

DEL V.

BERÄKNINGAR RÖRANDE SPÅRTRANSFORMATORER OCH DERAS KONSTRUKTION

AV PROFESSOR *EMIL ALM.*

Sedan såväl teori som försök visat, att de störningar av elektromagnetisk natur, som vid elektrisk järnvägsdrift med enfasväxelström uppstå på telegraf- och telefonledningarna utmed banan, så gott som helt och hållet bero därpå, att banströmmen endast delvis återgår i skenorna och i stället till stor del breder sig ut i jorden, låg det nära till hands att vidtaga åtgärder för att få återledningsströmmen att så fullständigt som möjligt återgå i skenorna. Den enklaste anordningen härför är att enligt *Kapp* använda sig av på lämpliga avstånd uteder linjen placerade strömtransformatorer med omsättningen 1:1 och med primärlindningen inkopplad i serie med kontaktledningen, sekundärledningen i serie med skenledningen. Dessa transformatorer hava fått namnet *spårtransformatorer*. Genom att på rätt sätt inkoppla dem tvingas således den närmast på ömse sidor om spårtransformatorerna liggande delen av skenledningen att föra exakt samma ström som kontaktledningen, fastän i motsatt riktning, och om transformatorerna äro placerade tillräckligt nära varandra, kan läckningsströmmen från skenledningen till jorden göras så liten, att skenströmmen kan anses hava samma värde även i mellanliggande delar av skenledningen.

Villkoret för att läckningsströmmen från skenorna till den såsom ledare därmed parallellkopplade jorden skall kunna hållas så låg, att strömmen i skenorna överallt kan anses konstant, är för ett givet motstånd mellan skenledning och jord tydligen att spänningsdifferensen mellan skenor och jord är liten. Då nu skenorna vid växelström hava relativt stort såväl ohmskt som induktivt motstånd, blir den spänning, som behövs för att mellan två på något avstånd från varandra liggande punkter på skenledningen framdriva en viss ström, jämförelsevis stor. Även om man i allmänhet kan räkna på, att detta spänningsfall i skenledningen i förhållande till jorden fördelar sig så, att maximala potentialskillnaden mellan skenor och jord endast är halva detta spänningsfall, att således ena hälften av denna sträcka har t. ex. positiv spänning relativt jorden och den andra hälften lika stor men negativ spänning (se fig. 12 bil. 1), så blir spänningsdifferensen till jord och alltså även läckningsströmmen större, ju längre avståndet är mellan skenströmmens tilledningar. För den mellan två spår-

transformatorer liggande bansträckan kunna tilledningarna anses ligga i sträckans ändpunkter, eftersom strömmen där är exakt lika med kontaktledningsströmmen. Avståndet mellan transformatorerna får således ej överstiga vissa värden, om läckningsströmmen skall kunna försummas. Enligt bil. 1 är för vissa vid bandelen Kiruna—Riksgränsen förekommande värden på skenledningens konstanter samt för ett avstånd mellan matningspunkterna:

$s = 1,4 \text{ km}$	skenströmmens minimivärde	$J_{\min} = 0,9965 (-0^{\circ} 17') \cdot J_0$
	» medelvärde	$J_{\text{med}} = 0,9983 (-0^{\circ} 11') \cdot J_0$
$s = 2,8 \text{ km}$		$J_{\min} = 0,986 (-1^{\circ} 25') \cdot J_0$
		$J_{\text{med}} = 0,9924 (-0^{\circ} 47') \cdot J_0$
$s = 6 \text{ km}$		$J_{\min} = 0,937 (-4^{\circ} 55') \cdot J_0$
		$J_{\text{med}} = 0,957 (-3^{\circ} 13') \cdot J_0$

Här är J_0 = kontaktledningsströmmen. Den negativa vinkeln inom parentes anger huru mycket skenströmmens vektor ligger efter kontaktledningsströmmens.

Oaktat man för att få läckningsströmmen till jord helt och hållet lika med noll egentligen bör alstra den för skenströmmens framdrivande behövliga spänningen i samma mån som den förbrukas, d. v. s. placera spårtransformatorerna oändligt tätt, kan man alltså i själva verket utan märkbart fel insätta spårtransformatorerna på ganska stort avstånd från varandra. Enligt ovanstående siffror är den vektoriella differensen mellan J_0 och J_{med} för 1,4 km avstånd ungefär lika med 0,4 %, för 2,8 km:s avstånd ungefär lika med 1,6 % och för 6 km avstånd ungefär lika med 6,9 %. Differensen, som är ett mått på den elektromagnetiska induktionen i svagströmsledningarna utefter banan, ökas sålunda ganska hastigt, varför man, om det avsedda ändamålet skall vinnas, ej bör göra avståndet större än ett fåtal km. Härtill kommer, att man vid stora avstånd mellan transformatorerna får ganska höga spänningar i skarven mellan 2 skensträckor. Eftersom vid bandelen Kiruna—Riksgränsen kontaktledningen är uppdelad i sektioner om 1,4 km längd för att möjliggöra en automatisk justering av nedhängningen, kunde såsom avstånd mellan spårtransformatorerna endast en multipel av 1,4 km ifrågakomma. Mer än 2,8 km avstånd kan ej gärna väljas, om kompenseringen skall bli tillräckligt god. Av hänsyn till spänningsdifferensen i skenskarven har man begränsat avståndet till

$$s = 1,4 \text{ km.}$$

Såsom framgår av bil. 1 (fig. 12) kunna nu spårtransformatorerna anses verka på så sätt, att de så att säga suga till sig en skenledningsström lika med kontaktledningsströmmen från den på ena sidan om transformatorn liggande hälften av skensträckan mellan två transformatorer och pressa ut denna ström i den på andra sidan liggande sektionshälften. Skenornas potential, som är lika med noll mitt mellan transformatorerna, sjunker alltså invid transformatorn till ett värde, som är lika med halva spänningsfallet i sektionen. På andra sidan om transformatorn skall potentialen hava

samma värde men med motsatt tecken, varefter den åter nära rätlinigt nedgår till noll på mitten av den nya sektionen. Transformatorerna skola således vara i stånd att med bibehållande av konstant omsättning 1 : 1 avge en sekundär klämspänning $= 2 V_{\max} =$ det av skensträckan mellan transformatorerna förbrukade spänningsfallet. Då storleken av detta spänningsfall är av avgörande betydelse för spårtransformatorernas dimensionering, blir det nödvändigt att först behandla denna fråga.

SKENLEDNINGENS IMPEDANS.

Såsom framgår av bil. 1 kan man vid ej alltför stora värden på s anse att spårtransformatorns sekundära klämspänning $E_2 = J_0$ gånger skenledningens impedans $= J_0 \cdot s [r + j \omega (l - m)]$, där

r = skenledningens effektiva motstånd pr km,

$\omega = 2 \pi \cdot$ frekvensen,

$l = l_i + l_y$ = skenledningens induktans pr km,

m = den ömsesidiga induktansen mellan kontakt- och skenledning pr km.

Induktansen l kan därvid anses bestå av två delar: den inre induktansen l_i , motsvarande det induktionsfält, som av strömmen alstras *inuti* skenorna, samt den yttre induktansen, l_y , som motsvarar det *utanför* skenorna alstrade induktionsfältet.

DET EFFEKTIVA MOTSTÅNDET r OCH DEN INRE REAKTANSEN ωl_i HOS SKENLEDNINGEN.

På grund av den vid växelström uppstående strömförträngningen, vilken vid järnledare är särskilt framträdande i följd av den höga permeabiliteten, blir skenledningens effektiva motstånd betydligt högre än det rent ohmska motståndet. Härtill kommer att det effektiva motståndet, på grund av att permeabiliteten ej är konstant för olika värden på den magnetiska kraften, varierar med strömstyrkan, så att det från ett begynnelsevärde vid mycket liten strömstyrka stiger till ett maximum, varifrån det sedan åter minskas. Då växelström framgår i en järnskena, går alltså strömmen i huvudsak på ledarens yta. Strömtätheten är störst alldeles invid ytan och avtar hastigt till nära noll på ett djup av ett fåtal millimeter. Likaledes går det mot inre reaktansen svarande induktionsfältet i huvudsak fram i ledarens yta. Skenornas effektiva motstånd samt deras inre reaktans är alltså nästan uteslutande beroende på ledarens omkrets, och man kan för beräkningarna härav ersätta skenan med en cylindrisk ledare med samma omkrets, p , som skenan, alltså med en diameter $d = \frac{p}{\pi}$. Teorien för strömförträngningen vid en cylindrisk ledare ger då, att vid *konstant* permeabilitet förhållandet mellan det effektiva och det likströmsmätta motståndet eller den s. k. motståndsfaktorn

$$K_r = \frac{r}{r_t} = f(y)$$

där

$$y = \frac{\pi d}{2} \sqrt{\frac{\mu r}{\varrho}}$$

och

μ = permeabiliteten

$r \doteq$ frekvensen

ϱ = spec. motståndet i c.g.s.-enheter.

För $y > 1$ är med tillräcklig noggrannhet

$$K_r = f(y) = y + 0,25 + \frac{3}{64y}$$

Samtidigt finner man, att förhållandet mellan inre reaktansen ωl_i och det likströmsmätta motståndet, om $y > 1$

$$K_x = \frac{\omega l_i}{r_t} \cong y - \frac{3}{64y}$$

Detta gäller, såsom redan nämnts, med full stränghet endast om μ är konstant. Vid järn, där μ varierar, får man därför försöka införa något slags medelvärde på μ , alltså en *fiktiv* permeabilitet. Enligt skilda uppgifter är nu specifika motståndet hos järnskenor

$$\varrho \cong 2 \cdot 10^4 \text{ c.g.s.} = 0,2 \text{ ohm pr meter och mm}^2.$$

alltså ungefär 11,5 gånger större än koppars specifika motstånd. Då man för järn med låg kolhalt kan erhålla värden på $\varrho = 0,10$ — $0,12$ ohm pr meter och mm^2 , är således specifika motståndet relativt högt, d. v. s. materialet har ganska hög kolhalt, är således jämförelsevis hårt. Därmed följer också en relativt låg permeabilitet. Genom att ur de i »Försöken med elektrisk järnvägsdrift, utförda å Statens Järnvägar åren 1905—1907» angivna mätningarna på motstånd och reaktans hos 40,5 kg. räls beräkna den fiktiva permeabiliteten μ_r har erhållits den i fig. 1 återgivna heldragna kurvan, där μ_r är uppritad som funktion av eff. ampère pr cm. omkrets. Emellertid är denna kurva för kort för att kunna omfatta de exempelvis vid kortslutning uppstående skenströmmarna. För att få ett begrepp om huru μ_r -kurvan ser ut i fortsättningen har i brist på tillräckligt omfattande mätningar på järnvägsskenor en del av *Gustrin* (»Järnledning för växelström», Elektroteknik Årg. 1918, häft. 2, 4 och 5) gjorda mätningar på fiktiva permeabiliteten hos kalldragna järntrådar med $\varrho = 0,126$, $r = 50$ och med olika diametrar omritats som funktion av antalet eff. ampère pr cm. omkrets (fig. 2). Detta material är således av spec. motståndet att döma åtskilligt mjukare än vad som användes till skenor. Man har nu anledning att vänta, att för samma mmk och för samma järnkvalitet μ_r skall vara oberoende av tr addediametern. Av kurvan framgår emellertid, att vid samma mmk μ_r har något så när samma värden för olika tråd-

