu ist. Auch kehrt die Achse um so schneller in die Mittelstellung zurück, je größer Mu ist. Der verschiedenartige Einfluß der Mittelstellkraft auf den Kurvenwiderstand bei den einzelnen Fahrzeugen kommt auch in den Konstanten k, w_0 und R_0 der Gleichungen w_{9-12} zum Ausdruck. Wenn

*) W folgt aus Gl. 5. wenn darin $x : R = \psi$, $m = K : \mu Q$ und $1 + \mu^2 (m + \cos \beta) \cos \beta \sim 1$ eingesetzt wird.

auch diese Gleichungen an sich wenig praktische Bedeutung haben, so zeigen sie doch, daß sie als Kurven einen großen

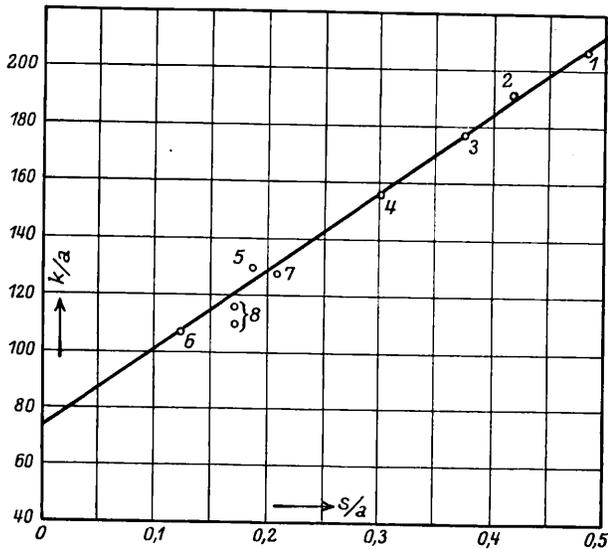


Abb. 14.

Anspruch auf gute Wiedergabe der tatsächlichen Verhältnisse haben. Für die übrigen Wagen der ehemals preussischen Staatsbahn läßt sich w genügend genau an Hand der Kurven der berechneten Beispiele schätzen.

Es sei auch noch darauf hingewiesen, daß den Kurven $\mu = 0,2$ zugrunde liegt. Für $\mu = \mu_1$ behalten die Gl. $w_{1 \div 8}$, also auch Gl. 12) vollkommen genügende Genauigkeit, wenn man sie mit $\mu_1 : \mu$ multipliziert. Eine Umrechnung von Gl. $w_{9 \div 12}$ ist dagegen nicht möglich. Bei ihnen ändert μ die ganze Einstellung in der Kurve, wodurch wesentliche Veränderung des Verlaufs der w-Kurve eintreten kann.

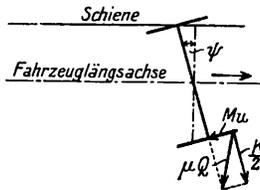


Abb. 15.

II. Lokomotiven.

Die im folgenden untersuchten Lokomotiven sind fast ausschließlich neuere Typen der ehemals preussischen Staatsbahn. Radstände, Drehzapfenabstände, Raddrucke, Achsverschieblichkeit etc. sind auf Taf. 36 und 37 bei den Prinzipskizzen mitgeteilt. In den Rechnungen sind alle Raddrucke einander gleich eingesetzt, wenn nicht ein anderes ausdrücklich vermerkt ist. Die ebendort wiedergegebenen Darstellungen der Kurveneinstellung nach dem Royschen Verfahren dienen nur der Veranschaulichung, während die Kurveneinstellung selbst rechnerisch ermittelt ist. Außer den Reibungskräften bleiben alle anderen äußeren Kräfte unberücksichtigt.

1. 1C-Lokomotive (T₁₂) mit vorderem Krauss-Drehgestell (Abb. 1, Tafel 37).

An dieser Lokomotive sei als Beispiel der Gang der Rechnung näher mitgeteilt, und zwar

a) für Vorwärtsfahrt.

Die vordere Laufachse und die erste Kuppelachse laufen stets außen an. Diese Annahme bestätigt sich dadurch, daß sich in den späteren Rechnungen stets eine positive Richtkraft m_2 ergibt. Der Abstand des Drehzapfens von der äußeren Schiene ist nach Textabb. 16 gegeben durch die Gleichung

$$e_2 = \frac{1,05}{2R} \cdot (2,5 - 1,05) \text{ m.}$$

Der Haupttrahmen wird also in einem Gleis von der Spur $(\sigma - e_2)$ geführt. Wird mit a der Abstand des Drehzapfens von der vierten Achse bezeichnet, so ist die max. Radialstellung nach Gl. 9):

$$-x_2 = \frac{1}{2} a + \frac{R(\sigma - e_2)}{a}$$

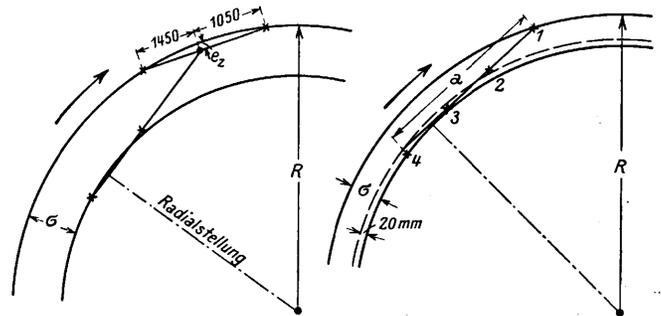


Abb. 16.

Abb. 17.

Der Abstand der dritten Achse vom Drehzapfen ist 3,3 m. Ihr Abstand von der äußeren Schiene ist

$$e_3 = e_2 + \frac{3,3}{R} (-x_2 - \frac{1}{2} 3,3) \text{ m.}$$

Der Spurkranz ist 15 mm abgedreht. Solange also $e_3 < \sigma + 0,015$ ist, läuft die dritte Achse noch frei. Als Mittelstellkraft sind für das Krauss-Gestell schräge Gleitflächen von der Neigung 1:8 an der Kuppelachse angebracht. Die Reibung in den Gleitflächen, die unter Öl gehalten werden, wird vernachlässigt. Dann ist an jedem Rad der zweiten Achse die Rückstellkraft $\frac{1}{2} P = Q_T : 8 = p \cdot (\mu Q_T) = 0,625 \cdot (\mu Q_T)$

für $\mu = 0,2$. Am Haupttrahmen greift $p = +0,625$, am Drehgestell $p = -0,625$ an. Die Gleichungen für die Richtkräfte am Haupttrahmen sind:

$$m_z \cdot a + 2 \cos \beta_3 \cdot 2,0 + 2s (\sin \beta_2 + \sin \beta_3 + \sin \beta_4) + 2p \cdot 3,85 = 0, m_z + m_4 + 2 \cos \beta_3 + 2 \cos \beta_4 + 2p = 0.$$

