DEL II.

TEORETISKA UNDERSÖKNINGAR RÖRANDE SVAGSTRÖMSSTÖRNINGAR VID ENFASVÄXELSTRÖMSBANOR

AV PROFESSOR *H. PLEIJEL.*

De störningar som uppstå i telegraf- och telefonledningar från enfasväxelströmsbanor med skenor och jord till återledning kunna i regel hänföras till en eller flere av följande orsaker: elektrisk influens, elektromagnetisk induktion, spänningsfall i jorden.

INFLUENS.

För att beräkna den inverkan, som den elektrostatiska spänningen hos kontakt- och överföringsledningar åstadkommer, begagnar man sig av teorien för spegelbilder, i det man tänker sig jordens inverkan ersatt med en ledare, som är belägen i spegelbilden till de verkliga ledarna i förhållande till jordytan men laddade med motsatt slag elektricitet. I regel får man emellertid för hög spänning vid en så utförd beräkning, på den grund att ledande föremål i närheten av kontaktledningen såsom stolpar, träd etc. uppfånga det elektrostatiska fältet, varigenom dess verkan utåt blir förminskad.

Som denna uppsats emellertid icke är avsedd att lämna en allmän översikt av telefon- och telegrafstörningar från växelströmsbanor utan har till ändamål att klargöra vissa bestämda problem i sammanhang med den elektromagnetiska induktionen och spänningsfallet i skenorna, skall jag icke i det följande sysselsätta mig med den elektrostatiska influensen.

INDUKTION.

Den elektrostatiska spegelbildsteorien har lockat författare att söka tillämpa en liknande teori för den elektromagnetiska induktionen, i det att de tänkt sig återgångsledningen genom jorden ersatt med en enda ledare. Den genom mätningar erhållna »spegelbilden» har emellertid visat sig vara belägen på mycket stort djup under jordytan, från 500 km vid

Dessau—Bitterfeldbanan till omkring 3,000 vid banan i Pyrenéerna. Efter allt att döma synes dessutom spegelbilden få olika läge allt efter som den ledning, i vilken induktionen skall beräknas, ligger på längre eller kortare avstånd från kontaktledningen. Vidare har det visat sig att vid växelströmsbanor den i skenorna framgående strömmen är jämförelsevis stor i förhållande till kontaktledningsströmmen. Det torde därför vara naturligast att bestämma induktionen från kontaktledningen och från skenledningen var för sig och anbringa korrektion för induktionen från strömmarna i jorden.

Beträffande strömmarna genom jorden kan dessas inducerande inverkan endast utgöra en bråkdel av inverkan från kontaktledning och skenledning, när den inducerade ledningen befinner sig på litet avstånd från den inducerande i förhållande till denna senare ledningens längd. På grund av skenornas stora ledningsförmåga gå nämligen de strömmar, som läcka ut från skenorna, vinkelrätt mot skenledningen, varför den inducerande inverkan från läckningsströmmen blir nära nog noll. Emellertid få vi även inducerade strömmar i jorden på samma sätt som i närliggande ledare. Dessa strömmar, vilka med all sannolikhet bilda stora slutna strömvirvlar, bliva dock jämförelsevis svaga på grund av den låga ledningsförmågan hos jorden.

Betrakta vi ett element ds_1 av den ledningstråd, i vilken induktionen skall bestämmas, erhålles den i detta element inducerade elektromotoriska kraften därigenom, att man tänker sig de inducerande strömmarna (i kontaktledning, i skenledning och i jorden) uppdelade i strömlinjer. Är strömstyrkan i en dylik strömlinje i_2 blir enligt Neumanns formel den inducerade elektromotoriska kraften från en längd ds_2 av strömlinjen

$$\frac{i_2 ds_1 ds_2}{r} \cos \varepsilon,$$

där ε är vinkeln mellan ds_1 och ds_2, samt r avståndet mellan dem.

För tvenne parallella ledningstrådar av samma längd s och på avståndet d från varandra ger denna formel, under förutsättning att strömstyrkan är densamma i alla punkter hos ledningstrådarna, en ömsesidig induktionskoefficient lika med

$$2s \left[\log \frac{2s}{d} - 1 \right] 10^{-4} \text{ henry}$$

Här är då antaget, att d är liten i förhållande till ledningarnas längd s.

Om den inducerande ledningen har återledning genom jorden och vi medtaga den inducerande inverkan från återgångsströmmen få vi naturligtvis en mindre koefficient än den ovan angivna. Med stöd av Breisigs teoretiska utredning och verkställda försök har man för att få med inverkan från återgångsströmmen använt formeln

$$2s \left[\log \frac{2s}{d} - q \right] 10^{-4}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

där q är ett tal, som ligger mellan 1 och 3 beroende på ledningens längd, avståndet mellan ledningarna och återledningens beskaffenhet.

Vore strömmen i skenledningen lika stor utefter ledningens hela längd kunde man betrakta kontaktledningen och skenledningen såsom tvenne ledare, vilka båda hava jorden till återledning och för båda dessa strömsystem använda formeln (1) vid beräkning av induktionen.