diametrar endast så länge ledardimensionerna äro relativt små, men att μ_r -kurvan för de grövre tråddimensionerna kommer att ligga högre och högre, ju grövre tråden är. Enligt vad *Gustrin* framhåller, kan detta förklaras av att vid de klenare ledardimensionerna är den genom kalldragningen erhållna mekaniska bearbetningen av materialet något så när likformig och materialet således av samma hårdhetsgrad. Ju grövre tråden är, desto mindre grad av kallbearbetning har den undergått, desto mjukare är således materialet. Då nu ballistiska mätningar på olika järnprov visat, att den verkliga μ -kurvan ligger högre, ju mjukare materialet är, bör detta även vara fallet med de fiktiva μ -kurvorna. Vidare har man funnit, att permeabiliteten får sitt maximum vid en högre mmk., ju hårdare materialet är, och som enligt fig. 2 $\mu_{r\max}$ fås vid lägre mmk., ju grövre tråden är, bekräftar även detta, att de grövre ledarne äro av mjukare, mindre

Fiktiv permeabilitet μ_r hos järnvägs-skenor.

*Den heldragna delen av kurvan enl. mätningar
" prickade " " " uppkalkad*

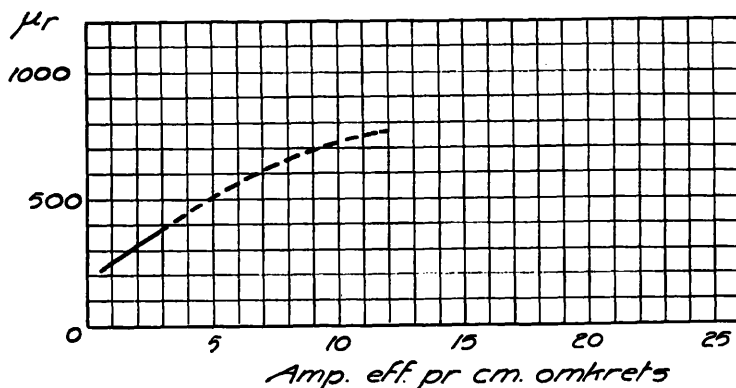


Fig. 1.

kallbearbetat gods. Det ovan gjorda antagandet, att den fiktiva permeabiliteten lika väl som den verkliga vid ett material av given beskaffenhet endast är beroende av mmk. och ej av järnledarens dimensioner synes alltså i stor sett vara bekräftat av erfarenheten.

För att nu återkomma till skenorna, så kunna dessa som redan nämnts anses vara av relativt hårt material. Det är således sannolikt, att maximumvärdet på den fiktiva permeabiliteten, som enligt fig. 2 erhålles vid c:a 10 ampère (eff.) pr cm omkrets för kalldragen järntråd med låg kolhalt, vid skenor fås vid högre mmk., säg 12—15 eff. ampère pr cm. omkrets. Då omkretsen hos de vid bandelen Kiruna—Riksgränsen använda 40,5 kg. skenorna är $p = 57$ cm. skulle $\mu_{r\max}$ uppnås först vid en ström av 700—850 ampère pr skensträng, eller 1,400—1,700 ampère totalt. Då dessa värden på strömmen knappt torde uppnås ens vid de häftigaste kortslut-

ningar, får man anse, att μ_r och således även effektivt motstånd och inre reaktans stiger med ökad strömstyrka för alla tänkbara värden på strömmen.

Den streckade delen av μ_r -kurvan i fig. 2 är utdragen på basis av nyss förda resonsemang. De ur denna kurva och för $\rho = 0,2$ samt periodtalet $r = 15$ beräknade värdena på r pr km. spårlängd, bestående av 2 parallella skensträckor av 40,5 kg räls återfinnas i fig. 3. Härvid är inverkan av skenskarvarne försummad och spåret alltså tänkt bestående av 2 kontinuerliga skensträngar.¹⁾

SKENSKARVARNES MOTSTÅND.

Om ej särskilda skenförbindningar anordnas, utan endast de för skenorernas mekaniska förbindande nödvändiga skarvjärnen användas; hava skilda

*Fiktiv permeabilitet μ_r hos järnträd
($\rho = 0,125$) vid 50 perioder*

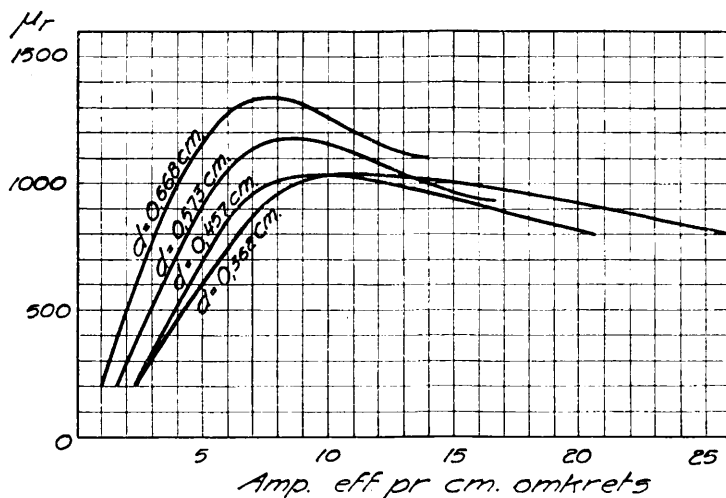


Fig. 2.

mätningar givit som resultat, att med de skenor och skarvjärn, som använts vid bandelen Kiruna—Riksgränsen, övergångsmotståndet mellan skenor per skarv är c:a 0,002 à 0,003 ohm. Är längden av varje skena lika med 10 meter, så blir motståndet i skarvarne för 2 parallella skensträngar alltså lika med 0,1 à 0,15 ohm/km., avtagande med ökad ström. Jämföres detta värde med skenorernas eget motstånd enligt fig. 3, så ser man, att skenskarvmotståndet skulle komma att utgöra huvudparten av det totala motståndet. Då vi sett att spårtransformatorernas storlek är beroende på skenledningens impedans, är det av vikt, att densamma nedbringas så mycket som möjligt, och då kan åtskilligt vinnas genom att medelst särskilda skenförbindningar så att säga kortsluta skenskarvarne. Dessa förbindningar bestå vanligen

¹⁾ Under tryckläggningen har (i E. T. Z. 1919 häft. 1, sid. 9) publicerats ett referat över av Kennelly m. fl. utförda undersökningar över växelströmsmotståndet hos järnvägs-skenor, som bekräfta dessa slutsatser. Det lägsta periodtal, vid vilket mätningar äro utförda, är 25. Vid 800 A. får effektiva motståndet sitt maximivärde, och detta är c:a dubbelt så stort som vid den lägsta strömstyrka, som användes vid undersökningarna (ung. 10 A.)

av en kopparkabel, vars ändar äro utbildade till koniska pluggar, som inpressas antingen i skenlivet eller i skenhuvudet.

Den uppfattningen synes ha varit ganska allmän, att motståndet hos en sådan skenförbindning huvudsakligen ligger i själva kontaktytorna och att förbindningskabelns motstånd endast spelar en sekundär roll. Enligt en av en specialfirma på detta område, Ohio Brass Co., utgiven broschyr: »Return Circuits and Rail Bonds», är det verkliga förhållandet snarare tvärtom. Vid väl utförda skenförbindningar är övergångsmotståndet mellan skenan och förbindningen mycket litet och kan för de båda kontaktytorna i en skenförbindning tillsammans sättas ungefär lika med 5 mikrohm. Det huvudsakliga motståndet ligger i förbindningskabeln. Nu är kabelns längd beroende på var anslutningen till skenan göres. Förutsätter man att förbindningen ej kommer att förläggas bakom skarvjärnet, har man endast att välja mellan att fästa den vid skenhuvudet eller att ansluta den

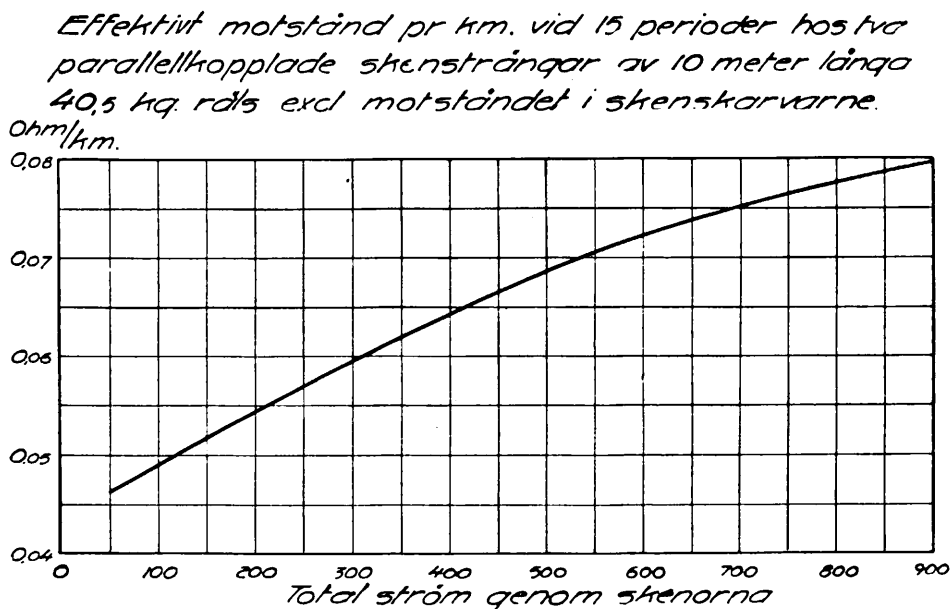


Fig. 3.

till skenlivet utanför skarvjärnet. I förra fallet torde längden av förbindningen ej kunna uppskattas lägre än c:a 15 cm, om anslutningarna göras c:a 5 cm från skarven, i senare fallet måste förbindningen vara något längre än skarvjärnet eller för ifrågavarande räls c:a 80 cm. Anslutningarna bliva då c:a 40 cm från skarven.