Es ist die Abweichung der Drehgestellmittellinie von der Mittellinie des Haupttrahmens in der Gleichung für die Richtkräfte vernachlässigt. Der Laufraddruck ist $Q_L = 7,4^t$, der Tribraddruck im Mittel etwa $Q_T = 8,25^t$. Also ist $Q_L = 0,9 \cdot Q_T$. Es wird m_1 in Einheiten μQ_L , m_2 wieder wie m_z in Einheiten μQ_T ausgedrückt. Die Gleichungen für die Richtkräfte am Drehgestell sind dann

$$m_1 \cdot 2,5 + 2 \cos \beta_1 \cdot 2,5 + \frac{m_2}{0,9} \cdot 1,45 + 2s \cdot \sin \beta_1 = 0, \\ 0,9 \cdot m_1 + m_2 + 2 \cdot 0,9 \cos \beta_1 + 2 \cdot \cos \beta_2 + m_z + 2p = 0, \\ m_z \text{ hat den gleichen Wert wie am Haupttrahmen, aber mit umgekehrtem Vorzeichen. Für den Widerstand ergibt sich die Gleichung } W = \frac{\mu Q_T}{R} \left(0,9 x_1 \frac{m_1}{1 + \mu^2 (m_1 + \cos \beta_1) \cos \beta_1} + \right. \\ \left. + x_2 \frac{m_2}{1 + \mu^2 (m_2 + \cos \beta_2) \cos \beta_2} + \right. \\ \left. + x_4 \frac{m_4}{1 + \mu^2 (m_4 + \cos \beta_4) \cos \beta_4} \right).$$

Das Lokomotivgewicht ist $G = z Q_T = 6 Q_T + 2 \cdot 0,9 Q_T = 7,8 Q_T$.

Also ist der spezifische Widerstand $w = \frac{1000 W}{7,8} \text{ kg/t.}$

Die Untersuchung zeigt, daß die Lokomotive in allen Kurven Spießgang einnimmt.

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse.

R in m	200	400	600	800
- x ₁ » »	1,25	1,25	1,25	1,25
- x ₂ » »	3,79	4,39	4,77	4,47
e _z » mm	3,8	1,9	1,27	0,95
e ₃ » »	35,4	24,5	18,5	12,8
σ + 15 » »	49	40	34	28
- m ₁ in Einheiten μQ _L	3,16	3,26	3,3	3,27
- m ₂ » » μQ _T	1,78	1,94	2,0	1,954
- m ₃ » » »	1,08	1,2	1,14	1,23
+ m ₄ » » »	1,2	0,588	0,1	0,48
w _{er} » kg/to	1,06	0,525	0,34	0,265
w _{1a} = 210 : R	1,05	0,525	0,35	0,263

Die Anordnung schräger Gleitflächen an der ersten Kuppelachse der T₁₂ ist, wie aus der obigen Zusammenstellung ersichtlich, eine sehr günstige für den Kurvenwiderstand. Dadurch daß p hinter dem Zapfen angreift, wird m₄ heruntergedrückt und m₂ erhöht. Andererseits entlastet p wiederum m₂ und belastet m₁. Da aber x₁ gegen x₂ bedeutend kleiner ist, bedeutet dies eine erhebliche Verminderung von w. Die Rückstellkraft durch schräge Gleitflächen ergibt also bei Krauss-Drehgestellen nicht nur besseren Lauf in der Geraden (es wird dadurch das häufig beobachtete einseitige Anlaufen des Drehgestells vermieden), sondern auch geringeren Widerstand in der Kurve.

Bei den folgenden Untersuchungen wird auf die Rechnung nur noch näher eingegangen, insoweit sie etwas Neues bringt.

b) 1 C-Lokomotive mit G-Kraussgestell bei Rückwärtsfahrt. (Vergl. Abb. 1, Taf. 37).

Die Kurveneinstellung ist hierbei eine wesentlich andere. Die Radialstellung liegt stets hinter der zweiten Achse (gerechnet von der vierten, voranlaufenden Achse aus!). Dadurch hat die zweite Achse stets das Bestreben, nach außen zu laufen. Diesem Bestreben wirkt die Rückstellkraft entgegen. Es tritt vollkommen freie Einstellung von Drehgestell und Hauptrahmen und Führung lediglich durch die vierte Achse ein. Nur bei R = 200 m ist durch das Gleisspiel der erforderliche Ausschlag der ersten Achse nicht mehr möglich, sie kommt innen zum Anlaufen. Hierdurch verschiebt sich die Radialstellung des Hauptrahmens etwas, und w erhöht sich um rund 5% gegenüber der freien Einstellung. Die Ergebnisse der Rechnung enthält die Zusammenstellung.

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse.

R in m	200	400	600	800
- x ₄ » »	4,0	3,95	3,95	3,95
+ x ₁ » »	0,68	0,08	0,08	0,08
- m ₄ in Einheiten μQ _T	3,89	3,89	3,89	3,89
- m _z » » »	1,2	1,17	1,17	1,17
m ₁ » » μQ _L	1,0	—	—	—
w _{er} » kg/to	2,34	1,11	0,74	0,56
w _{1b} = 460 : R	2,3	1,15	0,77	0,58

Ein Vergleich der Konstanten k aus den Gleichungen w = k : R zeigt, daß die T₁₂ sich bei Rückwärtsfahrt bedeutend ungünstiger verhält als bei Vorwärtsfahrt, und zwar erhöht sich der Kurvenwiderstand um zirka 120% gegenüber Vorwärtsfahrt. Ohne Rückstellkraft würde w_{1a} größer, w_{1b} kleiner sein. Soll daher die Lokomotive ebensoviel vorwärts wie rückwärts fahren, so würde es der Untersuchung bedürfen, ob die Verwendung schräger Gleitflächen noch vorteilhaft ist.

2. D-Lokomotive (T₁₃). (Hierzu Abb. 2, Taf. 37).

Die vierte Achse ist um 20 mm vorschieblich. Die Rad-drucke sind alle gleich groß angenommen.

a) Vorwärtsfahrt.