Vid deduktionen av formeln (1) har man antagit den inducerande och den inducerade ledningen vara lika långa. Skulle t. ex. den inducerade ledningen vara längre gäller det oaktat denna formel, i vilken nu s betyder längden av det stycke, på vilket ledningarna följas åt. Formeln (1) ger nämligen induktionen i denna del av den inducerade ledningen; i de delar av denna ledning, som ligga utanför, blir induktionen i jämförelse med den förra praktiskt taget noll, enär endast få kraftlinjer skära denna del av ledningen. Samma resultat lämnar en närmare undersökning av det värde på induktionen, som erhålles ur Neumanns formel.

Formeln (1) lämnar induktionen i hela den inducerade ledningen. Ehuru inducerade elektromotoriska kraften kan vara något olika i mitten av det inducerade ledningsstycket och vid detta styckes ändpunkter, kan man likväl praktiskt taget anse induktionen per kilometer konstant.

Ehuru vi enligt ovan kunna räkna med formel (1) även när den inducerande och den inducerade ledningen hava olika längd, måste man dock komma ihåg att vi verkligen få inducerade elektromotoriska krafter i de delar av den inducerade ledningen, som ligga i närheten av den inducerande ledningen, men utanför den gemensamma sträckan.

Om kontaktledningen och telefontråden gå parallellt 100 km på 15 meters avstånd från varandra få vi för 100 ampère i kontaktledningen och med $\omega = 100$ den i telefontråden från kontaktledningen enbart inducerade kraften per kilometer att vara vid mitten av den gemensamma sträckan 17,6 V och 10 km utanför kontakttrådens ända 2,4 V. Ginge hela återgångsströmmen tillbaka genom skenorna skulle den sista spänningen till största delen bliva neutraliserad. Emellertid läcker en avsevärd del av återgångsströmmen ut från skenorna och går ut i jorden till långt avstånd från banan. Som endast den komposant av strömmen i jorden, som är parallell med banan verkar inducerande så är det klart att den ström i kontaktledningen, som ej motsvaras av skenström, blir i mycket ringa grad neutraliserad i avseende på sin inducerande verkan. Härtill kommer att den ström i skenorna, som fortsätter utanför den gemensamma sträckan, *samverkar* med kontaktströmmen (se fig. 1) i att åstadkomma induktion. Härav framgår att t. ex. en telegrafledning, som börjar vid den ort där kontaktledningen slutar och går i samma linje som kontaktledningen men icke har någon gemensam vägsträcka med denna, kan bli utsatt för så stark induktion att telegrafering omöjliggöres.

Detta påpekande torde icke vara onödigt, då man i dylika fall gärna vill hänföra störningarna till spänningsfall i jorden.

SPÄNNINGSFALLET I SKENLEDNINGEN.

Beträffande spänningsfallet i jorden hava i utlandet verkställda försök visat att detta har mycket liten del i observerade störningar.

Så har man vid Dessau—Bitterfeldbanan icke funnit ett spår till inverkan av spänningsfallet å telegrafledningar mellan dessa båda orter vid 300 ampère i kontaktledningen. I de försök som företagits i Frankrike har man endast i ett fall kunnat fastställa att störningar uppkommit på grund av strömmar i jorden och inträffade detta vid en lågspänningsbana (500 volt).

Verkställda mätningar vid Riksgränsbanan hava visat att vid 15 perioders växelström i kontaktledningen strömmen i skenorna vid mitten av den strömförande ledningen uppgår till omkring 50 % av kontaktledningsströmmen. Med ett skenmotstånd lika med 0,2 Ω per km skulle vi vid 80 A i kontaktledningen få ett ohmiskt spänningsfall av 8 V per km, alltså för 130 km 1040 V. Direkta mätningar av spänningen i de punkter, där kontakttråden var förbunden med skenorna, hava emellertid visat att spänningsfallet icke kan överstiga 175 V. Spänningsfallet i en telefonledning mellan skenan i Riksgränsen och Narviks telegrafjord befanns vara 110 volt och mellan skenorna i Kiruna och Luleå telefonstations jord 66 volt. Såväl i Narvik som i Luleå utgå telegrafledningar från Narvik till Lofotenöarna och från Luleå till Stockholm, vilka hava samma jord som den, som användes vid mätningen. Vid mätningstillfället erhölls ingen inverkan på dessa ledningar, varför spänning vid jordplåtarna i Narvik och Luleå var utesluten, vilket för övrigt torde vara självklart med hänsyn till det stora avståndet mellan banan och dessa båda orter.

Motsägelsen mellan det ohmiska spänningsfallet och den uppmätta spänningen är såsom vi nedan skola se endast skenbar.

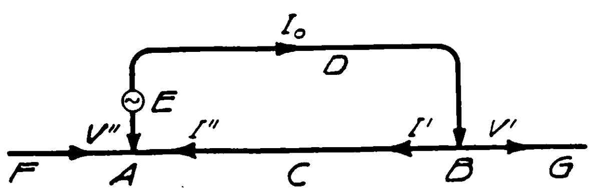

Fig. 1.