Parallellt med skenförbindningarna ligger kontaktmotståndet i skarvjärnen, som enligt vad som nyss nämnts är av storleksordningen 3,000 mikrohm pr skarv. Det resulterande motståndet pr skarv blir härigenom något reducerat. Inverkan härav är endast obetydlig, isynnerhet för korta och grova skenförbindningar, men korrektion härför har dock införts i nedanstående tabeller, som innehålla motstånden pr skenförbindning vid olika kabellängd och olika ledararea.

MOTSTÅND I SKENFÖRBINDNING MED SKARVJÄRN I MIKROHM
VID 15 CM KABELLÄNGD.

Ledaren mm ²	35	50	70	95	120
Motstånd pr skarv . . . mikroh	78	56,5	42	32	27

Eff. motstånd hos två parallellkopplade skensträngar av 10 meter långa 40,5 kg. räls med skenförbindningar av nedan angiven area (V=15)

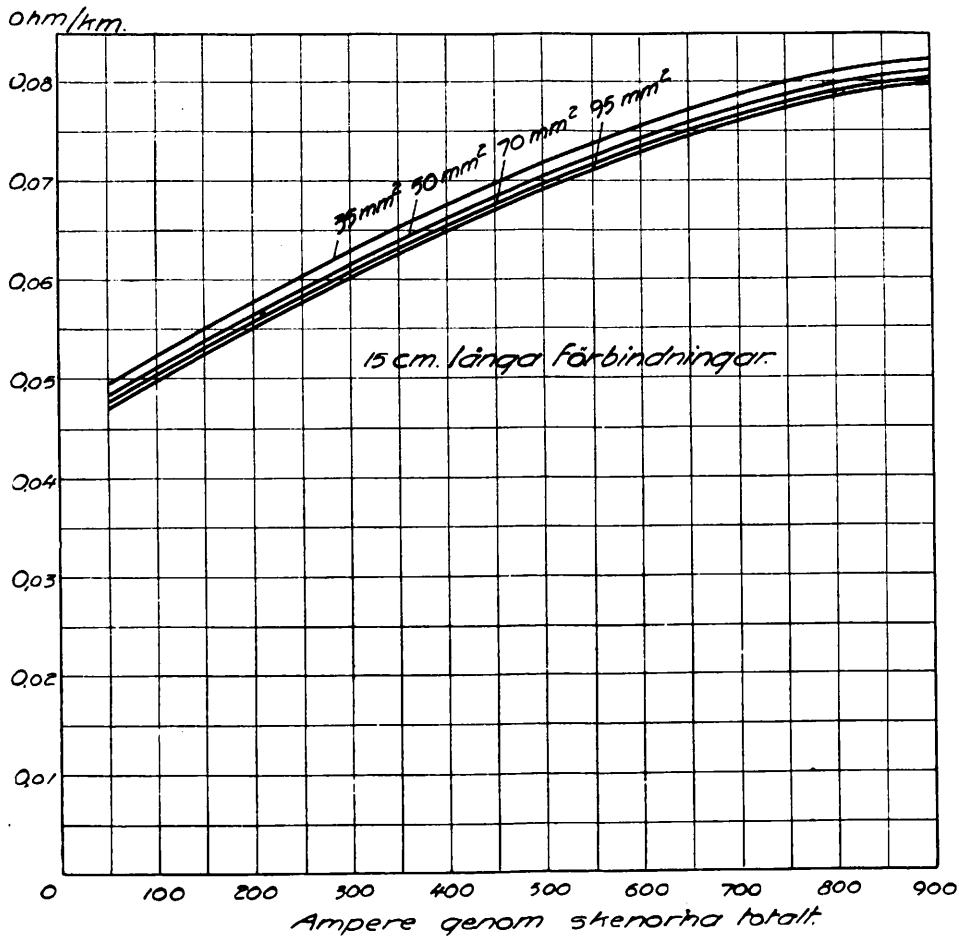


Fig. 4.

MOTSTÅND I SKENFÖRBINDNING MED SKARVJÄRN I MIKROHM
VID 80 CM KABELLÄNGD.

Ledaren mm ²	35	50	70	95	120
Motstånd pr skarv . . mikroh	355	260	192	144	117

Med 10 meters skenor och med 2 skensträngar i parallell blir skenförbindningsmotståndet pr km 50 gånger större än dessa värden.

TOTALA EFFEKTIVA MOTSTÅNDET HOS SKENORNA PR KM. r .

Detta utgöres av summan av skenornas och skarvarnas motstånd. Genom påsättande av skenförbindningar har dock skenlängden minskats, i

Eff. motstånd hos två parallellkopplade skensträngar av 10 meter långa 40,5 kg. råls med skenförbindningar av nedan angiven area (V-15)

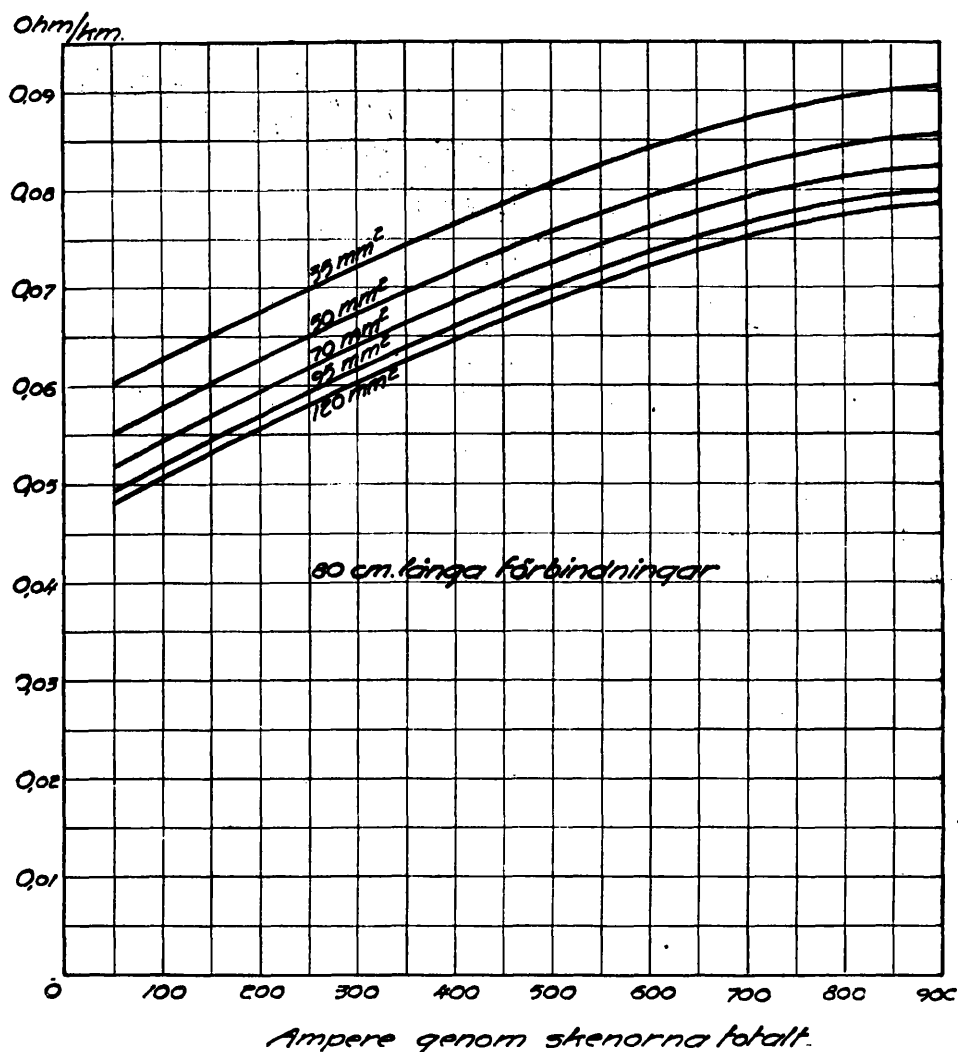


Fig. 5.

förra fallet (15 cm förbindningar) med 1 %, i senare fallet (80 cm förbindningar) med 8 %. Härtill har hänsyn tagits vid beräkningen, vars resultat för 2 skensträngar i parallell återfinnas i fig. 4 och 5.

DEN INRE REAKTANSEN HOS SKENORNA PR KM, ωl_i .

Med den i fig. 1 angivna fiktiva permeabiliteten, μ_r , har $\omega l_i = K_x \cdot r_l = (y - \frac{3}{64y}) r_l$ beräknats för två skensträngar av 40,5 kg räls i parallell och för $r = 15$ (fig. 6). Genom påsättande av skenförbindningar förkortas skenlängden som vi sett med 1 resp. 8 %, och då den inre reaktansen i skenförbindningarna är jämförelsevis liten, nedgår den inre reaktansen i nära samma proportion. Å andra sidan blir den yttre reaktansen för de relativt klena kopparkablarna i stället större, och då differenserna sålunda torde bli små samt beräkningarna på grund av variationer i materialets egenskaper för övrigt äro ganska osäkra, har i detta fall inverkan av skenförbindningarna försummats och spåret tänkts bestå av 2 kontinuerliga skensträngar.

Inre reaktans hos två parallellkopplade skensträngar av 10 meter långa 40,5 kg. räls ($r=15$)
Ohm/km.

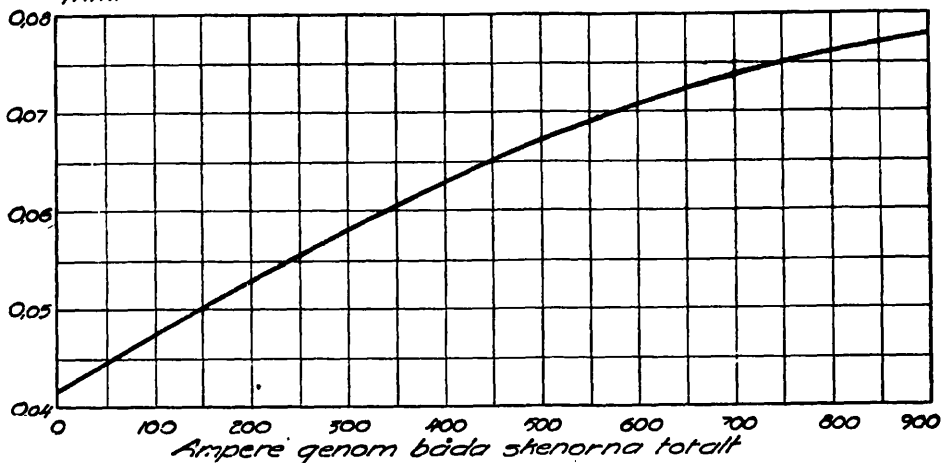


Fig. 6.