In allen Kurven tritt natürliche Radialstellung ein (- x₁ = 3,6 m). Es läuft die erste Achse außen, die vierte Achse innen an; die dritte Achse läuft frei.

Wie weit müßte die Radialstellung nach vorne rücken, damit die vierte Achse sich gegen den Rahmen legen kann?

In diesem Falle läge die Lokomotive in einem Gleis von der Spur (σ = 20 mm) (Textabb. 17). Es ergibt sich dann

$$-x_{1max} = \frac{1}{2} a + \frac{R(\sigma - 0,02)}{a}$$

Hieraus folgt für

R =	400	600	800 m
- x _{1max} =	3,018	2,524	(1,578 m)

Die Untersuchung zeigt, daß die natürliche Einstellung bereits bei x₁ = - 3,6 erreicht ist. Bei - x₁ = 1,825 läuft die dritte Achse schon außen an, daher ist - x₁ = 1,578 überhaupt nicht möglich. Das Ergebnis der Untersuchung zeigt nachfolgende Zusammenstellung:

R in m	200	400	600	800
- x ₁ in m	3,6	3,6	3,6	3,6
- m ₁ in Einheiten μQ	3,6	3,6	3,6	3,6
m ₃ in Einh. μQ	—	—	—	—
m ₄ » » »	1,82	1,82	1,82	1,82
w _{er} in kg/t	2,12	1,06	0,71	0,53
w _{2a} = 424 : R	2,12	1,06	0,71	0,53

Das Laufwerk der Güterzuglokomotive G₃¹ zeigt ungefähr die gleichen Abmessungen und Anordnung wie das der T₁₃. Da der Gesamtradstand der G₃¹ kleiner ist, wird auch w etwas kleiner sein.

b) Rückwärtsfahrt.

Bei R = 200 m (vergl. Abb. 2, Taf. 37) tritt Führung durch die vierte (voranlaufende!) und die erste Achse ein. Achse 4 legt sich gegen die Anschläge am Rahmen. Bei R = 400 ÷ 800 m läuft die vierte und dritte Achse außen an, die erste Achse läuft frei (natürliche Einstellung).

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse.

R in m	200	400	600	800
- x ₄ in m	4,68	5,16	5,16	5,16
f ₄ in mm	20	17,6	11,7	8,8
- m ₄ in Einheiten μQ	4,44	1,98	1,98	1,98
- m ₃ » » »	—	3,5	3,5	3,5
m ₁ » » »	0,01	—	—	—
w _{er} in kg/t	3,01	1,52	1,02	0,76
w _{2b} = 604 : R	3,02	1,51	1,01	0,76

Wie aus den Konstanten der Gl. w_{2a} und w_{2b} = k : R ersichtlich, ist für Rückwärtsfahrt der Kurvenwiderstand der T₁₃ um 42,5% höher als bei Vorwärtsfahrt. Auch hier wäre gleicher Widerstand für Vorwärts- und Rückwärtsfahrt dadurch zu erreichen, daß alle Achsen fest angeordnet, die Spurkränze der zweiten und dritten Achse schwächer gedreht würden. Dieser Laufwerksanordnung steht nichts im Wege. Der Kurvenwiderstand würde dann zwischen w_{2a} und w_{2b} liegen.

3. E-Lokomotive (T₁₆). (Hierzu Abb. 3, Taf. 37.)

Die erste und fünfte Achse sind seitlich um 26 mm verschieblich. Die Rechnung bietet gegenüber dem Bisherigen nichts Neues. Die natürliche Einstellung des festen Radstandes liegt bei - x₂ = 3 m. Die erforderliche Verschieblichkeit der ersten Achse, deren Abstand von der zweiten Achse 1,45 m ist, beträgt

$$e_1 = \frac{1,45}{R} (-x_2 + \frac{1}{2} \cdot 1,45) \text{ m.}$$

Für - x₂ = 3 m wird e₁ = 26 mm bei R = 208 m. Bei R = 200 m führt daher die erste und die zweite Achse. Aus obiger Gleichung ergibt sich dann bei e₁ = 26 mm - x₂ = 2,86 m.

Die letzte Achse ist 4,45 m von der zweiten Achse entfernt. Ihr Abstand von der Aufschiene ist

$$e_5 = 0,026 + \frac{4,45}{R} (2,86 - \frac{1}{2} \cdot 4,45) = 0,046 \text{ m.}$$

Da σ = 34 mm < e₅ ist, läuft also die fünfte Achse stets innen an, ohne sich gegen den Rahmen zu legen.

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse.

R in m	200	400	600	800
— x_1 in m	4,31	4,45	4,45	4,45
— m_1 in Einheiten μQ	2,76	1,97	1,97	1,97
— m_2 » » »	2,99	4	4	4
m_4 » » »	—	—	—	—
m_5 » » »	1,78	1,74	1,74	1,74
w_{er} in kg/t	2,48	1,26	0,84	0,63
$w_{3a} = 500 : R$	2,5	1,25	0,835	0,625

Die Güterzuglokomotive G_{10} weicht von der T_{16} kaum ab. Die Abstände der Achsen sind dort 1500 mm gegen 1450 mm bei der T_{16} . Die Verschieblichkeit der Endachsen ist dort 28 mm. Der Kurvenwiderstand der G_{10} wird also etwas größer sein als der der T_{16} .

Die Laufwerksanordnung der T_{16} , bei der die erste und fünfte Achse verschieblich ist, erscheint für die Tenderlokomotive als die richtige aus Rücksicht auf gleich gute Vorwärts- und Rückwärtsfahrt. Für Vorwärtsfahrt allein ist es indessen vorteilhafter, statt der ersten die zweite Achse verschieblich zu machen. Es ergibt die Untersuchung die in Abb. 3, Taf. 37 gestrichelt eingezeichneten Kurveneinstellungen, welche zeigen, daß die erste und zweite Achse stets außen, die fünfte Achse stets innen, außerdem die vierte Achse noch bei $R = 200$ m innen anläuft.