Enklast framstår förhållandet, om vi välja ett konkret fast i viss mån överdrivet exempel. I fig. 1, där ADB är kontaktledningen och ACB skenledningen tänka vi oss punkterna A och B så väl jordade, att vi kunna praktiskt taget anse motståndet till jord vara noll. Mellan punkterna A och B ha vi då ingen spänningsskillnad. Det oaktat få vi stark ström i skenan beroende därpå, att den i kontaktledningen gående växelströmmen inducerar elektromotoriska krafter i skenledningen liksom i alla andra parallella ledningar. Denna elektromotoriska kraft åstadkommer en motsvarande ström i skenorna och får denna ström, då totala spänningsskillnaden måste vara noll, just sådan styrka, att den höjning i spänning som skulle åstadkommas av den inducerade e.m.k. jämt motväges av spänningsfallet på grund av skenledningens resistans och reaktans.

Ett liknande förhållande uppträder vid en kortsluten lindning å en transformator. I denna lindning erhålles ju stark ström men någon spänningsskillnad mellan olika punkter av lindningstråden är otänkbar, då vi efter att hava gått lindningsvarvet runt ju måste återkomma till begynnelsespänningen. Även här beror detta därpå att den inducerade spänningen i varje punkt jämt motväger det spänningsfall som inträder på grund av strömmen.

Såsom framhölls ovan är det anförda exemplet något överdrivet, dock ej avsevärt. Om vi nämligen bortse från t. ex. 10 kilometer skenledning vid vardera ändan, torde återstående delen av densamma vara i samma tillstånd som hela skenledningen i exemplet ovan, det vill säga hava spänningen noll vid ändpunkterna. I denna del av skenledningen få vi därför överallt nollspänning, ehuru stark ström framgår i densamma. Att strömmen i skenornas mitt är »inducerad» bekräftas av det förhållandet att, när en likström om 50 ampère sändes genom kontaktledningen, erhölls ingen ström vid skenornas mittpunkt; vid lika stark växelström däremot cirka 50 % av strömmen i kontaktledningen.

SPÄNNING OCH STRÖM I SKENLEDNING.

Vi antaga för enkelhetens skull att ingen läckning äger rum mellan kontaktledningen och jord.

Skenorna betrakta vi såsom en ledning med variabel läckning. Läckningskoefficienten måste nämligen bli olika vid olika punkter av skenledningen beroende dels på olika motstånd mellan skenor och jord och dels på särskilt anordnade jordledningar.

Vi antaga i det följande att skenledningens motstånd och induktans äro konstanta.

Strömlinjerna gå ut vinkelrätt mot skenorna. I en strömtråd i jorden är motståndet mycket stort i förhållande till induktansen. Vi kunna därför i jorden bortse från fasförskjutning mellan spänningsskillnad och strömstyrka.

Ledningarnas anordning framgår av fig. 1. *ADB* är kontaktledningen samt *ACB* skenledningen, vilken tänkes fortsätta utom *AB*. *E* är generatorn. Vi tänka oss origo förlagt till punkten *A* samt beteckna avståndet utefter ledningen från *A* mot *B* med x. Motstånd och induktans per km hos skenledningen beteckna vi med resp. r och l, och läckningskoefficienten i en punkt på avståndet x från *A* med $a(x)$ eller kortare med a. Ström och spänning i en godtycklig punkt av skenledningen beteckna vi med resp. I och V och strömstyrkan i kontaktledningen med I_0. Ömsesidig induktionskoefficient mellan kontaktledningen och en kilometer skenledning låta vi vara m.

Vi få då följande ekvationssystem för skenledningen:

$$\left\{\begin{aligned} -\frac{dV}{dx} &= (r+j\omega l)\, I - j\omega m\, I_0 \\ -\frac{dI}{dx} &= a(x)\,.\,V \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Anm. I m låta vi även ingå ömsesidiga induktionskoefficienten mellan en kilometer skenledning och strömsystemet i jorden reducerat till strömstyrkan I_0.

Vi införa substitutionen:

$$I_1 = I - \frac{j\omega m}{r + j\omega l} \cdot I_0 = I - kI_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2^1)$$

Vi ha sålunda delat upp strömstyrkan i tvenne delar, den ena I_1 och den andra kI_0. Vi beteckna skenströmmarna vid A och B med I'' och I' och införa på samma sätt:

$$\left.\begin{cases} I_1' = I' - kI_0 \\ I_1'' = I'' - Ik_0 \end{cases}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Koefficienten k, som var lika med $\frac{j\omega m}{r + j\omega l}$, är såsom vi senare skola se av fundamental betydelse för induktionen i närliggande ledningar. Denna koefficient är oberoende av läckningen.