SKENORNAS YTTRE REAKTANS SAMT DEN ÖMSESIDIGA INDUKTIONEN FRÅN KONTAKTLEDNINGEN PR KM = $\omega (l_y - m)$.

Vi hava följande ledningsanordning (fig. 7):

50 mm² kabel $r = 0,45$ cm

80 mm² 8-formig ledning; $r = 0,6$ cm.

40,5 kg räls; ekvivalent radie $\cong 6$ cm.

Nu är yttre induktansen för en ensam ledare av längden s och radien R cm:

$$l_y = 2s \left(\log \frac{2s}{R} - 1 \right) \cdot 10^{-9} \text{ henry.}$$

samt ömsesidiga induktionskoefficienten mellan 2 parallella cylindriska ledare på avståndet d cm.

$$m = 2s \left(\log \frac{2s}{d} - 1 \right) 10^{-9} \text{ henry.}$$

Vid 40,5 kg räls är skenans höjd 13,8 cm. Radien hos en cylindrisk ledare med samma yttre inductans kan anses vara något mindre än halva höjden, säg $R_s \cong 6$ cm. Om avståndet mellan skensträngarnes mitt $d_s = 150$ cm, så är den resulterande yttre inductansen hos de båda parallellkopplade skensträngarna, som vardera föra halva strömmen

$$\begin{aligned} l_y &= 0,5 \cdot 2s \left(\log \frac{2s}{R_s} - 1 + \log \frac{2s}{d_s} - 1 \right) \cdot 10^{-9} \text{ henry.} \\ &= 2s \left(\log \sqrt{\frac{2s}{d_s \cdot R_s}} - 1 \right) 10^{-9} \text{ henry.} \end{aligned}$$

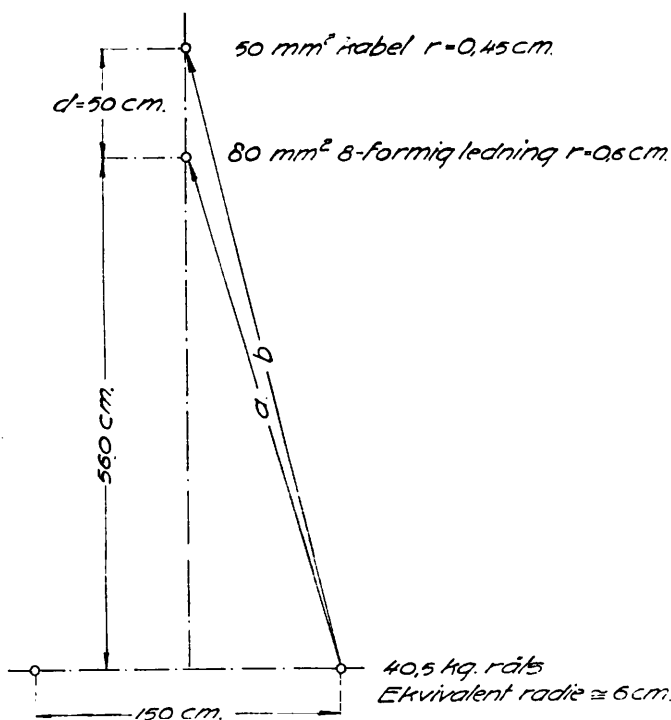


Fig. 7.

De båda skensträngarna kunna således vad den yttre inductansen beträffar ersättas med en enda ledare, som för hela strömmen och har en radie $= \sqrt{d_s \cdot R_s}$ cm.

Den ömsesidiga induktionskoefficienten från kontaktledning till skenledning är

$$m = 2s \left(\log \frac{2s}{g_{12}} - 1 \right) \cdot 10^{-9} \text{ henry,}$$

där

g_{12} = medelgeometriskt avståndet mellan kontakt- och skenledning. Tänker man sig de båda ledarna i kontaktledningen utförda med en medelarea = 65 mm^2 och med samma radie, så kan man lätt visa, att

$$g_{12} = \sqrt{a \cdot b}$$

där a och b hava den i fig. 7 angivna betydelsen. Med de här angivna måtten blir i så fall $g_{12} = 589 \text{ cm}$. Eftersom dock den egentliga kontaktledningen, som ligger närmast skenorna, är något grövre, blir i verkligheten g_{12} något mindre. Vi sätta

$$g_{12} = 585 \text{ cm.}$$

Total reaktans pr km. vid 15 perioder hos en skenledning bestående av två parallella skensträngar av 40,5 kg. räls. Återledningen på ett medelavstånd av 585 cm

$\omega(l_i + l_y - m)$
Ohm/km.

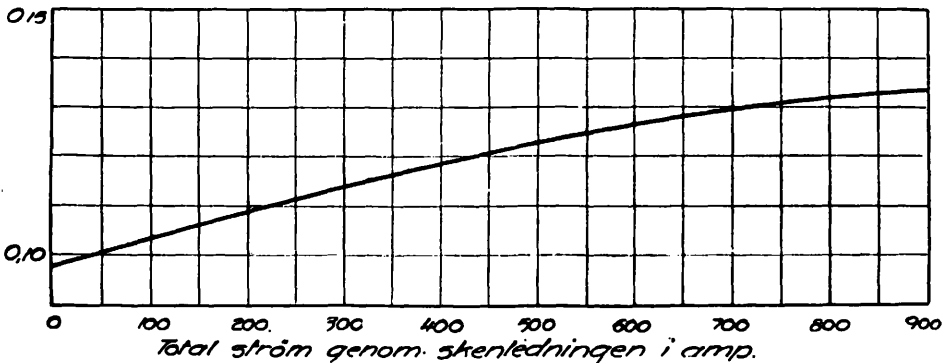


Fig. 8.

Man får då den resulterande yttre induktansen hos skenledningen

$$l_y - m = 2s \log \frac{g_{12}}{\sqrt{d_s \cdot R_s}} \cdot 10^{-9} \text{ henry}$$

och reaktansen pr km

$$\omega(l_y - m) = 2\pi \nu \cdot 4,6 \log \frac{585}{\sqrt{6 \cdot 150}} \cdot 10^{-4} \text{ ohm}$$

eller för $\nu = 15$

$$\omega(l_y - m) = 0,056 \text{ ohm/km.}$$

Delta värde är naturligtvis oberoende av strömstyrkan.

SKENLEDNINGENS TOTALA IMPEDANS PR KM

$z = r + j\omega(l_i + l_y - m)$ kan nu erhållas genom hopsummering av de olika termerna i uttrycket. Värdet på reaktansen $\omega(l_i + l_y - m)$ återfinnes i fig. 8.

SPÅRTRANSFORMATORERNAS SEKUNDÄRA EFFEKT OCH FASFÖRSKJUTNING.

Spårtransformatorernas sekundära effekt skulle, om skenornas impedans vore konstant, stiga kvadratisk med strömmen, varjämte effektfaktorn vore konstant. Eftersom emellertid impedansen stiger med strömstyrkan, stiger också effekten hastigare än med strömmens kvadrat, varjämte effektfaktorn ändras något, allt eftersom förhållandet mellan r och $\omega(l-m)$ ändras. Antaga vi t. ex. skenförbindningar av 35 mm² area och med 15 cm längd, så fås för $s = 1,4$ km följande tabell:

Ström J_0 amp.	Impedans $sz =$ $= s[r + j(l-m)]$ ohm	Sek. kläm- spänning E_2 . volt	Sek. effekt P_2 KVA	Sek. effekt- faktor $\cos q_2$
100	$0,0728 + j \ 0,145$	16,2	1,6	0,449
200	$0,0805 + j \ 0,1525$	34,5	6,9	0,467
300	$0,0875 + j \ 0,1595$	54,6	16,4	0,481
500	$0,100 + j \ 0,172$	99,5	49,8	0,503
750	$0,112 + j \ 0,1835$	161,2	121	0,522
1000	$0,1155 + j \ 0,188$	221	221	0,524
1250	$0,117 + j \ 0,189$	278	348	0,526

Man ser av denna tabell huru hastigt effekten stiger med ökad ström, samt att effektfaktorn ökas med ökad strömstyrka.

SPÅRTRANSFORMATORERNAS DIAGRAM.

Såsom redan visats kräves för fullständig kompensering, att strömmen i kontaktledningen, J_0 , såväl till storlek som fas är fullt lik transformatorns sekundärström J_2 . Vi skola med diagrammets hjälp undersöka möjligheterna härför.

Vidstående figur 9 visar det vanliga transformatordiagrammet vid positiv sekundär fäsförskjutning. De primära vektorerna J_m , J_1 och E_1 äro vridna 180° för att lättare möjliggöra en jämförelse med de sekundära vektorerna. De sekundära storheterna J_2 , E_2 , r_2 och x_2 äro omräknade till lindningsomsättningen $z = 1$ och därför betecknade med J'_2 , E'_2 , r'_2 och x'_2 . Man ser härav, att primärströmmen J_1 i allmänhet till både storlek och riktning avviker från den reducerade sekundärströmmen J'_2 . Deras riktning kan dock sammanfalla, om den sekundära fäsförskjutningen är så stor, att tomgångsströmmen J_m faller utefter J'_2 . Med den sekundära fäsförskjutning, som i detta fall förekommer, har emellertid J_m vid en vanlig transformator ej den riktning, som erfordras för att få J_1 och J'_2 att till sin riktning sammanfalla. Av diagrammet synes, att fäsvinkeln φ_m mellan E_i och J_m i så fall måste minskas till att bli nästan lika med q_2 ,

och då $\cos \varphi_2$ här är av storleksordningen 0,5, förutsätter detta en ganska betydlig ökning i tomgångsförlusterna. Enklarest åstadkommes dessa ökade tomgångsförluster genom att parallellt med primärlindningen koppla ett ohmskt motstånd R , fig. 10.

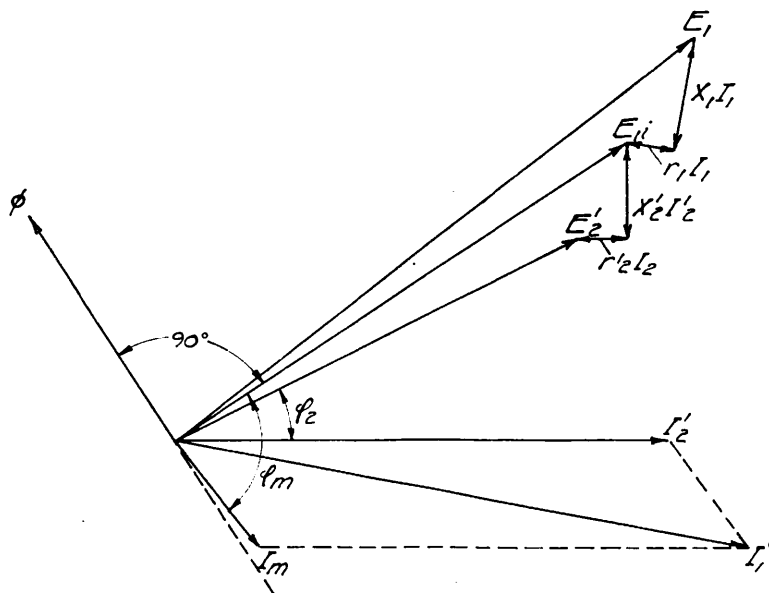


Fig. 9.