Die Ergebnisse der Rechnung sind folgende:

R in m	200	400	600	800
— x_1 in m	3,74	4,2	4,2	4,2
— m_1 in Einheiten μQ	3,24	3,34	3,34	3,34
— m_2 » » »	1,9	1,92	1,92	1,92
m_4 » » »	1,06	—	—	—
m_5 » » »	1,88	1,8	1,8	1,8
w_{er} in kg/t	2,2	1,2	0,8	0,6
$w_{3b} = 460 : R$	2,3	1,15	0,77	0,58

Es zeigt sich, daß in allen Kurven die Radialstellung gegenüber der T_{16} mehr nach vorne, also in eine für den Kurvenwiderstand günstigere Lage gedrückt wird. Aus den Konstanten k der Gl. w_{3a} und w_{3b} ergibt sich eine Verminderung von w durch obige Abänderung um 12,5%. Abgesehen hiervon erzielt man durch die Abänderung auch noch eine größere geführte Länge und damit einen ruhigeren Lauf in der Geraden. Mit einer Achsverschieblichkeit von 26 mm, wie sie bei der T_{16} vorhanden ist, kommt man auch bei der abgeänderten Achsanordnung reichlich aus. Für die G_{10} dürfte daher die letzte Art der Achsanordnung die richtigere sein. Wegen der um wenig größeren Achsabstände wird eine Schwächung des Spurkranzes der dritten Achse erforderlich sein, die aber auch bei der jetzigen Ausführung schon vorhanden ist.

4a. 1 D 1-Lokomotive

mit schwenkbaren Laufachsen (Abb. 4, Taf. 37). Es sind Bisselachsen angenommen mit einer Deichsellänge von 1900 mm. In dieser Art ist diese Lokomotive als T_{14}^1 gebaut mit der Abweichung, daß die Laufachsen nach Textabb. 18 angelenkt sind. Hierbei sind die Bögen der Punkte B und C um A durch Bögen um D und E ersetzt. Es sind dann entweder die Zapfen bei B und C ohne Spiel gelagert, wobei der Zapfen A in einem Langloch geführt ist und außerdem noch etwas seitliches Spiel besitzen muß (z. B. T_{14}^1), oder A besitzt kein Seitenspiel, und die Zapfen B und C bewegen sich ebenfalls in Langlöchern (z. B. G_{12}). Die Kräfteübertragung auf den Hauptrahmen ist in beiden Fällen eine andere. Die genaue Verfolgung der Verhältnisse wird nur verwickelt, ohne das gesamte Ergebnis wesentlich zu beeinflussen. In Anbetracht der sonstigen Vernachlässigung viel wichtigerer Einflüsse ist daher auch im folgenden bei allen Bisselachsen A allein als fester Drehpunkt angenommen.

Die Rückstellung der Laufachsen geschieht bei der T_{14}^1 durch Blattfedern. Die Rückstellkraft $p = P : \mu Q$ für die ganze Achse in Abhängigkeit des Seitenausschlages f ist in Textabb. 20 aufgetragen.

Die Radialstellungen der Laufachsen ergeben sich nach Textabb. 19 für die erste Achse zu

$$x_1 = (d_1^2 - x_2^2 - l^2) : 2 \times l$$

x_2 wird vorbehaltlich späterer Änderung angenommen. Der seitliche Ausschlag ist $f_1 = l\varphi$. Ferner ist $R\varphi = d_1 + l + x_1$. Also folgt

$$f_1 = (d_1 + l + x_1) \frac{l}{R}$$

Für die Hinterachse gilt $f_6 = (d_6 + l - x_6) \frac{l}{R}$. Wenn x_2 genommen ist, ist d_6 bekannt; es ist dann leicht f_6 und x_6 zugehörig so zu bestimmen, daß die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt sind.

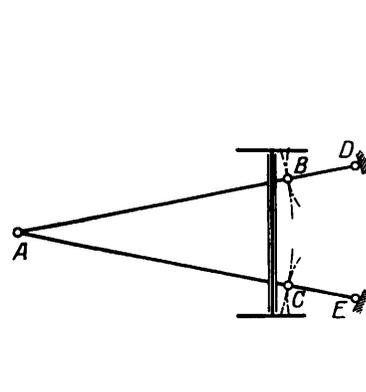


Abb. 18.

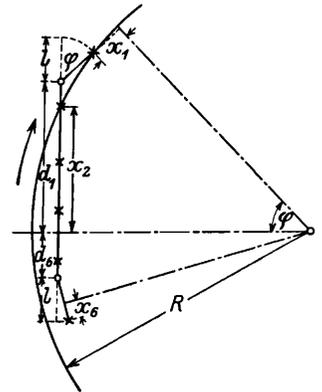


Abb. 19.

In den Gleichungen für die Richtkräfte ist die Abweichung der einzelnen Krafterrichtungen von der Fahrzeuglängsachse und senkrecht dazu infolge des Ausschlags f vernachlässigt.

Die Untersuchung zeigt, daß der Hauptrahmen in allen Kurven natürliche Radialstellung einnimmt. Die Radialstellung ist aber für jede Kurve eine andere, da mit R auch f und p sich ändern. Jedoch liegen die Werte x_2 unwesentlich voneinander, so daß mit einem mittleren $x_2 = -3,75$ m gerechnet ist. Die Werte für m_5 sind daher nicht genau 0, sondern weichen auf der zweiten Dezimalen um einen geringen positiven oder negativen Betrag von 0 ab. Dennoch ist mit $-x_2 = 3,75$ gerechnet, was auf das Gesamtergebnis keinen nennenswerten Einfluss hat.

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse:

R in m	200	400	600	800
x_1 » »	0,1	0,1	0,1	0,1
— x_2 » »	3,75	3,75	3,75	3,75
x_6 » »	0,65	0,08	0,1	0,11
f_1 » mm	59,4	29,7	19,8	14,85
f_6 » »	23,7	14,7	10,0	7,7
— m_1 » Einheiten μQ	2,1	1,42	1,2	1,08
— m_2 » » »	1,428	2,286	2,574	2,722
m_5 » » »	—	—	—	—
m_6 » » »	1,112	—	—	—
w_{er} » kg/t	0,472	0,366	0,282	0,226
$w_{4a} = 200 : (R + 250) + 0,05$	0,495	0,358	0,285	0,24

Die Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse zeigt, daß w sehr gering ist und sich kaum mit R ändert. Es geht hieraus hervor, wie äußerst vorteilhaft die Anordnung von Schwenkachsen ist. Infolge des geringen Wertes von x_1 ist eine Erhöhung von m_1 und damit eine Verringerung von m_2 (absolut genommen!) sehr erwünscht, was durch Erhöhung der Rückstellkraft erreicht wird. Es wird dadurch w erheblich herabgesetzt. (Bei Erhöhung von P auf das Doppelte ergibt sich beispielsweise für