Genom ovan införda substitution får ekvationssystemet (2) utseendet:

$$\left.\begin{cases} -\dfrac{dV}{dx} = (r + j\omega l)\, I_1 \\[2mm] -\dfrac{dI_1}{dx} = a \,.\, V \end{cases}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Detta är ekvationssystemet för en ledning med fördelad läckning, då inga främmande ledningar äro förhanden. Av detta ekvationssystem framgår vidare, att den verkliga spänningen bestämmes helt och hållet av strömstyrkan I_1. *Den andra delen av strömstyrkan nämligen kI_0 åstadkommer däremot ingen ändring i spänningen, emedan det spänningsfall denna ström åstadkommer upphäves av inducerade emk.*

Vi beteckna avståndet AB med s. Integreras den första av ekvationerna (4) från $x = 0$ till $x = s$ erhålles:

$$V' - V'' = (r + j\omega l) \int_0^s I_1 dx = (r + j\omega l) \,.\, sx \,.\, \text{medelvärdet av } I_1 \quad \ldots \quad (5)$$

Spänningsdifferensen mellan skenornas ändpunkter är således lika med skenimpedansen multiplicerad med medelvärdet av strömmen I_1.

Storleken av I_1 är naturligtvis beroende på beskaffenheten av ledningen ACB, ledningen AF och ledningen BG.

Kennelly har visat, att man vid beräkning av ström och spänning vid ändpunkterna av en homogen ledning kan ersätta ledningen med en impedans, som har en avledning vid sin mittpunkt.

En motsvarande sats gäller för inhomogena ledningar. Utan att här upptaga utrymmet med ett bevis därför må nämnas, att om ledningen är inhomogen kan man ersätta den med tvenne seriekopplade impedanser med en avledning vid deras sammanstötningspunkt. Impedansernas och avledningens storlek kunna bestämmas ur värdena på tomgångs- och kortslutningsmotstånden uppmätta från ledningens båda ändpunkter.

Vi kunna därför tänka oss skenledningen ACB ersatt med tvenne impedanser R'' och R' samt avledningsimpedansen A (se fig. 2). Skulle det vid mätning visa sig att tomgångs- och kortslutningsmotstånden bliva lika, är avledningens impedans lika med noll och de båda impedanserna i serie bliva lika med motsvarande kortslutningsmotstånd. På samma sätt kunna vi vid beräkning av spänning och ström vid A hos ledningen AF tänka oss denna ledning ersatt med en impedans H'', som är lika med skenledningens AF impedans uppmätt från A. Den impedans, som på samma sätt ersätter ledningen BG, beteckna vi med H'. Vid ledningarna AF och BG är det naturligtvis den totala strömmen som bestämmes i motsats till ledningen ACB, där det enligt ekvationssystem (4) gäller strömmen I_1. Nu är strömmen I_0 enligt Kirchhoffs lagar lika med strömmen i AF plus $I_1'' + kI$ och motsvarande gäller vid punkten B. Den del av strömmen i kontaktledningen, som delar sig i strömmen ut mot F och i strömmen I_1, är därför $I_0 - kI_0 = I_0 (1 - k)$.

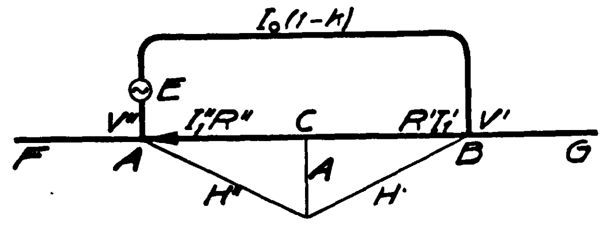

Fig. 2.

För beräkning av spänning och strömmar i punkterna A och B kunna vi sålunda använda det schema, som angives av fig. 2, i det att vi antaga strömmen i kontaktledningen vara $I_0 (1 - k)$. Mellan A och B få vi då strömmen I_1; den totala strömmen erhålles sedan genom att lägga till kI_0.

Ehuru vi reducerat vårt problem till ett enkelt strömgreningsproblem, blir dock en exakt beräkning i det allmänna fallet besvärlig. En betydlig förenkling få vi i det fall att avståndet mellan A och B är så stort, att vi kunna sätta läckningsimpedansen A lika med noll och således även potentialen i C lika med noll. Såsom vi nedan skola se, inträffar detta vid relativt kort avstånd mellan A och B.

Om $A = 0$ få vi direkt ur figuren:

$$\left\{\begin{aligned} I_1' &= \frac{H'}{H'+R'} I_0 (1 - k) \\ I_1'' &= \frac{H''}{H''+R''} I_0 (1 - k) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Har skenledningen samma egenskaper på båda sidor om A inom närmaste tiotal kilometer och är samma förhållandet vid B, få vi $R' = H'$ och $R'' = H''$, varför formlerna ytterligare förenklas i det att vi få:

$$\left\{\begin{aligned} I_1' &= \frac{1}{2} I_0 (1 - k) \\ I_1'' &= \frac{1}{2} I_0 (1 - k) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

I detta fall bliva således de strömmar, som förorsaka spänningsfallet, och således även totala strömmarna vid A och B å skenledningen ACB, lika med varandra och oberoende av motståndet mellan skenor och jord.