Diagrammet får då det utseende, som fig. 11 visar.

Härigenom blir visserligen ej den egentliga primärströmmen J_1 påverkad, men genom lämpligt val av R kan linjeströmmen $J_0 = J_1 + \frac{E_1}{R}$ bringas att få samma riktning som J'_2 . Genom att sedan välja lindningsom-

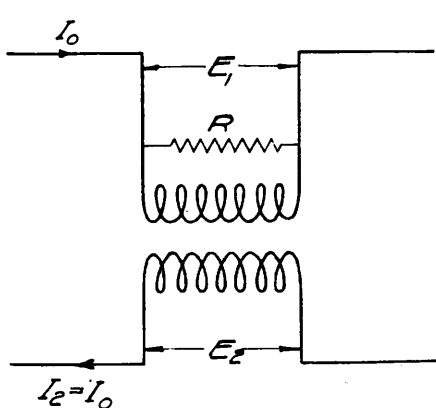


Fig. 10.

sättningen $z = \frac{N_1}{N_2}$ på lämpligt sätt större än 1, kan man dessutom göra $J_2 = z \cdot J'_2$ till sitt absoluta belopp $= J_0$. Samtidigt vinnes med denna anordning även den fördelen, att transformatorns primärlindning i motståndet R erhåller ett verksamt skydd för vandringsvågor.

Som emellertid antalet lindningsvarv hos dessa transformatorer är jämförelsevis lågt, på grund av den låga spänningen, får man i allmänhet räkna med, att lindningsomsätt-

ningen vid ovannämnda justering erhåller värden, som ej kunna åstadkommas, om antalet lindningsvarv är ett helt tal. Å andra sidan är detta ett villkor, som nödvändigtvis måste vara uppfyllt. Det blir därför nöd-

kontaktledningsströmmen J_0 , till sin fas något efter J_2 . Spårtransformatorerna måste därför konstrueras så, att de äro kompenserade för banans normala ström, samtidigt som att de vid den maximala strömstyrka, som kan förekomma t. ex. vid en kortslutning, ej ha större geometrisk differens mellan kontaktledningsström och skenström, än som tillfälligtvis kan tillåtas, utan att den härav uppstående elektromagnetiska induktionen i närliggande svagströmsledningarna kan skadligt påverka desamma.

SPÅRTRANSFORMATORERNAS DIMENSIONERING.

De för de första försöken utförda 6 spårtransformatorerna voro konstruerade för en normal ström av 100 ampère; vid 300 ampère skulle dock deras egenskaper ej få vara i egentlig grad försämrade. På grund härav valdes induktionen vid 300 ampères belastning till ungefär 10,000 kraftlinjer pr cm^2 . Motstånd och luftgap dimensioneras för full kompenserung vid denna belastning. Dessa transformatorer voro av kärntyp, med järnkärnor av korsformig sektion och med enkelkoncentrisk cylinderlindning samt oljeisolerade. Då som bekant bladade fogar hava ett med induktionen ökat magnetiskt motstånd, medan öppna s. k. stötfogar hava konstant motstånd, anordnades 2 utföringsformer, dels med alla 4 fogarna som stötfogar, dels med 2 av fogarna som stötfogar och de två återstående som bladfogar. Som emellertid det för full kompenserung erforderliga justeringsluftgapet har ganska stort magnetiskt motstånd jämfört med motståndet i bladfogarna, kunde vid mätningarna ej någon märkbar förbättring av kompenserungen vid den första utföringsformen påvisas.

Då avsikten med dessa transformatorer huvudsakligen var att experimentellt verifiera riktigheten av de teoretiska beräkningarna över den elektromagnetiska induktionens upphävande, blevo de alltså relativt knappt dimensionerade. Självfallet måste emellertid likheten mellan kontaktledningsström och skenström åtminstone något så när upprätthållas även vid de vid banddrift oundvikliga kortslutningarna. Sedermera utförda beräkningar och försök ha givit som resultat, att om varje transformatorstation matar en 50 km lång sektion av kontaktledningen — 25 km åt vardera hållet — så blir maximala kortslutningsströmmen c:a 1500 ampère, om kortslutningen sker invid transformatorstationen, och avtar till c:a 1070 ampère, då kortslutningen sker vid sektionens ändpunkter, alltså på 25 km avstånd från sektionen. På 10 km avstånd från transformatorstationen blir kortslutningsströmmen c:a 1300 ampère. Då för skensträckor upp till 25 km längd den i svagströmsledningarna elektromagnetiskt inducerade spänningen uppgår till c:a 5 volt pr 100 ampèrekilometer, kan för en maximalt tillåten inducerad spänning i telefon- och telegrafledningarna av c:a 125 volt en okompenserad ström motsvarande c:a 2500 ampèrekilometer tillåtas, alltså vid kortslutning i sektionens ändpunkter en geometrisk strömdifferens av c:a 100 ampère, på 12,5 km avstånd från stationen en differens av c:a 200 ampère o. s. v. Detta, att vid kortslutning en ström, motsvarande högst 2500 ampèrekilometer eller annat föreskrivet värde,

får vara okompenserad, blir således jämte fordran på full kompensering vid normal ström den viktigaste synpunkt, som man vid dimensionering av spårtransformatorerna får taga hänsyn till.

VAL AV TRANSFORMATORTYP.

Vid val av transformortyp för detta ändamål har man att välja mellan kärntransformatorer med runda eller rektangulära spolar samt manteltransformatorer. Kärntransformatorerna utföras som bekant normalt med cylinderlindningar, antingen enkelkoncentriska eller dubbelkoncentriska, manteltransformatorerna däremot med skivlindning. Ifråga om transformatorernas isolering och avkylning kan man dessutom för alla dessa utföringsformer välja mellan oljetransformatorer och självluftkylda transformatorer.

Vad först beträffar valet mellan olje- och lufttransformator så har erfarenheten givit vid handen, att för ifrågavarande spänning och för spänningstransformering i stationära anläggningar oljeisolering under normala prisförhållanden är den lämpligaste utföringsformen, om samma fordringar på regleringsförmåga och driftsäkerhet uppställas. Då emellertid oljeprisen för tillfället hava gått upp i mångdubbelt starkare progression än de övriga materialprisen, kunna förhållandena nu i vissa fall bliva omkastade. På grund av att lindningarna i detta fall dessutom bestå av ett fåtal varv med jämförelsevis stor sektion (strömtransformering), möter det ej här några särskilda svårigheter att genom ökning av isolationsavstånden och isoleringarna få fullt betryggande dielektrisk hållfasthet även vid luftisolering; därjämte tjänstgör ju, som redan nämnts, shuntmotståndet i viss mån som överspänningsskydd. Om samma ohmska och induktiva spänningsfall skall kunna hållas, måste i så fall visserligen mera aktivt material (järn och koppar) användas, men den härav uppstående kostnadsökningen kan med nuvarande oljepriser mer än väl kompenseras genom oljans och oljelådans bortfallande. På grund härav är ifrågasatt, att åtminstone tills vidare utföra spårtransformatorerna för bandelen Kiruna—Riksgränsen luftkylda.

Beträffande valet mellan kärn- och manteltransformatorer samt mellan kärntransformatorer med runda och rektangulära spolar, så är i allmänhet skillnaden mellan dessa olika utföringsformer ej större än att rent tillverkningstekniska synpunkter vanligen få fälla utslaget, d. v. s. den ena eller andra transformortypen kommer till användning allt eftersom respektive firmor ordnat sin fabrikation härför. I detta fall, då bästa möjliga kompensering även vid höga strömstyrkor eftersträvas, har det varit av intresse att närmare undersöka vilken typ, som ur denna synpunkt är lämpligast, och hava jämförande beräkningar visat, att för samma kompenseringsförmåga kärntransformatorn med cylinderlindning och runda spolar har lägsta materialvikt. Kärntransformatorn med rektangulära spolar och manteltransformatorn komma därefter i nu nämnd ordning, dock med obetydlig

skillnad dem emellan. Samma resultat ger även en generell undersökning av problemet. På basis av en del av förf. härledda generella dimensionsformler för de olika transformortyperna (*Elektroteknik* 1916, häft. 6, 7 och 8: Några synpunkter vid beräkning av transformatorer) har det befunnits, att kärntransformatorer med runda spolar under för övrigt lika förhållanden (samma materialvikt, isolationshållfasthet och spänningsreglering) få c:a 10 % lägre okompenserad ström än såväl manteltransformatorer som kärntransformatorer med rektangulära spolar. Skillnaden är dock ej större än att en fabrik, som särskilt utrustat sig för tillverkning av de senare utföringsformerna, kan finna med sin fördel förenligt att genom användning av något mera material få bibehålla normal utföringsform. Ett argument, som i vanliga fall (vid spänningstransformering) starkt talar till förmån för de runda spolarne, nämligen att en sådan lindning bäst förmår upptaga de vid en kortslutning uppstående stora mekaniska krafterna, har i detta fall mindre betydelse, enär kortslutningsströmmen här är begränsad till värden, som även en rektangulär lindning kan uthärda.

SPÄNNINGSREGLERINGENS INVERKAN PÅ SPÅRTRANS- FORMATORERNAS DIMENSIONERING.

Det är emellertid ej nog med att spårtransformatorerna vid normal belastning äro väl kompenserade samt att vid kortslutning den geometriska differensen mellan kontaktlednings- och skenström ej överstiger tillåtna värden; transformatorerna måste dessutom vara så dimensionerade, att det av dem förorsakade spänningsfallet är så litet, som med rimliga kostnader är förenligt. Genom användandet av spårtransformatorer flyttas spänningsfallet i skenledningen över på kontaktledningen. Som framgår av bil. 1, fig. 12, är nämligen medelpotentialen utefter skenledningen lika med noll; skenledningens spänningsfall återfinnes i stället på spårtransformatorernas primärsida, alltså i kontaktledningen. Genom användning av lämpliga skenförbindningar kan man nu förutsätta, att det egentliga spänningsfallet i skenorna är nedbragt till lägsta möjliga värde. Det återstår då att tillse, att spänningsfallet i själva transformatorn ej blir onödigt stort. Förutsätter man nämligen, att kontaktledningsspänningen ej kan höjas över en viss gräns samt att anläggningen ej kan fungera tillfredsställande, då spänningsfallet har överstigit ett givet värde, kräver detta vid en anläggning utan spårtransformatorer ett visst avstånd mellan transformatorstationerna samt en viss area på kontaktledningen. Omräknas denna anläggning med spårtransformatorer blir spänningsfallet större, varav följer ett mindre avstånd mellan stationerna eller en grövre kontaktledning, alltså en fördyring av anläggningen även om spårtransformatorernas pris ej inräknas. För en kontaktledning med inalles 130 mm² koppararea har en serie spårtransformatorer med olika ohmskt spänningsfall beräknats, och visar det sig därvid, att för ett givet totalt ohmskt spänningsfall fördyringen blir minst vid en ledararea av c:a 100 mm².