$R = 400$	600	800 m
$w = 0,212$	0,21	0,193 kg/t,

also ein fast konstanter Wert.) Denn es ergibt sich ja im vorliegenden Falle ein negativer Beitrag der ersten Achse zu w , da x_1 positiv ist, d. h. die erste Achse überradial steht. Dies wiederum zeigt den Vorteil eines kurzgehaltenen Deichselarmes. Die Erhöhung von m_1 darf natürlich keine für die Entgleisung gefährliche GröÙe erreichen. Ein unruhiger Kurvenlauf durch Verkürzung von l ist auch durch entsprechende GröÙe von P zu vermeiden. Je höher P ist, desto ruhiger ist auch dazu der Lauf in der Geraden. Bei $R=200$ m wird die sechste Achse durch das innere Gleis gehindert, sich der radialen Einstellung zu nähern und läuft an. Hierdurch wird w um ca. 11% erhöht. Bei kürzerem Deichselarm würde bei gleichem Ausschlag f_i der Wert x_i kleiner, also auch die Erhöhung von w kleiner werden. Natürlich ist der Verkürzung der hinteren Deichsel eine Grenze gesetzt dadurch, daß sie bei Rückwärtsfahrt auch als vordere Deichsel laufen muß. Als Schlusfolgerung ergibt sich also, daß es für jede Lokomotive mit Schwenkachsen eine günstigste Bemessung der Rückstellfedern und Deichsellängen gibt, die von Fall zu Fall zu untersuchen ist.

4b. 1 D 1-Lokomotive

mit vorderem Krauss-Drehgestell und hinterer Adamsachse (Abb. 5, Taf. 37). Die Lokomotive entspricht der jüngst gebauten P_{10} . Bezüglich der Rechnung sei kurz auf folgendes hingewiesen. Der ideale Drehpunkt der Adamsachs liegt 2000 mm vor der Achse. Die Rückstellung geschieht durch eine Spiralfeder. Die Achse läuft in allen Kurven frei. Ihre Radialstellung liegt kurz vor der Achse. Die Kraftkomponente $2\mu Q_L \cos \beta$ ist mit der Rückstellkraft P im Gleichgewicht. Die Kräfte $\mu Q_L \sin \beta$ übertragen sich direkt durch die Lager auf den Rahmen. Ihre Richtungsabweichung von Fahrzeuglängsachse kann vernachlässigt werden. Der Drehgestellzapfen ist nach jeder Seite 75 mm verschieblich und wird durch Blattfedern in Mittelstellung gehalten. Hierdurch wird die Untersuchung in engen Kurven etwas weniger einfach. Außerdem ist die vordere Laufachse in gleicher Weise wie die Adamsachse durch eine Spiralfeder in Mittelstellung gehalten. Die Verschiedenheit der Raddrucke ist in Rechnung gezogen und zwar $Q_L = 0,88 Q_T$. Die Federkräfte p sind aus Textabb. 20 ersichtlich. Für die Blattfedern am Drehgestellzapfen ist p in Einheit μQ_T für die Spiralfedern an den Laufachsen in Einheit μQ_L über die Verschiebung f des Angriffspunktes der Feder aus Hauptrahmenmitte aufgetragen. Im übrigen erfordert der Rechnungsgang gegen die früheren Rechnungen nichts Neues.

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse.

R in m	200	400	600	800
--- x_1 » »	1,4	1,4	1,4	1,4
--- x_2 » »	6,37	7,35	7,65	8,4
x_i » »	0,43	0,08	0,07	0,06
f_1 » mm	114,6	78,9	69,2	59,3
f_2 » »	70	53	51,3	44,6
f_3 » »	34	14	9,3	6,9
--- m_1 » Einheiten μQ_L	3,464	3,166	2,696	3,008
--- m_2 » » μQ_T	2,444	2,3	2,648	2,22
--- m_3 » »	—	—	0,1	0,208
--- m_4 » »	—	1,86	1,9	1,94
m_5 » »	0,324	—	-0,825	-1,854
m_6 » » μQ_L	0,35	—	—	—
w_{er} in kg/t	1,55	0,97	0,75	0,645
$w_{4b} = 240 : R + 0,35$	1,55	0,95	0,75	0,65

Bei $R=200$ m laufen also die erste, zweite, fünfte und sechste Achse an. Die vierte verschiebliche Achse kommt noch nicht zum Anlaufen. Bei $R=400$ m reicht das Seitenspiel der vierten Achse von 25 mm aus, diese außen anlaufen zu lassen. Die fünfte und sechste Achse läuft frei. Bei $R=600$ und 800 m reicht die Federkraft am Zapfen nicht mehr aus (da die Verschiebung f_2 zu klein ist), um die dritte Achse von der Schiene abzuhalten; auch Achse 3 läuft außen an. Durch

die Federkräfte des Drehgestells wird ferner noch der Hauptrahmen so weit gedreht, daß auch die fünfte Achse außen anläuft. Die sechste Achse allein läuft frei. Die Untersuchung zeigt, daß der Widerstand der P_{10} selbst noch bei Berücksichtigung des größeren Radstandes erheblich höher ist, als der der T_{14}^1 . Dies liegt vor allem daran, daß das Krauss-Gestell niemals eine radiale Einstellung der vorderen Laufachse gestattet. Bei der P_{10} ist z. B. durch die Abmessungen des Drehgestells stets $x_1 = -1,4$ m, während bei Schwenkachsen

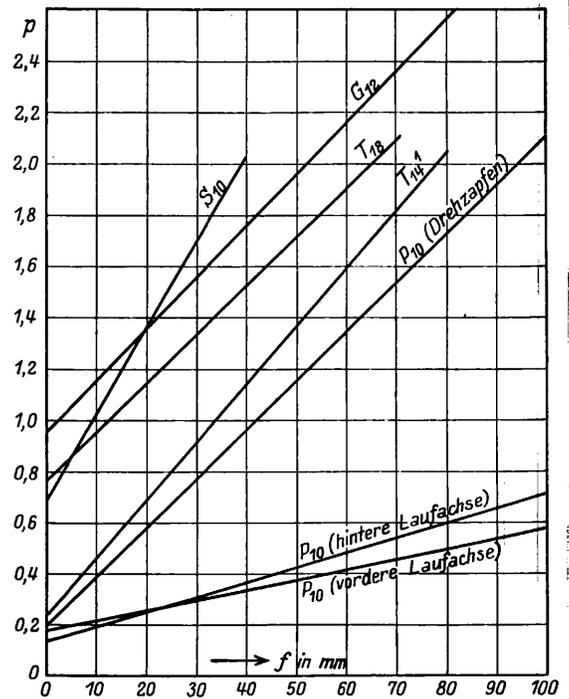


Abb. 20.

x_1 sogar positiv gemacht werden kann, so daß der Beitrag zu w negativ wird. Bezüglich des Kurvenwiderstandes müssen daher die Schwenkachsen vor den Krauss-Gestellen den Vorzug erhalten. Immerhin wäre bei der P_{10} noch w zu erniedrigen durch stärkere Rückstellkraft der vorderen Laufachse. Hierdurch würde m_1 erhöht, m_2 herabgesetzt. Ersteres ist noch gut zulässig, letzteres sehr erwünscht, da auf m_2 im vorliegenden Falle infolge des großen x_2 mehr als 60% des gesamten Widerstandes entfallen. Auch an den übrigen Rädern könnte dadurch eine Verkleinerung von w erreicht werden.