De strömmar, som vid A och B gå ut åt sidorna, bliva resp. lika med I_1'' och I_1'.

Spänningarna V' och V'' bliva (spänningen V'' blir naturligtvis negativ):

$$R'I_1' \text{ och } -R''I_1'' \text{ resp.,}$$

enär spänningen i C är noll, eller på grund av (6):

$$\left\{\begin{aligned} V' &= \frac{R'H'}{R'+H'} I_0 (1-k) \\ V'' &= \frac{R''H''}{R''+H''} I_0 (1-k) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

Om skenledningen har samma egenskaper ett stycke på båda sidor om A, och om samma är förhållandet vid B, få vi de förenklade formlerna,

$$\left\{\begin{aligned} V' &= \frac{1}{2} R'I_0 (1-k) \\ V'' &= -\frac{1}{2} R''I_0 (1-k) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Totala spänningsfallet i skenorna kan då skrivas:

$$V' - V'' = \frac{1}{2} (R' + R'') I_0 (1-k). \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Vi hava förut funnit, att strömmen i skenledningen vid A och B blev oberoende av motståndet mellan skenor och jord.

Såsom framgår av formel (10) är detta däremot icke förhållandet med spänningsdifferensen i skenorna och således enligt formel (5) ej heller för medelvärdet av skenströmmen I_1 mellan A och B.

För att undersöka under vilka förhållanden man har rättighet att antaga att spänningen i punkten C är noll, skola vi tänka oss läckningskoefficienten a konstant utefter skenledningen. Extra jordledningar och sträckvis förekommande god ledningsförmåga hos jorden hava endast till följd, att potentialen vid skenledningens mittpunkt sänkes, enär skenströmmen I_1 härigenom minskas.

Vi införa beteckningarna

$$\left\{\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(r + j\omega l)\, a} \\ Z &= \sqrt{\frac{r + j\omega l}{a}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

En beräkning av strömstyrkan I_{1m} vid ledningens mittpunkt lämnar formeln:

$$I_{1m} = \frac{I_1' + I_1''}{e^{\gamma \frac{s}{2}} + e^{-\gamma \frac{s}{2}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Vi införa beteckningarna:

ϱ = en skenas ekvivalenta radie,
ϱ_0 = radien hos kontakttråden,
d = avståndet mellen skenorna,
d_0 = avståndet mellan en skena och kontakttråden.

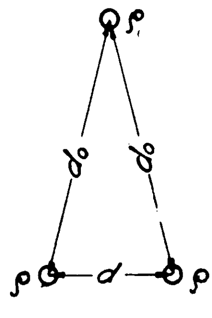

Fig. 3.

För en ledare med cirkulär sektion och med genomträngligheten μ få vi enligt Neumanns formel självinduktionskoefficienten L' enligt formeln:

$$L' = 2s\left[\frac{\mu}{4} + \log\frac{2s}{\varrho} - l\right] . 10^{-4},$$

där s är ledningstrådens längd.

För tvenne breddkopplade dylika ledare, mellan vilka ömsesidiga induktionskoefficienten är M' blir självinduktionskoefficienten L lika med

$$L = \frac{1}{2}(L' + M')$$

M' erhålles ur formeln:

$$M' = 2s\left[\log\frac{2s}{d} - 1\right] . 10^{-4},$$

där d är avståndet mellan ledarna.

För skenledningen erhålles sålunda den totala induktansen enligt formeln:

$$L = s\left\{\frac{\mu}{4} + \log\frac{2s}{\varrho} + \log\frac{2s}{d} - 2\right\} . 10^{-4}.$$

Införa vi förkortningarna:

$$x_2 = \omega\left\{\frac{\mu}{4} + \log\frac{d}{\varrho}\right\} . 10^{-4}$$

$$x_3 = \omega . 2\log\frac{d_0}{d} . 10^{-4}$$

$$x_4 = \omega\left\{2\log\frac{2s}{d_0} - 2\right\} . 10^{-4}$$

kunna vi skriva

$$\omega L = s\,(x_2 + x_3 + x_4)$$

och således

$$\omega l = x_2 + x_3 + x_4.$$

Ömsesidiga induktionskoefficienten mellan kontaktledningen och skenledningen är

$$M = 2s\left\{\log\frac{2s}{d_0} - 1\right\} . 10^{-4}.$$

För att i M även inbegripa induktionen från jordströmmarna kan man ersätta 1 med ett något större tal q och skriva

$$M = 2s\left\{\log\frac{2s}{d_0} - q\right\} . 10^{-4}$$

Vi antaga i det följande $q = 2$.