En annan utväg att nedbringa spänningsfallet i spårtransformatorerna är att utföra dem med stor järnvikt och liten kopparvikt. Man får då ett fåtal lindningsvarv, alltså lågt spänningsfall. Nu fordrar emellertid en god kompensering, att antalet lindningsvarv vid en viss maximal järntäthet skall vara så högt som möjligt; önskar man ett relativt lågt värde på antalet lindningsvarv så måste alltså maximitätheten sänkas i motsvarande grad, varigenom järnkärnans storlek och härmed även transformatorns kostnad hastigt stiger. Man är således vid dimensionering av dessa transformatorer instängd inom ganska trånga gränser. Det visar sig, att man för en given kompenseringsförmåga bör gå upp till ungefär normala proportioner mellan järn- och kopparvikt för att få en transformator, som med rimligt spänningsfall förenar ett måttligt pris.

Såsom av bil. 2 framgår, medför en ökning i omsättningen förutom en ökning i justeringsluftgapet δ och en minskning i shuntmotståndet R även en minskning i den procentuella avvikelserna mellan kontaktlednings- och skenström för en given ökning i järnets magnetiska motstånd. Man har således även den möjligheten att genom en ökning i $z = \frac{N_1}{N_2}$ använda högre tätheter eller större järnvikt i transformatorn, utan att dess kompenseringsförmåga vid kortslutningar försämras. Härigenom minskas spänningsfallet i transformatorn. Med minskningen i shuntmotståndets storlek ökas emellertid förlusterna i detsamma och härmed även svårigheterna att dimensionera det så, att det vid kortslutningar ej uppbrännes. Därjämte åstadkommer ökningen i skenimpedansen med ökad strömstyrka under för övrigt samma förhållanden en större procentuell avvikelse, ju större magnetiseringsströmmen är. Denna utväg att nedbringa spänningsfallet får därför användas med viss försiktighet.

Vi hava redan sett, att spårtransformatorernas sekundära effektfaktor är ganska låg, av storleksanordningen 0,5. Vid så låg effektfaktor hos belastningen är som bekant en transformators spänningsreglering i mycket hög grad beroende av transformatorns läckreaktans. För att få ett lågt spänningsfall hos spårtransformatorerna är det sålunda egentligen ännu viktigare att deras läckreaktans är liten, än att ohmska motståndet är lågt. Då emellertid reaktansen och ohmska motståndet ändras på samma sätt för en ändring i antalet lindningsvarv (kvadratiskt med antalet lindningsvarv för ett givet lindningsutrymme), äro de nyss gjorda slutsatserna i alla fall gällande. Utgå vi ifrån att transformatorn är av kärntyp samt utförd med cylinderlindning, så visar det sig, att transformatorns materialbehov endast obetydligt ökas, om lindningen utföres dubbelkoncentrisk i stället för enkelkoncentrisk. Däremot nedgår reaktansen i detta fall till mindre än hälften. Då som sagt spänningsregleringen för spårtransformatorerna i översvägande grad är beroende på reaktansens storlek, kan det således anses lämpligt, att transformatorlindningen utföres dubbelkoncentrisk, för så vitt ej de konstruktiva svårigheterna härför bli särskilt stora. Det är speciellt i fråga om uttagen från den högspända lindningen, som den dubbelkoncentrisk lindningen medför vissa extra svårigheter. För en olje-

kyld transformator ha svårigheterna vid här förekommande spänningar ingen betydelse; för en luftkyld transformator åter kunna de dock anses vara av sådan art, att den enkelkoncentriska lindningen bör föredragas.

TILLÄMPNINGSEXEMPEL.

För att visa huru de i det föregående härledda beräkningsformlerna kunna användas är i bil. 3 ett konstruktionsexempel på en luftkyld enkelkoncentrisk spårtransformator genomräknat. Transformatorn förutsattes så utförd, att den vid 300 ampère är fullt kompenserad. Med det därvid erhållna luftgapet δ och justeringsmotståndet R är sedan den okompenserade strömmen vid 1070 och 1300 ampère beräknad. Med den till grund för beräkningen lagda växelströmsmagnetiseringskurvan (bil. 3, fig. 13) erhålles vid 1070 ampère en okompenserad ström av 64,4 ampère och vid 1300 ampère en strömdifferens av 222 ampère. Med hjälp av de på sid. 215 angivna värdena på kortslutningsströmstyrkan på olika avstånd från transformatorstationen finner man alltså, att antalet okompenserade ampèrekilometer i förra fallet är = 1610 och i senare fallet 2220. Denna transformator skulle alltså med de gjorda förutsättningarna beträffande järnkärnans magnetiska motstånd och skenledningens impedans uppfylla det uppställda villkoret om en okompenserad ström motsvarande högst 2500 ampèrekilometer, åtminstone vid kortslutningar på mer än 10 km avstånd från transformatorstationen.

Genom en ökning av lindningsomsättningen kan, som nyss nämnts, den geometriska strömdifferensen vid kortslutning minskas något. Därvid ökas dock förlusterna i shuntmotståndet R . Beräkningen för detta fall utföres på i bil. 3 angivet sätt och erbjuder sålunda intet nytt.

Bilaga 1.

BERÄKNING AV SPÄNNINGS- OCH STRÖMFÖRDELNINGEN I EN SKENLEDNING MED SPÅRTRANSFORMATORER.

För spänning och ström i en skenledning gäller enligt *Pleijel* (Del II),

$$\begin{cases} -\frac{dV}{dx} = (r + j\omega l) J_1 \\ -\frac{dJ_1}{dx} = a \cdot V \end{cases}$$

där

r och l = motstånd resp. induktans pr km hos skenledningen

$\omega = 2\pi \cdot$ frekvensen

a = ledningsförmågan mellan skenor och jord räknat pr km.

V = skenornas spänning i en godtycklig punkt

$J_1 = J - kJ_0$

J = skenströmmen i en godtycklig punkt

J_0 = strömmen i kontaktledningen

$$k = \frac{j\omega m}{r + j\omega l}$$

m = ömsesidiga induktionskoefficienten mellan kontakt- och skenledning, räknat pr km.

a , r , l , m antages vara konstanter.

Genom derivering fås

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = - (r + j\omega l) \frac{dJ_1}{dx} = a (r + j\omega l) V$$

Sättes

$$\sqrt{a (r + j\omega l)} = \gamma$$

och

$$\sqrt{\frac{r + j\omega l}{a}} = Z$$

så fås vid differentialekvationens lösning

$$\begin{cases} V = A e^{\gamma x} + B e^{-\gamma x} \\ -Z J_1 = A e^{\gamma x} - B e^{-\gamma x} \end{cases}$$

där A och B äro integrationskonstanter.

Då spårtransformatorerna, om de äro riktigt konstruerade, göra skenströmmen i de båda ändpunkterna av skensträckan s = kontaktledningsströmmen, d. v. s.

$$J_{(x=0)} = J_{(x=s)} = J_0$$

så blir för $x=0$

$$Z \cdot J_1 = Z J_0 (1 - k) = -A + B$$

och för $x=s$

$$Z \cdot J_1 = Z J_0 (1 - k) = -A e^{\gamma' s} + B e^{-\gamma' s}$$

Häraf fås

$$\text{och} \quad \left. \begin{aligned} B &= -A e^{\gamma' s} \\ A &= -\frac{Z \cdot J_0 (1 - k)}{1 + e^{\gamma' s}} \end{aligned} \right\}$$

Insätts dessa värden, fås

$$\left\{ \begin{aligned} V &= -\frac{Z \cdot J_0 (1 - k)}{1 + e^{\gamma' s}} (e^{\gamma' x} - e^{\gamma' (s-x)}) \\ \text{och} \\ J &= J_1 + k J_0 = J_0 \left[k + \frac{1 - k}{1 + e^{\gamma' s}} (e^{\gamma' x} + e^{\gamma' (s-x)}) \right] \end{aligned} \right\}$$

Man ser härav, att $V=0$ för $x=\frac{s}{2}$, d. v. s. mitt mellan spårtransformatorerna samt att spänningen mellan skenorna och jord har samma värde fastän med motsatt tecken på ömse sidor om mittpunkten.

Skenströmmens minimum erhålles för $x=\frac{s}{2}$ och är

$$J_{\min} = J_0 \left[k + \frac{2(1-k)e^{\frac{\gamma' s}{2}}}{1 + e^{\gamma' s}} \right]$$

Skenströmmens medelvärde erhålles ur

$$J_{\text{med}} = \frac{1}{s} \int_0^s J dx$$

och är

$$J_{\text{med}} = J_0 \left[k + \frac{2(1-k)(e^{\gamma' s} - 1)}{\gamma' s(e^{\gamma' s} + 1)} \right]$$

Spännings- och strömfördelningen i en skenledning med spårtransformatorer kan därför grafiskt framställas sålunda (fig. 12)

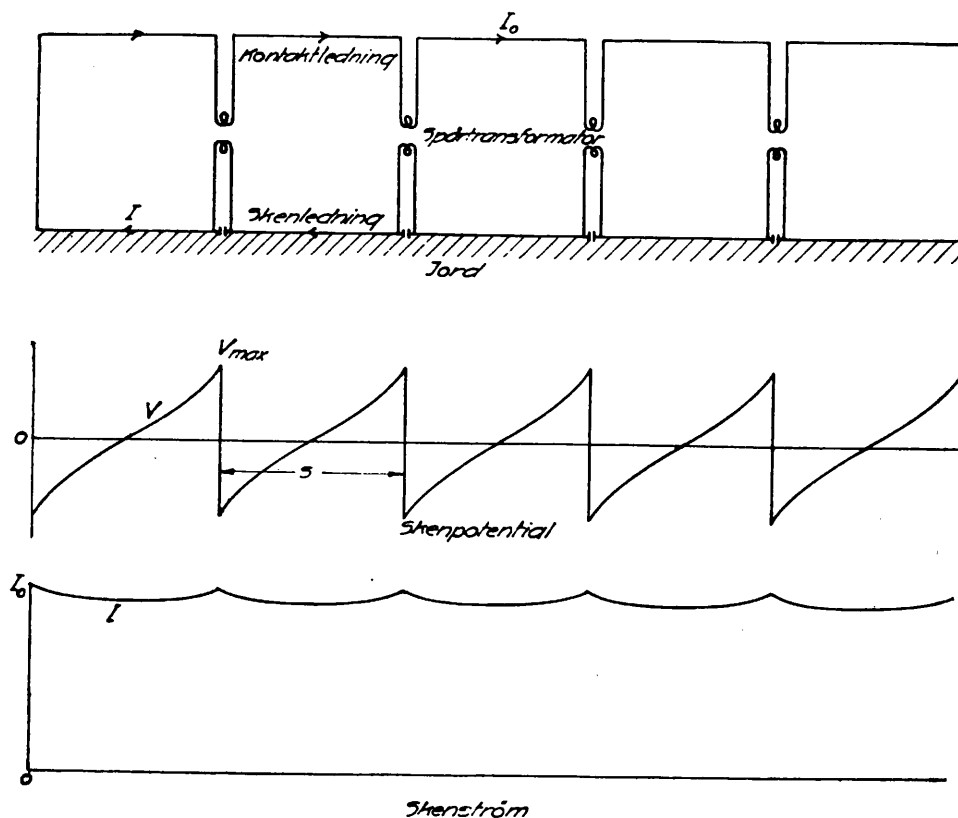


Fig. 12.