Ob es nicht zweckmäßiger wäre, den Spurkranz der dritten Achse ungeschwächt auszuführen unter gleichzeitiger Erhöhung der Drehgestellfederkräfte und Fortfall der Rückstellkraft der Adamsachse, möge hier nicht weiter erörtert werden. Zur Verhütung des Anlaufens der Adamsachse stände auch einer Verkleinerung des Abstandes des ideellen Drehpunktes von der Achse wohl nichts im Wege.

5. 1 E-Lokomotive

mit vorderer Bisselachse. Der Hauptrahmen ist an der Schwenkachse mit Pendeln nach Textabb. 21 aufgehängt. Die Rückstellwirkung hierdurch ist ohne weiteres zu erkennen. Die GröÙe der Rückstellkraft p für die ganze Achse als Funktion des Seitenausschlags f ist in Textabb. 20 dargestellt (G_2). Es ist p in Einheiten μQ_L aufgetragen, wobei Laufraddruck $Q_L = 6,5$ t, $\mu = 0,2$ eingesetzt ist. Alle übrigen in Frage kommenden Daten enthält Abb. 6, Taf. 37. Die Verschiedenheit der Lauf- und Triebraddrucke ist in der Rechnung berücksichtigt, und zwar mit $Q_L = 0,814 Q_T$.

Die Lokomotive nimmt im allgemeinen natürliche Radialstellung ein, wobei die erste, zweite, dritte und sechste Achse anlaufen. Die genauen Radialstellungen weichen nur unwesentlich von $-x_2 = 4$ m ab. Bei $R=200$ m tritt Spiels-

gang auf. Es wird aber infolge der Rückstellkraft m_2 gerade ~ 0 . Das Ergebnis der Rechnung ist aus der Zusammenstellung ersichtlich.

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse.

R in m	200	400	600	800
x_1 » »	0,332	0,395	0,395	0,395
$-x_2$ » »	3,76	4	4	4
f_1 » mm	62	32,8	21,8	16,4
$-m_1$ » Einheiten μQ_L	1,922	1,354	1,134	1,034
$-m_2$ » » » μQ_T	—	0,268	0,406	0,469
$-m_3$ » » » »	1,89	1,91	1,91	1,91
m_5 » » » »	1,678	—	—	—
m_6 » » » »	1,864	1,86	1,86	1,86
w_{er} » kg/t	0,82	0,41	0,285	0,22
$w_5 = 180 : (R + 20)$	0,818	0,428	0,29	0,22

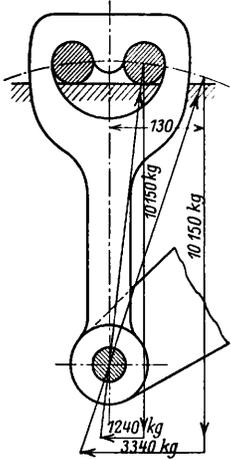


Abb. 21.

Die Konstruktion der Wiegenaufhängung zeigt sich als eine sehr vorteilhafte für den Kurvenwiderstand. Die Rückstellkraft P wächst bedeutend weniger stark mit f und ermöglicht vor allem einen viel höheren Wert P für $f=0$, als es bei Blattfedern möglich ist. Hierdurch ist eine gleichmäßigere Entlastung von m_2 bei den verschiedenen Kurvenradien möglich. Diese Entlastung kann für kleine Ausschläge der Achse ($R=800$ m) schon groß genommen werden, ohne für größere Ausschläge zu stark zu werden, so daß $m_2 < 0$ würde (absolut genommen!).

6. 2 C-Lokomotive

mit zweiachsigen vorderem Drehgestell (S_{10}^1). Die Achsdrücke, -abstände usw.

sind aus Abb. 4, Taf. 36 ersichtlich. Die Blattfedern für den Drehgestellzapfen sind mit etwa 1200 kg Vorspannung eingesetzt und haben bei $f_z = 40$ mm eine Spannkraft von 3600 kg oder $2,02 \mu Q_T$, wenn $Q_T = 8,5$ t, $\mu = 0,2$ eingesetzt wird. Die Federkraft p als Funktion des Drehzapfenausschlags f_z ist in Textabb. 20 in Einheiten μQ_T eingetragen. Die Rechnung ist äußerst einfach. Die natürliche Radialstellung des Hauptrahmens liegt bei $-x_3 = 3,5$ m. Hierbei ist $p = 1,94$, entsprechend $f_z = 37$ mm. Die natürliche Radialstellung des Drehgestells bei $p = 1,94$ liegt bei $-x_1 = 2,13$ m. Bei $R = 200$ m läuft die erste Achse außen, die dritte und fünfte Achse innen an; der Drehgestellzapfen legt sich gegen den Drehgestellrahmen. Bei $R = 400$ m läuft Achse 1 allein an. Bei $R = 600$ m läuft Achse 3 bereits außen an. Hierdurch wird p kleiner und die natürlichen Radialstellungen von Drehgestell und Hauptrahmen verschieben sich etwas. Das Ergebnis der Rechnung enthält die folgende Zusammenstellung:

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	2,09	2,13	2,16	2,2
$-x_3$ » »	2,35	3,5	3,7	3,8
f_z » mm	40	37	32,5	24,8
$-m_1$ » Einheiten μQ_L	3,992	3,888	3,78	3,594
$+m_3$ » » » μQ_T	0,886	—	-0,324	-0,784
m_5 » » » »	0,824	—	—	—
w_{er} » kg/t	0,865	0,435	0,323	0,28
$w_6 = 150 : R + 0,1$	0,85	0,475	0,35	0,288.