Enligt de mätningar, som verkställts vid försöken å försöksbanan Tomteboda—Järva, erhölls för 25 perioder och 43 ampère

$$r = 0{,}216\,\Omega$$

Reducerat till 16 perioder skulle vi ungefärligen få

$$r = 0{,}194\,\Omega$$

För x_2 erhölls vid samma försök efter reduktion:

$$x_2 = 0{,}075\,\Omega$$

Under antagande att $d_0 = 5{,}6$ meter och $d = 1{,}435$ meter få vi:

$$x_3 = 0{,}0273\,\Omega$$

För x_4 få vi värdet:

$$x_4 = 0{,}191\,\Omega$$

För ωM få vi per kilometer:

$$\omega m = 0{,}171$$

Alltså

$$k = \frac{j\omega m}{r + j\omega l} = \frac{j \, . \, 0{,}171}{0{,}194 + j \, . \, 0{,}293} = 0{,}485 \quad (33^0 30')$$

och

$$1 - k = 0{,}654 \quad (-\,24^0 15')$$

Beträffande läckningsmotståndet är det klart, att detta varierar från punkt till punkt. Vid Kiruna utförda mätningar hava visat, att läckningsmotståndet där icke i medeltal överstiger 5 ohm per km.

I det följande hava beräkningarna utförts med antagande av två olika värden för läckningsmotståndet nämligen 10 och 5 Ω.

Med förut angivna formler samt ovan beräknade värden få vi:

För $a = 1/10$	$\gamma = 0{,}185 + j \, . \, 0{,}0885$	$Z = 1{,}05 \; (28^0 15')$
» $a = 1/5$	$\gamma = 0{,}265 + j \, . \, 0{,}125$	$Z = 1{,}45 \; (28^0 15')$

Med användande av formeln (12) få vi då, att för $s = 130$ km blir strömstyrkan I_1 vid skenledningens mittpunkt i procent av $I_1' + I_1''/2$:

när $a = 1/10$	$0{,}001$ %
» $a = 1/5$	$\frac{2}{3} \, . \, 0{,}00001$ %

Vi se härav att strömmen I_1 vid ledningens mitt är noll.

Betecknа vi den reella delen av γ med β, avtar som bekant strömstyrkan I_1 från punkterna A och B mot mitten enligt lagen

$$e^{-\beta x},$$

där x är avståndet från dessa punkter.

På 20 km avstånd från A blir då strömstyrkan uttryckt i procent av strömmen i A:

För	$a = 1/10$	2,5 %
»	$a = 1/5$	0,5 %

Strömstyrkan I_1, *som åstadkommer spänningsfall, sjunker således mycket hastigt från ledningens ändpunkt mot mitten. Den andra delen av strömstyrkan nämligen* kI_0 *är däremot konstant.* En uppmätning av strömstyrkan i olika delar av skenledningen skulle därför visa att skenströmmen med undantag av ett stycke vid ändpunkterna A och B vore konstant.

Vid det fall vi här betrakta, nämligen att a är konstant åtminstone på en så lång sträcka från ändpunkten, att strömstyrkan I_1 hunnit sjunka till ett litet värde, kunna vi ersätta motstånden R' och R'' med de motsvarande Z. Om a är konstant i närheten av A få vi då, om vi med Z'' beteckna motsvarande värdet på Z,

$$I_1'' = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)$$

$$V'' = - Z'' \frac{1}{2} I_0 (1 - k)$$

På samma sätt

$$I_1' = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)$$

$$V' = Z' \frac{1}{2} I_0 (1 - k)$$

Totala spänningsfallet skulle då bli:

$$V' - V'' = \frac{1}{2} (Z' + Z'') \,.\, I_0 (1 - k)$$

Antaga vi $a = 1/5$ vid A och $1/10$ vid B, skulle vi då för 100 ampère i kontaktledningen få:

$$I_1' = I_1'' = 32{,}7\ A$$
$$V' - V'' = 115\ V$$

Hade vi överallt haft $a = 1/10$ skulle vi fått

$$V' - V'' = 134\ \mathrm{V}$$

För $a = 1/20$ vid ena ändan och $1/5$ vid den andra skulle vi fått:

$$V' = V'' = 142\ V$$

Ehuru de erhållna värdena icke kunna göra anspråk på att vara fullt exakta, då värdena på a variera, visa de dock storleksordningen av de jordspänningar, som kunna uppstå.

Genom att förse skenledningen med goda extra jordledningar kan man naturligtvis minska jordspänningarna. Vid Dessau—Bitterfeld har man sålunda anbragt en extra jordledning på varje kilometer.

INDUKTIONEN I EN MED KONTAKTLEDNINGEN PARALLELL LEDNINGSTRÅD.

Vi antaga i det följande, att den parallella ledningstråden går utom kontakttråden vid båda ändar och så långt, att spänningen i skenorna vid trådens ändpunkter äro noll.

För de sträckor av skenledningen, där kontaktledningen icke är strömförande, ha vi ekvationen

$$-\frac{dV}{dx} = (r + j\omega l) \cdot I,$$

där I är totala strömmen. Integrera vi å ledningen AF, få vi:

$$V'' = (r + j\omega l)\int I dx$$

För ledningen AB erhålles av (5):

$$V' - V'' = (r + j\omega l)\int_0^s I_1 dx$$

och slutligen för ledningen BG:

$$- V' = (r + j\omega l)\int I dx$$

Adderas dessa tre likheter få vi:

$$0 = (r + j\omega l)\left[\int I dx + \int_0^s I_1 dx\right]$$

Om vi bortse från den inducerade strömmen kI_0 i skenledningen mellan A och B är således summan av strömmarne i skenledningen noll. Eller med andra ord, summan av de strömmar, som åstadkomma spänningsdifferens blir noll.