VÄRDEN PÅ $J_{\min}$ OCH J_{med} .

För

$$\begin{aligned}
 a &\cong 0,2 \text{ mho/km} \\
 r &\cong 0,06 \text{ ohm/km} \\
 \omega L &\cong 0,29 \quad \gg \\
 \omega m &= 0,181 \quad \gg
 \end{aligned}$$

värden, som i ett visst fall (vid 15 perioder och med skenförbindningar) erhållits vid bandelen Kiruna—Riksgränsen, beräknas

$$\begin{aligned}
 \text{för } s = 1,4 \text{ km: } & J_{\min} = 0,9965 (-0^{\circ} 17') J_0 \\
 & J_{\text{med}} = 0,9983 (-0^{\circ} 11') J_0 \\
 \text{för } s = 2,8 \text{ km: } & J_{\min} = 0,986 (-1^{\circ} 25') J_0 \\
 & J_{\text{med}} = 0,9924 (-0^{\circ} 47') J_0 \\
 \text{för } s = 6 \text{ km: } & J_{\min} = 0,937 (-4^{\circ} 55') J_0 \\
 & J_{\text{med}} = 0,957 (-3^{\circ} 13') J_0
 \end{aligned}$$

BESTÄMNING AV $V_{\max}$.

Potentialen V har sitt maximivärde för $x=0$ resp. $x=s$. För $x=0$ är

$$V_{\max} = J_0 \cdot Z \cdot (1-k) \frac{(e^{\gamma s} - 1)}{e^{\gamma s} + 1} = J_0 \cdot Z (1-k) \operatorname{tgh} \frac{\gamma s}{2}$$

Utvecklas $\operatorname{tgh} \frac{\gamma s}{2}$ i serie fås

$$\operatorname{tgh} \frac{\gamma s}{2} = \frac{\gamma s}{2} \left(1 - \frac{\gamma^2 s^2}{12} + \frac{\gamma^4 s^4}{120} - \dots \right)$$

och om γs är relativt litet, kan sättas

$$\operatorname{tgh} \frac{\gamma s}{2} \cong \frac{\gamma s}{2}$$

Vi få då

$$V_{\max} = J_0 \cdot Z (1-k) \cdot \frac{\gamma s}{2}$$

eller, om värdena på Z , k och γ insätts

$$V_{\max} = J_0 \cdot \frac{s}{2} [r + j\omega(l-m)]$$

Spänningssprånget vid varje spårtransformator, d. v. s. dess sekundära klämspänning $E_2 = 2 V_{\max}$, är således

$$E_2 = J_0 \cdot s [r + j\omega(l-m)]$$

d. v. s. kontaktledningsströmmen gånger impedansen i skenledningen.

*Bilaga 2.*BESTÄMNING AV PARALLELLMOTSTÅND R OCH JUSTERINGS-
LUFTGAP δ HOS EN SPÅRTRANSFORMATOR (se fig. 10).

Vi sätta skensträckans impedans $s[r + j\omega(l-m)] = r_s + jx_s = Z_s$.

Transformatorns sekundära klämspänning är då

$$E_2 = J_2 \cdot Z_s$$

och den i sekundärlindningen inducerade e.m.k.

$$E_{2i} = J_2 (Z_s + Z_2),$$

där

$$Z_2 = r_2 + jx_2 = \text{sekundärlindningens impedans.}$$

Den i primärlindningen inducerade e.m.k. är

$$E_{1i} = \frac{N_1}{N_2} \cdot E_{2i} = z E_{2i} = z J_2 (Z_s + Z_2)$$

där

$$z = \frac{N_1}{N_2} = \text{lindningsomsättningen.}$$

För att driva det till E_{1t} hörande induktionsfältet genom den magnetiska kretsen behövs för järnet enbart en ström

$$J_{mFe} = E_{1t}(g - j b_{Fe}) = E_{1t} \cdot Y_{Fe}$$

där

Y_{Fe} = lindningens admittans för järnkärnan enbart.

g = » konduktans.

b_{Fe} = » susceptans för järnkärnan enbart.

För justeringsluftgapet åtgår magnetiseringsströmmen

$$J_{m\delta} = -j E_{1t} b_{\delta} = E_{1t} \cdot Y_{\delta}$$

där

$Y_{\delta} = -j b_{\delta}$ = lindningens admittans för luftgapet.

Den totala magnetiseringsströmmen är således

$$\begin{aligned} J_m = J_{mFe} + J_{m\delta} &= E_{1t} [g - j(b_{Fe} + b_{\delta})] = E_{1t} (Y_{Fe} + Y_{\delta}) = \\ &= z J_2 (Z_s + Z_2) (Y_{Fe} + Y_{\delta}), \end{aligned}$$

och primärströmmen

$$J_1 = \frac{N_2}{N_1} J_2 + J_m = \frac{J_2}{z} + J_m = \frac{J_2}{z} [1 + z (Z_s + Z_2) (Y_{Fe} + Y_{\delta})]$$

Om

$Z_1 = r_1 + jx_1$ = primärlindningens impedans,

så är nu den primära klämspänningen

$$E_1 = E_{1t} + J_1 Z_1 = \frac{J_2}{z} \{ z^2 (Z_s + Z_2) + Z_1 [1 + z^2 (Z_s + Z_2) (Y_{Fe} + Y_{\delta})] \}$$

I shuntmotståndet R går då en ström

$$J_R = \frac{E_1}{R} = J_2 \left\{ \frac{z^2 (Z_s + Z_2)}{R} + \frac{Z_1}{R} [1 + z^2 (Z_s + Z_2) (Y_{Fe} + Y_{\delta})] \right\}$$

varav erhålles strömmen i kontaktledningen

$$J_0 = J_1 + J_R,$$

som enligt förutsättningen skall vara $= J_2$.

Vi få således likheten

$$\begin{aligned} J_0 = J_2 = \frac{J_2}{z} \left\{ 1 + \frac{Z_1 + z^2 (Z_s + Z_2)}{R} + \frac{R + Z_1}{R} \cdot \right. \\ \left. \cdot z^2 (Z_s + Z_2) (Y_{Fe} + Y_{\delta}) \right\} \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

varav för full kompensering

$$R(z - 1) = Z_1 + Z_s' + Z_2' + (R + Z_1)(Z_s' + Z_2')(Y_{Fe} + Y_{\delta}) \dots (2)$$

där

$Z_s' = z^2 Z_s$ = den till transformatorns primärlindn. reducerade sken-
impedansen.

$Z_2' = z^2 Z_2$ = » » » » reducerade sekun-
dära impedansen.

Genom att i (2) sätta den reella delen av högra membrum $= R(z-1)$ och den imaginära delen $= 0$ fås

$$\left. \begin{aligned} C \cdot R - D \cdot b_d - (x_s' + x_2') b_d \cdot R &= A \\ E \cdot R + F \cdot b_d + (r_s' + r_2') b_d \cdot R &= B \end{aligned} \right\} \dots (3 \text{ a och } 3 \text{ b})$$

där

$$\left. \begin{aligned} A &= r_1 + (r_s' + r_2') (1 + g_{Fe} r_1 + b_{Fe} x_1) + (x_s' + x_2') (b_{Fe} r_1 - g_{Fe} x_1) \\ B &= x_1 + (x_s' + x_2') (1 + g_{Fe} r_1 + b_{Fe} x_1) - (r_s' + r_2') (b_{Fe} r_1 - g_{Fe} x_1) \\ C &= z - 1 - g_{Fe} (r_s' + r_2') - b_{Fe} (x_s' + x_2') \\ D &= x_1 (r_s' + r_2') + r_1 (x_s' + x_2') \\ E &= b_{Fe} (r_s' + r_2') - g_{Fe} (x_s' + x_2') \\ F &= r_1 (r_s' + r_2') - x_1 (x_s' + x_2') \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

Ur (3) fås nu

$$R = \frac{A + D \cdot b_d}{C - (x_s' + x_2') b_d} = \frac{B - F \cdot b_d}{E + (r_s' + r_2') b_d} \dots (5)$$

varur såväl R som b_d kan bestämmas.

I allmänhet äro $D \cdot b_d$ och $F \cdot b_d$ så små relativt A och B , att de kunna försummas. I så fall är

$$b_d = \frac{BC - AE}{A(r_s' + r_2') + B(x_s' + x_2')} \dots (6)$$

varefter värdet på R fås ur ekv. (5).

INVERKAN AV ÄNDRAD OMSÄTTNING.

Av ekv. (4) framgår, att om $z = \frac{N_1}{N_2}$ ökas, d. v. s. om differensen mellan N_1 och N_2 ökas, så ökas konstanten C . Detta medför enl. (6) en ökning av b_d och enligt (5) minskning av R .

GEOMETRISK DIFFERENS MELLAN J_0 OCH J_2 .