Q_L ist zu $\frac{15}{17} Q_T$ in Rechnung gesetzt.

Die zweiachsigen Drehgestelle sind, wie ersichtlich, für den Kurvenwiderstand äußerst vorteilhaft. Es wird w um so geringer, je kleiner der Achsstand der Drehgestelle ist. Der Kurvenwiderstand kann zwar nie so gering werden, wie es bei Schwenkachsenanordnung (vergl. T_{14}^1) erreichbar ist. Dafür haben aber die zweiachsigen Drehgestelle den Vorteil der ruhigeren

Führung. Die Abnutzung der Radreifen ist gleich der Widerstandsarbeit. Diese ist für die Bogeneinheit $WR = \text{const.}$, wenn nur die erste Achse des Drehgestells führt, z. B. bei $R = 400$ m, und wächst bei $R = 800$ um 29% . Abgesehen von der Geschwindigkeit, die für die Wahl der Kurvenradien ins Gewicht fällt, würden für Lokomotiven mit vorderem zweiachsigen Drehgestell engere Kurven (d. h. solche, in denen nur die erste Laufachse anläuft) am günstigsten sein bezüglich des Widerstandes und damit der Radreifenabnutzung.

Die Bemessung der Rückstellfedern des Drehgestells der S_{10}^1 muß nach dem Ergebnis der Untersuchung als zweckmäßig betrachtet werden. Wenn allerdings enge Kurven (vergl. $R = 200$ m) nicht durchfahren zu werden brauchten, würde nach dem oben Gesagten zwar eine Verstärkung der Federn noch vorteilhaft sein. Bei $R = 200$ m legt sich, wie schon erwähnt, der Drehzapfen gegen den Drehgestellrahmen. Er drückt die zweite Achse nach außen und erhöht m_1 , verkleinert aber auch x_1 . w wird durch diese Einstellung zwar erniedrigt, aber äußerst wenig ($w = 0,865$ gegen $0,87$ bei Führung durch Achse 1 allein, wenn dies durch genügendes Spiel im Gleis möglich wäre).

Die Anbringung einer hinteren Laufachse beim Übergang zur 2 C 1-Type ist kaum von nennenswertem Einfluß auf w , solange diese Achse sich frei im Gleis einstellen kann. Kommt sie zum Anlaufen, was bei engen Kurven eintreten kann, wenn der zur freien Einstellung erforderliche Seitenausschlag durch das Gleisspiel nicht ermöglicht wird, oder wird eine Rückstellvorrichtung angebracht, so wird w stärker vergrößert. Die Größe einer eventuellen Rückstellkraft fällt für w am meisten ins Gewicht. Der Kurvenwiderstand ist am kleinsten für die Rückstellkraft $P = 0$.

7. 2 C 2 Lokomotive

mit vorderem und hinterem zweiachsigen Drehgestell (T_{18}). Die Lokomotive ist, wie aus Abb. 5, Taf. 36 ersichtlich, mit symmetrischem Laufwerk gebaut. Die Raddrücke sind alle gleich zu $7,5$ t in Rechnung gesetzt, so daß der errechnete Widerstand etwa als Mittelwert für Vorwärts- und Rückwärtsfahrt angesehen werden kann. Die Rückstellfeder für die Drehgestellzapfen übt die in Textabb. 20 dargestellte Kraft p in Einheiten μQ aus beim Ausschlag f_z aus der Mittelstellung. Bei $R = 200$ m wird die Triebachse von der Aufschiene infolge des beschränkten Seitenausschlages der Drehzapfen abgezogen. Es laufen die erste und sechste Achse außen, die fünfte innen an. Die am hinteren Drehzapfen auftretende Richtkraft verschiebt den Zapfen um $1,9$ mm nach außen. Bei $R > 200$ m tritt zunächst natürliche Einstellung auf, d. h. Führung durch erste und sechste Achse allein; bei $R = 400$ m läuft aber bereits die dritte Achse außen an. Bei Nichtanlaufen der fünften Achse wird die Richtkraft am hinteren Drehzapfen nie größer als die Vorspannkraft, so daß dann ein Ausschlag des hinteren Drehzapfens aus Mittelstellung nicht erfolgt. Die Richtungsabweichung der Zapfendrücke von der Senkrechten auf die Längsachse der Lokomotive bzw. der Drehgestelle ist vernachlässigt; die Zusammenstellung zeigt das Ergebnis der Untersuchung.

Zusammenstellung der Rechnungsergebnisse.

R in m	200	400	600	800
$-x_1$ » »	2,1	2,2	2,3	2,4
$-x_3$ » »	3,5	3,71	3,71	3,71
$-x_6$ » »	2,35	2,5	2,5	2,5
f_z vorn in mm	70	37,5	25,2	19
f_z hinten in mm	1,9	—	—	—
$-m_1$ in Einheiten μQ	3,944	3,56	3,438	3,378
$-m_3$ » » » »	—	1,02	1,36	1,754
m_5 » » » »	0,652	—	—	—
$-m_6$ » » » »	3,1	2,864	2,824	2,686
w_{er} » kg/t	1,26	0,72	0,51	0,41
$w_7 = 360 : (R + 90)$	1,24	0,735	0,521	0,405.

Zusammenstellung der Widerstandswerte für Lokomotiven.

Lfd. Nr.	Type	Bezeichnung	Besondere Angaben	Fahr- richtung	w in kg/t für R =				w _n
					200 m	400 m	600 m	800 m	
1 a	1 C	T ₁₂	Vorderes Krauss-Drehgestell	Vorwärts	1,06	0,525	0,34	0,265	210 : R
1 b	1 C	T ₁₂	Vorderes Krauss-Drehgestell	Rückwärts	2,34	1,11	0,74	0,56	460 : R
2 a	D	T ₁₃	Vierte Achse verschieblich	Vorwärts	2,12	1,06	0,71	0,53	424 : R
2 b	D	T ₁₃	Vierte Achse verschieblich	Rückwärts	3,01	1,52	1,02	0,76	604 : R
3 a	E	T ₁₆	Erste und fünfte Achse verschieblich	Vorwärts	2,48	1,26	0,84	0,63	500 : R
3 b	E	—	Zweite und fünfte Achse verschieblich	"	2,2	1,2	0,8	0,6	460 : R
4 a	1 D 1	T ₁₁ ¹	Erste und sechste Achse schwenkbar	"	0,472	0,366	0,282	0,226	$\frac{200}{R} + 0,05$
4 b	1 D 1	P ₁₀	Vorderes Krauss-Gestell und hintere Adamsachse	"	1,55	0,97	0,75	0,645	$\frac{240}{R} + 0,35$
5	1 E	G ₁₂	Vordere Bisselachse	"	0,82	0,41	0,285	0,22	$\frac{180}{R} + 20$
6	2 C	S ₁₀ ¹	Vorderes zweiachsiges Drehgestell	"	0,865	0,435	0,323	0,28	$\frac{150}{R} + 0,1$
7	2 C 2	T ₁₈	Zweiachsiges Drehgestell vorn u. hinten	"	1,26	0,72	0,51	0,41	$\frac{360}{R} + 90$