Vi beteckna ömsesidiga induktionskoefficienten mellan en kilometer av kontaktledningen och en kilometer av den inducerade tråden med m_0 och mellan en kilometer av skenledningen och den inducerade ledningstråden med m_1. Vi försumma för tillfället induktionen från jordströmmarna.

Den totala inducerade elektromotoriska kraften E i den parallella ledningstråden blir då:

$$- E = j\omega m_0 s \cdot I_0 - \int j\omega m_1 I dx$$

Integralen är här utsträckt över hela den del av skenledningen, som ledningstråden följer.

Införa vi för sträckan AB av skenledningen uppdelningen av I uti I_1 och kI_0 få vi:

$$-E = j\omega m_0\, sI_0 - \int_0^s j\omega m_1 kI_0 dx$$

Vi hava nämligen funnit, att summan av I_1 mellan A och B samt I mellan A och F samt B och G är noll.

Alltså:

$$E = j\omega m_0\, s\,.\,I_0 - j\omega m_1\, sk\,.\,I_0$$

Vi se alltså att:

Endast den del av strömmen i skenledningen, som är inducerad, åstadkommer induktion i parallella ledningar.

För att bestämma induktionen ha vi alltså endast att räkna med tvenne *konstanta* strömmar nämligen I_0 i kontaktledningen mellan A och B samt kI_0 i skenledningen mellan samma punkter.

Vidare framgår av de erhållna formlerna att:

Induktionen är oberoende av läckningskoefficienten hos skenledningen.

Vilken ledningsförmågan hos jorden än är, få vi samma inducerade elektromotoriska kraft. Extra anordnade jordledningar hava ej heller någon inverkan på induktionens storlek.

Med användande av Neumans formel kunna vi skriva:

$$M_0 = m_0 s = 2s\left[\log\frac{2s}{h_0} - 1\right].\,10^{-4}$$

$$M_1 = m_1 s = 2s\left[\log\frac{2s}{h_1} - 1\right].\,10^{-4},$$

där h_0 är avståndet mellan kontaktledning och inducerade tråden samt h_1 avståndet mellan skenledningen och samma tråd.

För att i dessa M_0 och M_1 även inbegripa induktionen från jordströmmarna ersätta vi ettan med ett tal q i det vi skriva:

$$M_0 = 2s\left[\log\frac{2s}{h_0} - q\right].\,10^{-4}$$

$$M_1 = 2s\left[\log\frac{2s}{h_1} - q\right].\,10^{-4}$$

Inducerade elektromotoriska kraften kan då skrivas:

$$E = j\omega I_0\,[M_0 - kM_1]$$

Koefficienten k är av mycket stor betydelse för induktionens storlek i synnerhet vid något större avstånd mellan kontakttråd och den inducerade tråden, emedan M_0 och M_1 då bliva praktiskt taget lika. *Induktionen blir i detta fall proportionell mot $1-k$.* I samma mån som k blir nära 1 försvinner således induktionsverkan. För att förhindra att induktionen sträcker sig långt ut från banan är det därför nödvändigt att ordna så, att k blir nära lika med 1. Det är härvidlag ej endast det numeriska värdet på k, som är av betydelse, utan även dess fasvinkel.

Vi hade:

$$k = \frac{j\omega m}{r + j\omega l}$$

och alltså:

$$1 - k = \frac{r + j\omega (l - m)}{r + j\omega l}$$

I vårt förut valda exempel hava vi fått värdet:

$$1 - k = 0{,}654$$

Om vi i samma exempel antagit $r = 0{,}09$ i stället för $0{,}194$ skulle vi erhållit:

$$1 - k = 0{,}497$$

Induktionen skulle således vid längre avstånd mellan kontakttråd och inducerad tråd minskas i proportionen

$$\frac{0{,}497}{0{,}654} = 0{,}76$$

genom denna minskning av skenmotståndet. Detta tal visar storleksordningen av den minskning i induktion, som skenförbindningar åstadkomma.

Vi skola nu med användande av förut erhållna k-värdet beräkna induktionen i en telegraftråd på samma höjd över marken som kontakttråden och på 12 meters avstånd från densamma. I formlerna för induktionskoefficienterna antaga vi $q = 2$. Vi ha då

$$h_0 = 12 \text{ m}$$
$$h_1 = 13{,}25 \text{ m}$$

Antaga vi:

$$s = 130 \text{ km}$$

erhålles:

$$M_0 = 0{,}208$$
$$M_1 = 0{,}205$$

Med $1 - k = 0{,}654$ och $\omega = 100$ blir då den inducerade elektromotoriska kraften per 100 A i kontaktledningen 1350 V.