Om värdena på impedansen och admittansen ej äro konstanta utan variera, så blir J_0 ej $= J_2$ utan en strömdifferens

$$J_0 - J_2 = \frac{J_2}{Rz} \{Z_1 + Z_s' + Z_2' + (R + Z_1)(Z_s' + Z_2')(Y_{Fe} + Y_d) - R(z - 1)\}$$

uppstår. Procentuella differensen i förhållande till skenströmmen är således

$$\frac{J_0 - J_2}{J_2} \cdot 100 = \frac{100}{zR} \{Z_1 + Z_s' + Z_2' + (R + Z_1)(Z_s' + Z_2') \cdot (Y_{Fe} + Y_d) - R(z - 1)\} \%$$

Den reella delen av detta uttryck är med beteckningarna enligt (4)

$$\begin{aligned} & \frac{100}{zR} [A - CR + D \cdot b_{\delta} + (x'_s + x'_2) b_{\delta} \cdot R] = \\ & = \frac{100}{z} \left\{ \frac{A + D \cdot b_{\delta}}{R} - [C - (x'_s + x'_2) b_{\delta}] \right\} \dots \dots \dots (7 \text{ a}) \end{aligned}$$

och den imaginära delen

$$\begin{aligned} & \frac{100}{zR} [B - ER - F \cdot b_{\delta} - (r'_s + r'_2) b_{\delta} \cdot R] = \\ & = \frac{100}{z} \left\{ \frac{B - F \cdot b_{\delta}}{R} - [E + (r'_s + r'_2) b_{\delta}] \right\} \dots \dots \dots (7 \text{ b}) \end{aligned}$$

Om vi i första hand antaga skenimpedansen Z'_s konstant, så äro enligt (4) D och F konstanta och A och B variera obetydligt med ändrat b_{Fe} . Med ökad ström och därmed ökat värde på b_{Fe} avtager däremot C och ökas E väsentligt. Den reella delen av strömdifferensen blir således vid ökad ström positiv, den imaginära delen negativ.

Av intresse kan vara att se, huru en ökning av omsättningen z inverkar på strömdifferensen. Vi hava redan sett att ju större z är, desto större blir då b_{δ} och desto mindre blir R . Den första termen i både (7 a) och (7 b) blir således ökad och för full kompensering självfallet även den andra termen. Samma absoluta ändring i C och E som förut har alltså *procentuellt* mindre inverkan nu än förut.

Studera vi slutligen inverkan av ökningen i Z'_s med strömmen, så finna vi att A , B , D och F ökas något med ökad ström, även om b_{Fe} vore konstant. Vidare fås en minskning i C och en ökning i E . Ökningen i Z'_s verkar således på samma sätt som ökningen i susceptansen, d. v. s. den reella delen av differensen blir positiv och den imaginära delen negativ. Ökningen i susceptansen och i sekundära yttre impedansen med ökad ström hava således båda den verkan, att de alstra en okompenserad ström, till sin fas något efter J_2 .

Bilaga 3.

BERÄKNING AV EN LUFTKYLD SPÄRTRANSFORMATOR.

Skenlängd = 1.4 km. Fullständig kompensering vid 300 ampères skenström. Okompenserad ström vid kortslutning motsvarande maximalt 2500 ampèrekilometer.

Transformatorn förutsättes ha följande

Konstruktionsdata.

Lindningstyp	Enkelkoncentrisk cylinderlindning med runda spolar.
Kärnans nettoarea	364 cm ²
Benets höjd	50 cm

Magnetiseringskurva för dynamoplåt vid enkelt harmoniskt växelfält.

in_w = eff. wattlösa amperevarv pr cm.

in_w = eff. wattamperevarv pr cm vid 15 perioder

B = max. järntätthet

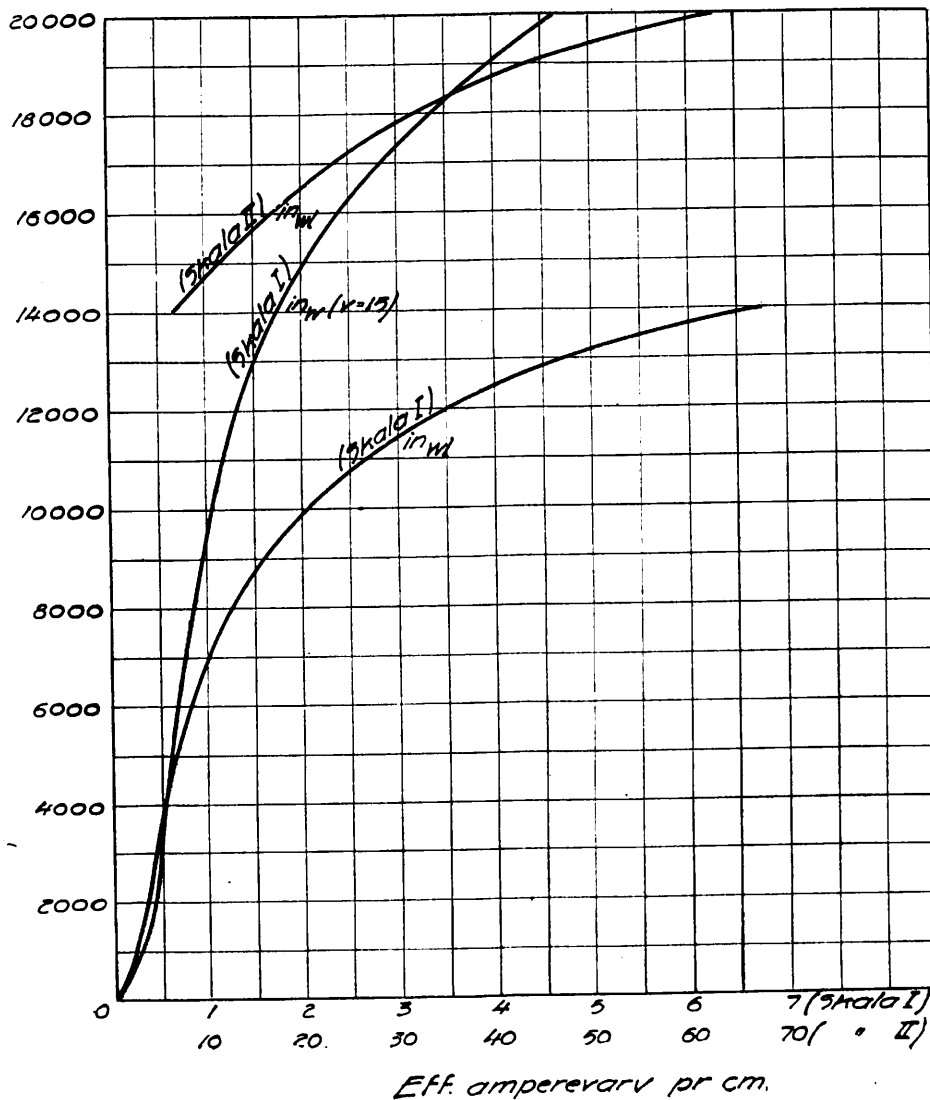


Fig. 13.

Avstånd mellan benens centrum	40,5 cm
Medelkraftlinjens längd i järn: l_j	206 »
Lindningarnas hopkoppling	serie
Ledararea	100 mm ²
Sekundära lindningsvarv pr ben	32
Primära » » »	33
Lindningsomsättning: α	$\frac{33}{32} = 1,03125$

Med lämpliga avstånd mellan lindningar och till järn kan härav beräknas:

Sekundärlindningens ohmska motstånd: r_2	0,0115 ohm
Primärlindningens » » : r_1	0,0157 »
Sekundärlindningens läckreaktans: x_2	0,0185 »
Primärlindningens » : x_1	0,0196 »
Sekundärlindningens impedans, reducerad till primärsidan:	
$Z'_2 = r'_2 + jx'_2$	0,0122 + j 0,0196 »
Primärlindningens impedans: $Z_1 = r_1 + jx_1$	0,0157 + j 0,0196 »

Järnkärnan förutsättes hava magnetiska egenskaper i överensstämmelse med fig. 13.

För en sekundärström $J_2 = 300$ resp. 1070 och 1300 ampère få vi då följande tabell:

Sekundär ström, J_2 amp	300	1070	1300
Skenornas impedans, reducerad till transformatorns primärsida Z'_s	0,093 + j 0,1695	0,123 + j 0,200	0,1245 + j 0,201
$Z'_s + Z'_2$	0,105 + j 0,189	0,135 + j 0,200	0,137 + j 0,221
	= 0,2165	= 0,258	= 0,259
Primärt inducerad emk:			
$E_{1i} = \frac{J_2}{\alpha} (Z'_s + Z'_2)$	62,9	267,5	326,5
Induktion, B	3930	16700	20400
Eff. wattampèrevarv/cm, in_w	0,5	2,7	5
Eff. wattlösa ampèrevarv/cm, in_{wl}	0,5	20,7	71
Konduktans $g_{Fe} = \frac{in_w \cdot l_j}{N_1 \cdot E_{1i}}$	0,0248	0,0315	0,0478
Susceptans $b_{Fe} = \frac{in_{wl} \cdot l_j}{N_1 \cdot E_{1i}}$	0,0248	0,242	0,68
A [se bil. 2, ekv. (4)]	0,1210	0,1517	0,1565
B » »	0,2088	0,2404	0,2424
C » »	0,02385	-0,02583	-0,1253
D » »	0,00503	0,00610	0,00615
E » »	-0,00208	+0,02673	+0,0826
F » »	-0,00205	-0,00219	-0,00218

Ur värdena för $J_2 = 300$ ampère beräknas justeringsluftgapet δ och shuntmotståndet R ur sambandet

$$R = \frac{A + D \cdot b_{\delta}}{C - (x'_s + x'_2) b_{\delta}} = \frac{B - F \cdot b_{\delta}}{E + (r'_s + r'_2) b_{\delta}}$$

varav fås

$$b_{\delta} = 0,1 \text{ mho.}$$

och

$$R = 24,7 \text{ ohm.}$$

Eftersom

$$b_{\delta} = \frac{10 \cdot B \cdot \delta}{4\pi\sqrt{2} N_1 \cdot E_{li}} = \frac{0,565 \cdot 3930}{66 \cdot 62,9} \cdot \delta$$

blir totala luftgapet

$$\delta = 0,188 \text{ cm}$$

d. v. s.

2 luftgap vardera à 0,94 mm.

Med dessa värden på b_{δ} och R kan enligt bil. 2, ekv. 7 den geometriska differensen mellan kontaktledningsström och skenström bestämmas. Man erhåller därvid följande värden:

S k e n s t r ö m J_2	300	1070	1300
Geometrisk strömdifferens i % av J_2 %	0	5,24 — j. 2,96	14,9 — j. 8,4
» » i ampère	0	64,4	222
Kortslutningspunktens avstånd från transformatorstationen..... km		25	10
Antal okompenserade ampèrekilometer		1610	2220

Genom en ökning i lindningsomsättningen z kan den geometriska strömdifferensen vid kortslutning minskas något. Därvid ökas dock förlusterna i shuntmotståndet.