Es ergibt sich, daß die Abmessungen der T₁₈ für eine Drehgestellanordnung als zweckmäßig angesehen werden müssen. In ihrer früheren Ausführung mit 40 mm Drehzapfenverschieblichkeit war sie für engere Kurven durchaus ungeeignet. Schon bei 70 mm Verschieblichkeit zeigt sich ein Anlaufen der fünften Achse in Kurven von 200 m Radius. Diese KurvenEinstellung darf als »gezwängt« bezeichnet werden. Allerdings ist im vorliegenden Fall der Einfluss nur gering. Er erhöht w gegenüber der natürlichen Einstellung von 1,23 kg/t auf 1,26 kg/t, also nur um 2,4%. Er wächst aber stark mit der Verringerung der Zapfenverschieblichkeit und kann den Schienendruck am ersten Rade über das für die Entgleisung kritische Maß steigern. Der vordere Zapfendruck bei R = 200 m ist 3470 kg. Eine Erhöhung der maximalen Federspannung von 3160 auf etwa 3400 kg in Verbindung mit einer starken Erhöhung der Vorspannkraft könnte noch als vorteilhaft für w bei größeren Kurvenradien erscheinen, worauf ja bei den früher behandelten Lokomotiven schon hingewiesen wurde.

Eine Schwächung des Spurranzes der vierten Achse ist, wie auch aus Abb. 5, Taf. 36 ersichtlich, bei einer Drehzapfenverschieblichkeit von 70 mm nicht erforderlich. Immerhin erscheint sie nicht unzweckmäßig für den Übergang von Vorwärts- in Rückwärtsfahrt und umgekehrt.

Zusammenfassung.

Aus den Kurven der Abb. 2, Taf. 36 ist die Verschiedenartigkeit des Kurvenwiderstandes der Lokomotiven je nach der Art des Laufwerks ersichtlich. Sie sollen aber keineswegs die Verhältnisse darstellen, wie sie bei dem Kurvenlauf der Lokomotiven tatsächlich auftreten. Dafür spielen noch zu viele andere wichtige Faktoren mit, wie Massenkraft, Zugkräfte und auch die Wirkung der Tenderkupplung*). Die Untersuchung ihrer Einflüsse auf den Kurvenwiderstand muß einer besondern Arbeit vorbehalten bleiben. Bezüglich der Zugkraft sei noch beiläufig darauf hingewiesen, daß Uebelacker (im Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens, Beilage 1903) durch Addition der Arbeiten aller Einzelkräfte am Fahrzeug beim Durchlaufen einer Kurve errechnet, daß beispielsweise bei einer steifachsigen D-Lokomotive mit zunehmender Zugkraft der Widerstand erst langsam wächst, von einer Zugkraft $Z = 5 \mu Q$ aber erheblich zunimmt und bei $Z = 6,2 \mu Q$ um etwa 27% größer ist als bei leerlaufender Lokomotive. Für Belastungstafeln, Fahrpläne und dergl. wird eine Schätzung

*) Dr. Ing. Heumann: „Zum Verhalten von Eisenbahnfahrzeugen in Gleisbogen“ (Organ f. d. F. d. E. 1913).

von w an Hand der Kurven genügen, da w an sich nicht sehr groß ist und auch die Lokomotive im Verhältnis zum Zuggewicht von geringer Bedeutung ist. Viel wichtiger erscheint es, durch die Untersuchungen ein Mittel zur Beurteilung der einzelnen Laufwerkskonstruktionen gegeben zu haben, da doch immerhin angenommen werden kann, daß die tatsächlichen Verhältnisse bei den einzelnen Typen sich wie die bei dem untersuchten theoretischen Fall verhalten werden.

A n h a n g.

Einfluss der Fliehkraft.

Da die bei der Kurvenbewegung auftretende Fliehkraft der ausgeführten Gleisüberhöhung nicht bei allen Geschwindigkeiten entsprechen kann, so tritt im allgemeinen eine nach außen oder innen gerichtete Zentralkraft auf, die selbstverständlich wie jede andere am Fahrzeug angreifende äußere Kraft in die Gleichung zur Bestimmung der Richtkraft an einem führenden Rad (Gl. 7 und 7a) eingeht. Als höchstes Maß des Unterschiedes zwischen erforderlicher und wirklich vorhandener Überhöhung kann 85 mm angesehen werden für $V = 120$ km/Std., $R = 1300$ m und einer ausgeführten Überhöhung von 45 mm. Der Einfluss der freien Fliehkraft auf den Kurvenwiderstand ist um so größer je kleiner der Radstand ist, am größten also bei dem zweiachsigen Drehgestell (2,5 m Radstand) eines D-Zugwagens. Die freie Fliehkraft, in der Mitte des Drehgestells am Zapfen angreifend, ist $C_{\max} = 4 Q \cdot 85 : 1435 = 0,236 Q$ oder $= 0,236 : \mu$ in Einheiten $Q\mu$. Gl. 6) wird in der Form $w = (1000 \mu : zR) xB$ geschrieben. Mit Berücksichtigung von C_{\max} werde $B = B'$ und $x = x'$. Dann ist der Einfluss von C_{\max} gegeben durch $\xi_F = x'B' : xB$. Die Werte sind nachstehend zusammengestellt:

μ	x	x B	x'	x' B'	ξ_F
1/4	2,8	7,32	2,65	8,32	1,135
1/5	2,8	7,32	2,6	8,45	1,15
1/6	2,8	7,32	2,55	8,6	1,17

Der Widerstand ändert sich kaum mit μ , er erhöht sich äußersten Falles um etwa 15%. Die Fliehkraft ruft auch eine Veränderung der Achsdrucke hervor, auch für $C = G \tan \alpha$. Nur ist für den letzten Fall der Einfluss an allen Rädern gleich. In jedem Falle ist er sehr gering und spielt keine Rolle.