Per ampèrekilometer skulle vi då få en spänning av c:a 0,1 V.

Såsom jämförelse må nämnas, att mätningar å telefonledningen Luleå—Narvik lämnat 0,075 V, när kontaktledningen var strömförande mellan Kiruna och Riksgränsen samt 0,089 V, när den var strömförande mellan Kiruna och Kaisepakte. Större överensstämmelse mellan beräknade och uppmätta värden kan man ej begära på grund av osäkerheten hos värdena på resistans och induktans hos skenledningen. Vid en bana i Pyrenéerna har man funnit en inducerad emk av 0,11 V per ampère-kilometer vid 10 meters avstånd mellan kontakttråd och inducerad tråd.

För att se, vilken inverkan avståndet från banan har på induktionens storlek, angives här nedan den beräknade inducerade elektromotoriska kraften per ampère-kilometer kontakttråd vid 500 meters avstånd till den inducerade ledningen. Med samma värde på k som ovan erhålles 0,042 V.

Vi se alltså att induktionen avtager ytterst långsamt, vilket även är i överensstämmelse med i utlandet gjorda försök. Så har man vid Dessau—Bitterfeld funnit en induktion per ampèrekilometer lika med 0,03 V vid 15 meters avstånd, 0,013 V på 500 meters avstånd och 0,004 V på 2,000 meters avstånd.

Betecknande för induktionens inverkan på längre avstånd är, att man vid Dessau—Bitterfeld måst flytta de för samtidig telegrafering använda telefonledningar, som befunno sig på 890 meters avstånd från banan, emedan telegraferingen förstördes vid större belastningar å banan. Utförda försök visade, att en förläggning av ledningarna i kabel i jorden ej heller utgör skydd mot induktionen. Vid större banlängder blir naturligtvis induktionen än större; Dessau—Bitterfeldbanan har en längd av omkring 22 km.

Såsom ovan anförda exempel visa, är induktionen vid Dessau—Bitterfeld per ampère-kilometer endast omkring $^1/_3$ av den som uträknats och erhållits vid mätningar å Riksgränsbanan. Denna skillnad beror till stor del på ledningarnas olika längd. En annan bidragande orsak är, att de använda försöksledningarna i regel varit kortare än kontaktledningen, varför vår förutsättning om ledningslängden i förhållande till kontaktledningen icke är fylld. Vi få därför även motinduktion från strömmen I_1, vilken är jämförelsevis stor å hela sträckan, dels emedan dämpningen β minskas på grund av skenförbindningarna och dels emedan sträckan är i och för sig kort. Den erhållna skenströmmens medelvärde är därför även stort, nämligen 64 % av kontaktledningsströmmen.

Såsom jämförelse må nämnas, att man vid Albtalbanan, där inga skenförbindningar förekomma, funnit en skenledningsström av 35 % av kontaktledningsströmmen. Vid Wiesentalbanan, som är försedd med skenförbindningar, har man funnit återgångsströmmen utgöra 60 % av kontaktledningsströmmen.

I den händelse kontaktledningen matas vid olika punkter gäller vad som förut blivit sagt angående spänningsfallet i skenor och induktionen. Det är sålunda endast strömmarna I_1, som åstadkomma spänningsdifferenser i skenledning och jord. Om den inducerade ledningen sträcker sig så långt på båda sidor om kontaktledningen, att spänningen vid ändarna är noll i skenorna, är det endast de inducerade strömmarna kI_0 i skenorna, som motverka strömmen I_0 i kontaktledningen i avseende på induktionen. Skulle däremot en spänningsdifferens V vara förhanden mellan skenorna vid ändpunkterna av den inducerade ledningen, ha vi att vid beräkning av induktionen enligt (5) även räkna med en medelström $\frac{V}{(r+j\omega l)s}$ där s är totala längden av inducerade ledningen.

Sammanfattning. Strömmen i skenledningen kan uppdelas i tvenne delar. Den ena delen, vilken avtar exponentiellt hastigt från ändpunkterna mot mittpunkten, och som därför i medeltal endast utgör en liten del av den totala skenledningsströmmen, bestämmer ensam spänningsfallet i skenorna. När skenledningen ökas över en viss jämförelsevis kort längd ökas spänningsfallet ej vidare. Jordspänningarna bliva jämförelsevis små. Den andra delen av skenströmmen bestämmer ensam storleken av de i parallella trådar inducerade elektromotoriska krafter under förutsättning att dessa trådar fortsätta ett stycke på båda sidor om den strömförande delen av kontakttråden. Denna andra del av skenströmmen är konstant utefter hela skenledningen och lika med kI_0, där $k = \frac{j\omega m}{r + j\omega l}$ och I_0 är kontaktledningsströmmen (angående betydelsen av r, m och l se ovan). Induktionen i parallella trådar är oberoende av jordens ledningsförmåga och extra anbragta jordledningar; den bestämmes enbart av kontaktledningsströmmen och koefficienten k samt avståndet mellan ledningarna.